

PÁTÉ CVIČENÍ  
FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH

PŘÍKLAD 1: Vypočtete parciální derivace 1. řádu funkcí

- a)  $f(x, y) = x^3 + 2x^2y + 3xy^2 + 4x - 5y$ ,      b)  $f(x, y) = \sqrt{x} \ln y$ ,
- c)  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ ,      d)  $f(x, y) = (2x + 3y)^{10}$ ,
- e)  $f(x, y) = xy \ln(x + y)$ ,      f)  $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$ .

PŘÍKLAD 2: Vypočtete parciální derivace 2. řádu funkcí:

- a)  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 4xy^2$ ,      b)  $f(x, y) = 3xy^4 + x^3y^2$ ,
- c)  $f(x, y) = xye^y$ ,      d)  $f(x, y) = e^{-x-y}$ .

PŘÍKLAD 3: Určete lokální extrémy funkce

- a)  $f(x, y) = x^2 + 4xy + 6y^2 - 2x + 8y$ ,
- b)  $f(x, y) = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ ,
- c)  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$ .

PŘÍKLAD 4: Uvažujte funkci  $u(x, y)$  pomocí které se snažíme měřit well-being společnosti v závislosti na velikosti  $x$  hrubého národního produktu a velikost  $y$  znečištění ovzduší.

- a) Jaký je význam parciálních derivací  $u'_x(x, y)$  a  $u'_y(x, y)$ ? Jaké očekáváte jejich znaménko?
- b) Jaká je interpretace parciální derivace druhého řádu  $u''_{xy}$ ? Obvykle se v tomto případě předpokládá, že  $u''_{xy} < 0$ . Co to znamená?
- c) Navíc obvykle platí, že funkce  $u$  má spojité parciální derivace druhého řádu, tedy  $u''_{xy} = u''_{yx}$ . Co nám pak  $u''_{yx}$  říká o funkci  $f$ , když snížíme znečištění?

PŘÍKLAD 5: Bez počítání nalezněte absolutní extrémy Cobb-Douglasovy funkce  $P(K, L) = K^{0,5}L^{0,5}$  na množině pro kterou platí  $K \geq 0$ ,  $L \geq 0$  a  $K + L \leq 2$ .