Extenzivní hry s nedokonalými informacemi

Rostislav Staněk

April 8, 2013

Nedokonalé informace

Hráči nevědí, co se stalo ve hře před jejich tahem.

Historie rozdělíme do tzv. informačních množin.

Hráč přitom ví, ve které informační množině se nachází, ale neví, která historie z informační množiny byla realizována.

Definice hry

- Množina hráčů
- Množina konečných historií
- Hráčská funkce
- Informační rozdělení množiny historií, po níž je hráč na tahu, do informačních množin I_j takových, že historie h a h' mohou být ve stejné informační množine jen tehdy, když $A(h) = A(h')$
- Preference nad množinou konečných historií reprezentované Bernoulliho výplatní funkcí

Příklad

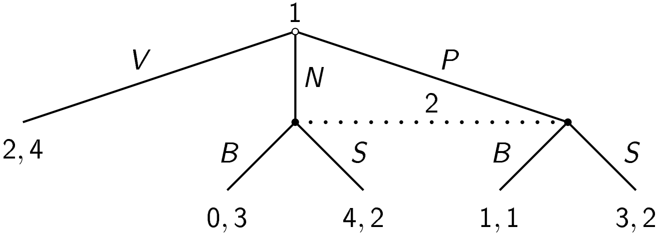

Figure: Vstup do odvětví

Strategie

Strategie v extenzivní hře s nedokonalými informacemi je funkce, která každé informační množině I_i přiřadí akci z množiny $A(I_i)$ (resp. pravděpodobnostní rozdělení nad množinou $A(I_i)$)

Nashova rovnováha

Nashova rovnováha je situace, kdy pro každého hráče i a pro každou strategii α_i platí $E(u(\alpha_i^*, \alpha_{-i}^*)) \geq E(u(\alpha_i, \alpha_{-i}^*))$

Způsoby hledání Nashovy jsou podobné jako v případě extenzivní hry s nedokonalými informacemi. Sestavím strategickou formu hry a najdeme Nashovu rovnováhu.

Přesvědčení

Ve hrách s dokonalými informacemi jsme nemuseli mluvit o přesvědčeních hráčů explicitně (v rovnováze byla dána akcemi ostatních hráčů).

Nyní nemusí být přesvědčení v některých podhrách determinována akcemi ostatních hráčů. Musíme mluvit o přesvědčení hráčů explicitně.

Přesvědčení v extenzivné hře je funkce, která každé informační množině připisuje pravděpodobnostní rozdělení nad historiemi v této množině.

Behaviorální strategie

Behaviorální strategie je hráče i je funkce, která každé informační množině I_i připisuje pravděpodobnostní rozdělení nad akcemi $A(I_i)$.

Kuhnův teorém: Pro každou smíšenou strategii existuje behaviorální strategie, která generuje stejné pravděpodobnostní rozdělení nad konečnými historiemi (pokud se hra vyznačuje tzv. Perfect recall)

Behaviorální strategie umožňují kratší zápis a jsou lehce porovnatelné s přesvědčením hráčů.

Rovnováha

Ohodnocení extenzivní hry se skládá z profilu behaviorálních strategií β a systému přesvědčení μ. Ohodnocení je rovnováha, pokud splňuje dvě podmínky.

- Sekvenční racionalita.
- Konzistence přesvědčení se strategiemi.

Sekvenční racionalita

Strategie každého hráče je optimální, kdykoliv je hráč na tahu (tj. v každé podhře) při daném přesvědčení hráče a strategiích ostatních hráčů. Tj. $O_{I_i}(\beta, \mu) \geqq O_{I_i}((\gamma_i, \beta_{-i}), \mu)$ pro každou behaviorální strategii γ.

Konzistence

Pokud rovnovážný profil strategií vede s kladnou pravděpodobností k historii, která spadá do informační množiny I_i, pak přesvědčení hráče i ohledně pravděpodobnosti výskytu historie h^* v této informační množině je

$$\frac{Pr(h^* \text{ dle strategie } \beta)}{\sum_{h \in I_i} Pr(h \text{ dle strategie } \beta)}$$

Slabá sekvenční rovnováha

WSE splňuje sekvenční racionalitu a konzistenci, ale neklade žádné požadavky na přesvědčení hráčů v informačních množinách, které nejsou dosaženy.

V extenzivních hrách s dokonalými informacemi je každá slabá sekvenční rovnováha zároveň SPE.

Každá slabá sekvenční rovnováha je zároveň Nashovou rovnováhou.

Příklad

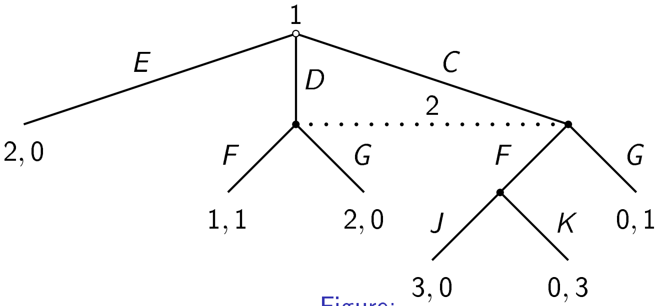

Figure:

WSE

1. Lze použít zpětnou indukci? Po historii (C,F) bude hráno J.
2. Předpokládejme, že hráč 1 hraje C s pravděpodobností p a D s pravděpodobností q. Existuje taková WSE?
3. Předpokládejme, že hráč 1 hraje na začátku hry akci E. Existuje taková WSE?