

DESÁTÉ CVIČENÍ  
DETERMINANTY A VLASTNÍ ČÍSLA

PŘÍKLAD 1: Vypočtěte následující determinanty

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{e) } \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

PŘÍKLAD 2: Určete vlastní čísla a vektory pro následující matice

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

PŘÍKLAD 3: Uvažujme, že společnost je definována jako seskupení lidí tří sociálních tříd: nižší ( $N$ ), střední ( $S$ ) a vyšší ( $V$ ). Uvažujme, že pravděpodobnost začlenění osoby do dané třídy je závislá pouze na třídě, ve které se vyskytoval její rodič. Na základě dlouhodobého pozorování byla shromážděna následující data: je-li rodič ve třídě  $N$ , pak dítě bude ve třídě  $N$  s pravděpodobností 0,7, ve třídě  $S$  s 0,2 a ve třídě  $V$  s 0,1. Je-li rodič ve třídě  $S$ , pravděpodobnosti přechodu jsou 0,3 ( $N$ ), 0,5 ( $S$ ) a 0,2 ( $V$ ). Pokud je rodič ve třídě  $V$ , pak jsou pravděpodobnosti pro zařazení jeho dítěte do jednotlivých tříd 0,1 ( $N$ ), 0,1 ( $S$ ) a 0,8 ( $V$ ).

- Pro takto definovaný proces sestrojte matici a graf přechodu.
- Víte-li, že 40% lidí patří do třídy  $N$ , 50% do třídy  $S$  a 10% do třídy  $V$ , určete, jak bude vypadat rozložení společnosti po dvou generacích.
- Určete, jak bude vypadat rozložení společnosti v dlouhodobém horizontu.

*Nápověda:* Při výpočtu v bodě c) využijte toho, že víte, že hledaný stav bude popsán vlastním vektorem příslušným vlastnímu číslu  $\lambda = 1$ .