

1 Domácí úkol 1, Termín odevzdání: 2. května 2021

Domácí úkol můžete odevzdat

1. v elektronické podobě do odevzdávacího předmětu
2. Ideálně řešení vysázejte a odevzdejte ve formátu .pdf;.doc;.ps
3. Pokud budete domácí úkol odevzdávat jako sken nebo fotografii ručně psaného řešení, ujistěte se, že je sken čitelný.
4. Domácí úkol vždy odevzdávejte jako jeden soubor (tzn. jako jeden soubor .pdf, .doc, .gif, .png, nikoliv jako např. několik souborů zabalených do zip archivu).

Pokud odevzdáte domácí úkol po termínu, pak Vám bude za každý den zpoždění strženo 10 % bodů.

Problémy k řešení

1. Cournotův oligopol s firmami maximalizujícími podíl na trhu. Najděte Nashovu rovnováhu Cournotovy hry s lineární inverzní poptávkou a konstantními průměrnými náklady v případě, kdy jedna z firem nemaximalizuje zisk, ale snaží se o maximalizaci tržního podílu tak, aby nedosahovala ztráty. Co se stane, pokud obě firmy maximalizují tržní podíl?
2. Zformulujte hru, která modeluje hru kámen, nůžky, papír a najděte všechny Nashovy rovnováhy.
3. Každý ze dvou lidí má jednu jednotku zdroje. Rozhodují se kolik z této jedné jednotky vydají na boj s druhým hráčem (můžete si to představit jako zdroje vydané na kriminální činnost a ochraně proti ní) a kolik investují do produktivního použití. Pokud oba hráči investují y_i do boje, pak jejich společný produkt bude $f(y_1, y_2) = 2 - y_1 - y_2$ (všimněte si, že čím více investují do kriminální činnosti, tím méně vyrobí). Z tohoto produktu získá hráč i podíl p_i daný následovně:

$$p_i(y_1, y_2) = \begin{cases} 0 & \text{pokud } y_i < y_j \\ \frac{1}{2} & \text{pokud } y_i = y_j \\ 1 & \text{pokud } y_i > y_j \end{cases}$$

(tj. kdo dá víc na kriminální činnost sebere druhému veškerou jeho produkci). Najděte Nashovy rovnováhy v čistých strategiích.

4. Uvažujte hru kupování hlasů (viz průvodce k učebnici), ve které je k prosazení zákona potřeba výraznější většina. Konkrétně předpokládejme 7 zákonodárců, přičemž ke schválení návrhu je potřeba hlasu 5 z nich. Skupina X si návrhu x cení na $V_X = 750$, skupina Y si svého návrhu cení na $V_Y = 400$. Pokud není schválen ani návrh x ani y , pak zůstává v platnosti dosavadní zákon, který si obě skupiny cení na 0. Skupina X uplácí první, poté uplácí skupina Y . Najděte SPE. Jsou na tom skupiny v rovnováze lépe než kdyby ke schválení stačila jen prostá většina 4 zákonodárců?
5. Truel. Každá ze tří osob A,B a C má revolver s jednou kulkou. Každá z osob, pokud je živá, může vystřelit na další osobu. První střílí osoba A, pak B a nakonec C. Každá z osob se trefí a zabije svůj cíl s určitou pravděpodobností p_A , p_B a p_C , které jsou různé. Každá z osob se snaží maximalizovat pravděpodobnost, že přežije a snížit nebezpečí, které mu hrozí od dalších (Předpokládejte, že hráč vystřelí i v případě, kdy mu nehrozí nebezpečí. Poslední kulka bude tedy rovněž po někom vystřelena. Hráči se v této situaci snaží zabít nebezpečnějšího soupeře.) Modelujte situaci jako extenzivní hru s exogenní nejistotou a najděte SPE. Ukažte, že pro hráče C, je lepší, pokud je horší střelec než B.

Dále uvažujte, že hráči mohou vystřelit do vzduchu a najděte SPE pro případ $p_A < p_B$.

6. Morální hazard. Uvažujme vztah zaměstnavatele a zaměstnance, kde zaměstnavatel nabízí kontrakt, se kterým zaměstnanec může a nemusí souhlasit. Pokud ho odmítne pak obdrží rezervační užitek $\bar{U} = 5$. Pokud ho přijme, pak zaměstnanec obdrží $U = \sqrt{w} - e$, užitková funkce zaměstnavatele je $V = q - w$. Výstup je dán následující tabulkou.

	pravděpodobnost výstupu 0	pravděpodobnost výstupu 100
e=0	0,3	0,7
e=1	0,1	0,9

Zapište motivační a participační omezení. Předpokládejme, že úsilí zaměstnance e není přímo pozorovatelné, ale mzda může být podmíněna pozorovaným výstupem. Jaký kontrakt nabídne zaměstnavatel zaměstnanci? Jaké jsou náklady tohoto kontraktu?

Předpokládejme, že zaměstnanec má nyní užitkovou funkci $U = w - e$. Jaký kontrakt nabídne zaměstnavatel nyní? Srovnajte náklady, které má zaměstnavatel s oběma kontrakty.