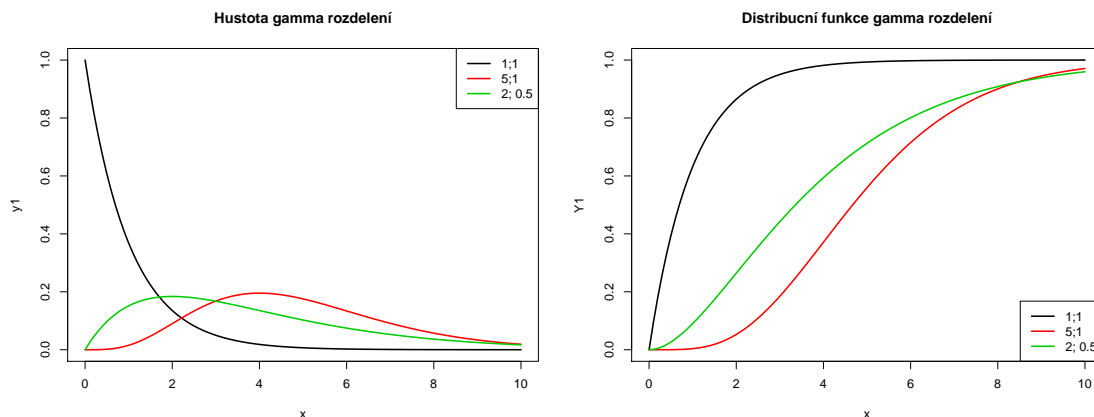


Týden IV – další rozdělení pravděpodobnosti

Některá rozdělení pravděpodobnosti jsou dobře prozkoumána a implementována v Rku, protože se často používají pro modelování skutečných situací. Namátkou si ukažme například gamma rozdělení.

Funkce `dgamma(x, shape, rate)` vrací funkční hodnoty hustoty gamma rozdělení s parametry `shape`, `rate`. Určitě si vzpomenete na normální rozdělení, jeho hustotu pravděpodobnosti bychom získali pomocí `dnorm(x, mu, sd)`. Opět, máme nějaké parametry, které ovlivňují tvar rozdělení. Obecně `drozdeleni` vrací hustotu, `prozdeleni` distribuční funkci.

```
x <- seq(0,10, by=0.1)
par(mfrow=c(1,2))
y1 <- dgamma(x, 1, 1)
y2 <- dgamma(x, 5, 1)
y3 <- dgamma(x, 2, 0.5)
plot(x,y1, type="l", col=1, lwd=2, main = "Hustota gamma rozdělení")
lines(x,y2, type = "l", col = 2, lwd = 2)
lines(x, y3, type = "l", col = 3, lwd = 2)
legend("topright", legend = c("1;1", "5;1", "2; 0.5"), col = 1:3, lwd = 2)
Y1 <- pgamma(x, 1, 1)
Y2 <- pgamma(x, 5, 1)
Y3 <- pgamma(x, 2, 0.5)
plot(x,Y1, type="l", col=1, lwd=2, main = "Distribuční funkce gamma rozdělení")
lines(x,Y2, type = "l", col = 2, lwd = 2)
lines(x, Y3, type = "l", col = 3, lwd = 2)
legend("bottomright", legend = c("1;1", "5;1", "2; 0.5"), col = 1:3, lwd = 2)
```



Co bychom mohli takovýmto rozdělením modelovat?

Generování náhodných čísel

Máme-li nějaké rozdělení, můžeme z něj generovat náhodná čísla. Pokračujme například s gamma rozdělením s parametry 2; 0.5 (zeleně v obrázcích). Pro generování náhodných čísel je příkaz `rrozdeleni(n, shape, rate)`, který vygeneruje vektor `n` prvků z daného rozdělení.

