Extenzivní hry II

Rostislav Staněk

March 17, 2014

Extenzivní hry

- Hráči se rozhodují v jasně daném pořadí
- Nashova rovnováha umožňuje tvořit nekredibilní sliby
- Subgame perfect equilibrium
- SPE lze nalézt pomocí zpětné indukce

Stacklebergův model oligopolu

- Hráči: Firmy 1 a 2
- Konečné historie: Množina sekvencí (q_1, q_2), kde q_i je produkce firmy i
- Hráčská funkce: $P(\emptyset) = 1$, $P(q_1) = 2$
- Preference: Výplatní funkce firmy i je dána jejím ziskem, tj. $q_i P(q_1 + q_2) - C_i(q_i)$, kde $P(q_1 + q_2)$ je tržní cena, pokud je na trh dodáno množství $q_1 + q_2$. $C_i(q_i)$ jsou náklady firmy při výrobě množství q_i.

Stacklebergův model oligopolu

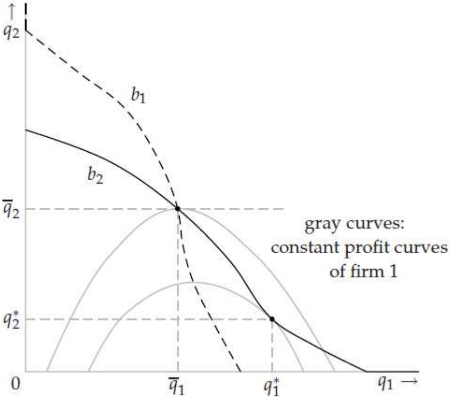

Figure: Stacklbergův duopol

Extenzivní hry se současnými tahy

Extenzivní hra s dokonalými informacemi a současnými akcemi

- množiny hráčů
- množiny konečných historií
- hráčské funkce, která každé sekvenci, která je vlastní podhistorií, připisuje určitého hráče
- množiny akcí $A_i(h)$ definovaných pro každou vlastní podhistorii h nějaké konečné historie a pro každého hráče, který je připsán hráčskou funkcí podhistorii h
- preferencí definovaných nad množinou konečných historií

Řešení extenzivní hry se současnými tahy

Víme, že SPE odpovídá Nashově rovnováze v každé podhře.

SPE najdeme zpětnou indukcí, když najdeme Nashovu rovnováhu pro každou podhru.

Extenzivní hry se současnými tahy

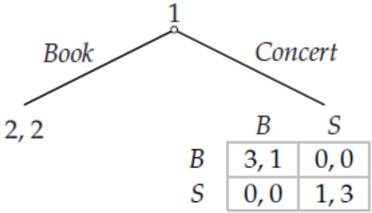

Figure: Příklad

Vstup do monopolního odvětví

- Hráči: stávající firma 1 (monopolista) a firma 2 (vyzyvatel)
- Konečné historie: $(In, (q_1, q_2))$, (Out, q_1)
- Hráčská funkce: $P(\emptyset) = 2$, $P(In) = 1, 2$, $P(Out) = 1$
- Akce: $A_2(\emptyset) = In, Out$,
  $A_1(In) = A_1(Out) = A_2(In) = \{q | q \geqq 0\}$
- Preference: jsou dány ziskem. $\Pi_1 = q_1 D(q_1 + q_2) - C_1(q_1)$ a vyzyvatele je $\Pi_2 = q_2 D(q_1 + q_2) - C_2(q_2) - f$

Vstup do monopolního odvětví II

- Nashova rovnováha podhry: obě firmy vyrábí množství $\frac{1}{3}(\alpha - c)$
- SPE
    - Pokud $f \geq \frac{1}{9}(\alpha - c)^2$, pak SPE je $(Out, \frac{1}{2}(\alpha - c))$
    - Pokud $f \leq \frac{1}{9}(\alpha - c)^2$, pak SPE je $(In, (\frac{1}{3}(\alpha - c), \frac{1}{3}(\alpha - c))$

Odchod z odvětví

Ghemawat, Nalebuff (1985) řeší otázku jak odcházejí firmy z odvětví s klesající poptávkou.

- Hráči: Firma 1 a 2
- Konečné historie: $(X^1, ...X^t)$, kde $X^s = (S, S)$ a $X^t = (E, E)$ nebo $X^s = (S, E)$ pro nějaké s a $X^t = (E, S)$. Nekonečná sekvence $(X^1, X^2, ...)$, kde $X^s = (S, S)$
- Hráčská funkce: $P(h) = 1, 2$
- Akce: $A_i = S, E$, pokud je firma na tahu
- Preference jsou dány celkovým součtem zisků

Odchod z odvětví II

- $P_t(Q)$ je tržní cena v období t, $P_t(Q) < P_{t-1}(Q)$
- firma vyrábí fixní výstup q_i s náklady cq_i
- $q_1 > q_2$
- Označme t_i maximální t pro něž platí $P_t(q_i) \geq c$

Bertrandův model s volbou kapacit

Kreps, Scheinkman (1984) řeší otázku, jak se změní rovnováha Bertrandova modelu, pokud jsou firmy omezeny kapacitami.

- Konečné historie: sekvence $((q_1, q_2), (p_1, p_2))$, kde q_i jsou kapacity firmy i a p_i je cena firmy i
- $P(\varnothing) = \{1, 2\}$ a $P(q_1, q_2) = \{1, 2\}$
- Množina akcí: $A_i(\varnothing) = q_i$, $A_i(q_1, q_2) = p_i$,
- Preference jsou dány ziskovou funkcí $p_i x_i - c q_i$,

$$x_i(q) = \begin{cases} min\{q_i, D(p_i)\} & \text{pokud } p_i < p_j \\ min\{q_i, D(p_i)/2\} & \text{pokud } p_i = p_j \\ min\{q_i, D(p_i) - q_j\} & \text{pokud } p_i > p_j \end{cases}$$

Extenzivní hra s exogenní nejistotou

- hráčská funkce připisuje historiím nejen hráče hry ale také "náhodu"
- pravděpodobnosti, které náhoda připisuje jednotlivým historiím, jsou přesně specifikovány
- preference hráčů jsou definovány nad loteriemi složených z konečných historií

Třesoucí se ruka

Extenzivní hry s nejistotu nám umožňují modelovat situace ve kterých dělají hráči chyby.

To nám umožňuje diskriminovat mezi některými Nashovými rovnováhami (Selten 1975).

	A	B
A	1,1	2,0
B	0,2	2,2

Table: Příklad

Třesoucí se ruka

- Hráči 1 a 2
- Konečné historie: Všechny sekvence $((W, X)Y, Z)$, kde W,X,Y a Z jsou buď akce A nebo B. W a X značí akce, které si zvolil hráč 1 a 2. Y a Z jsou akce, které hráčům přidělila náhoda.
- Hráčská funkce: $P(\emptyset) = 1, 2$, $P(W, X) = c$, $P((W, X), Y) = c$
- Akce: A,B
- Pravděpodobnosti dané náhodou: Po historii (W, X) zvolí náhoda W s pravděpodobností $1 - p_1$ a opačnou akci hráče 1 s pravděpodobností p_1. Po historii $((W, X), Y)$ zvolí náhoda X s pravděpodobností $1 - p_2$ a opačnou akci hráče 2 s pravděpodobností p_2.
- Preference jsou dány očekávanou hodnotou.