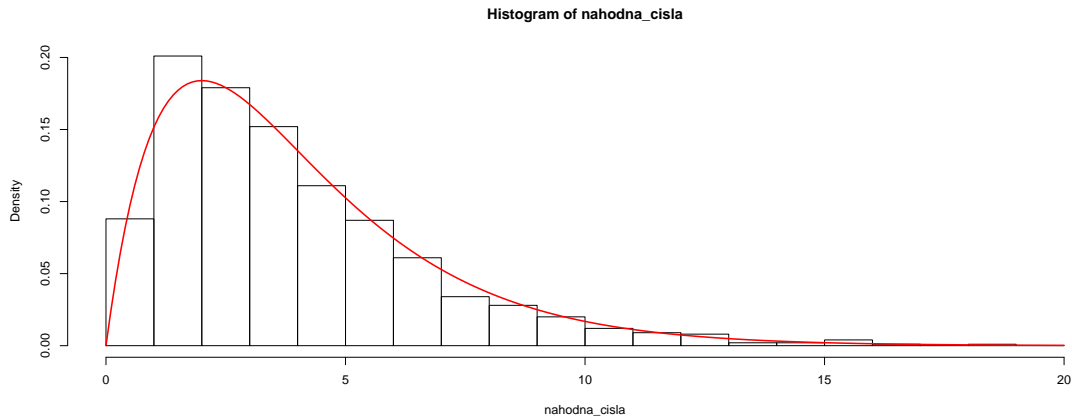
Ukážeme si příklad, kde vygenerujeme 1000 hodnot z gamma rozdělení, sestrojíme histogram a porovnáme jej s teoretickou hustotou.

```
par(mfrow=c(1,1))
x <- seq(0,20, by=0.1)
y <- dgamma(x, 2, 0.5)
```

```

set.seed(408849)
nahodna_cisla <- rgamma(1000, 2, 0.5)
hist(nahodna_cisla, probability = T, breaks = seq(0,20,by=1))
lines(x,y,type="l", lwd=2, col="red")

```



Úkol 1. Vyberte si nějaké rozdělení pravděpodobnosti (normální, exponenciální, rovnoměrně-spojité, poissonovo, binomické, geometrické...), vygenerujte z něj 1000 čísel a porovnejte histogram s hustotou (případně pravděpodobnostní funkcí). Poté si najděte kolik má být střední hodnota a rozptyl vašeho rozdělení a porovnejte tyto teoretické hodnoty s průměrem a rozptylem spočítaných z vámi vygenerovaných čísel.

Aplikace

Úkol 2. Výtah má nosnost 8 lidí nebo 650 kg. Předpokládejme, že hmotnost člověka je normálně rozdělená náhodná veličina se střední hodnotou 75 kg a směrodatnou odchylkou 12 kg. Pomocí simulace odhadněte pravděpodobnost, že 8 lidí výtah přetíží.

Úkol 3. Řešte úlohu s výtahem jako minule, ale tentokrát uvažujte u každého pasažéra že může být muž nebo žena (se stejnou pravděpodobností). Přitom u mužů pak použijte $\mathcal{N}(85, 10^2)$ a u žen $\mathcal{N}(70, 6^2)$.

Úkol 4 (Fronta poprvé). Na přepážku přijde člověk v náhodně zvolený čas (použijte pro jednoduchost rovnoměrně spojité rozdělení na intervalu o velikosti 1 hodiny). Pokud ve frontě nikdo není, bude rovnou obslužen, jinak jde na konec fronty. Ve chvíli, kdy dojde na řadu, bude jeho obslužení nějakou dobu trvat - vygenerujte číslo z nějakého vhodného rozdělení (například gamma nebo exponenciální). Parametry volte tak, aby střední doba obslužení byla 3 minuty.

Zjistěte, kolik lidí nejvýše může k přepážce přijít, aby se netvořily fronty, případně aby přepážka mohla svůj provoz ukončit nejdéle 10 minut po uplynutí hodiny.

Poznámka: toto zadání je dost volné. Čím dál více budeme řešit problémy, kde nás nikdo nevede za ručičku, jedná se o popsání reálného procesu a jeho odsimulování. Už není jedno správné řešení, je jen velké množství různě moc špatných.

Úkol 5 (Hloupé parkování). Parkoviště pro podélné parkování je n metrů dlouhé. Prvních k řidičů zaparkuje své auto na náhodně vybraném místě. Ostatní řidiči již poté parkují co nejvíce natěsno. Kolik % parkovací plochy se takto průměrně využije? Volte např. $n=250$, $k=10$. Pro jednoduchost uvažujte všechna auta stejně dlouhá (5m včetně nějakých těch mezer na zaparkování.)

Úkol 6 (Katastrofy a pojištění).

Domácí úlohy

Domácí úloha 1 (Hloupé parkování vol. 2; 1 bod). Modifikujte úlohu s parkováním pro situaci, že délka vozu včetně mezery mezi předchozím autem je normálně rozdělená náhodná veličina se střední hodnotou 475 cm a směrodatnou odchylkou 25 cm.

Opět, kolik % parkoviště se takto průměrně zaplní? Jak se liší výsledek při rostoucím k ?

Domácí úloha 2 (Rozvoz pizzy). Restaurace průměrně má k objednávek pizzy za hodinu. Tato hodnota může být v různé hodiny a dny v týdnu různá.

Projekty

Projekt 1 (Pizzérie). Proveďte simulaci fungování pizzérie. Co všechno by se mělo dít v modelu:

- Zákazníci si v náhodné časy objednávají pizzu na náhodná místa.
- Rozvoz po upečení pizzy je rozváží. Doba, kdy přijede se odvíjí od vzdálenosti.
- Inspirujte se skutečnými cenami a zjistěte, kolik objednávek musí v průměru pizzérie obdržet za daný čas, aby se jí vyplatilo platit dalšího řidiče a rozvoz?
- Jaká je průměrná doba, kterou zákazník čeká na doručení?

Projekt 2 (Obchodník). Proveďte simulaci tvoření front u pokladen:

- Zákazníci přicházejí v náhodný čas do obchodu.
- Zákazník nějakou dobu nakupuje.
- Zákazník se zařadí do nejkratší fronty u pokladny.
- Doba odbavení u pokladny je přímo úměrná době nakupování (delší doba nakupování \implies větší nákup \implies delší doba odbavení).
- Spočítejte, kolik je třeba mít otevřeno pokladen, aby se netvořily fronty.
- Zkuste se zamyslet, jak do modelu implementovat možnost samoobslužných pokladen.
- Parametry stanovte na základě vlastní zkušenosti.

Projekt 3 (Pojišťovna – katastrofy). Proveďte simulaci zisku (ztrát) pojišťovny.

- S pojišťovnou klienti uzavírají v náhodných časech na náhodnou dobu na náhodnou částku pojistky. Pravděpodobnost, že k pojistné události v daném období dojde odhadujete (náhodná hodnota).
- Vstupem k pojistce je tedy **částka, od, do, pravděpodobnost**, vy vypočítáte výšku pojistného.
- Tuto částku pojišťovna inkasuje.
- Pokud nastane pojistná událost, vyplatí v tomto čase pojišťovna pojistku.
- Pojišťovna má fixní měsíční náklady a také náklady vázané na množství klientů.
- Simulujte průběh zisku pojišťovny v následujících 50 letech. Pokud v nějakém časovém okamžiku je její zisk záporný, krachuje.
- Nastavte pravidla pro určení výšky pojistného tak, aby produkt byl co nejlevnější, ale riziko, že pojišťovna zkrachuje bylo co nejnižší.
- Zbylé parametry (počáteční stav apod.) zvolte dle uvážení.

Projekt 4 (Životní pojištění). Vytvořte simulaci životního pojištění. Nastudujte si problematiku co a jak se pojišťuje, vytvořte model, ten poté implementujte v Rku.