

ŠESTÉ CVIČENÍ  
NEURČITÝ INTEGRÁL II

PŘÍKLAD 1: Pomocí metody per partes vypočtete integrály

a)  $\int (x + 1)e^x dx$

b)  $\int x^2 \ln x dx$

PŘÍKLAD 2: Pomocí metody substituce vypočtete integrály

a)  $\int 3x^2(x^3 + 1)^7 dx$

b)  $\int \frac{2x}{(x^2+4)^3} dx$

PŘÍKLAD 3: Řešte následující rovnice, resp. počáteční problémy:

a)  $y' = 2xy,$

b)  $y' = \frac{4y-1}{x},$

c)  $x + yy' = 0, y(0) = 2,$

d)  $(x + 1)y' = xy, y(0) = 1.$

PŘÍKLAD 4: Sběrka umění byla pořízena za cenu 400 000 Kč a předpokládá se, že její hodnota poroste každý rok o 5%. Jak vypadá diferenciální rovnice, která modeluje hodnotu sbírky v čase? Jaká bude hodnota sbírky za 10 let?

PŘÍKLAD 5: Spalování fosilních paliv je zodpovědné za zvýšení množství oxidu uhličitého, který je pravděpodobně jednou z příčin zvýšení globální teploty. V současnosti je v atmosféře přibližně 3200 miliard tun oxidu uhličitého a jeho množství roste každoročně o 50 miliard tun, přičemž pouze 1% z akumulovaného množství se každoročně odstraní přírodními procesy. Namodelujte množství oxidu uhličitého v čase pomocí diferenciální rovnice a určete, kdy bude v atmosféře 4000 miliard tun oxidu uhličitého (jedná se o množství, při kterém by mělo dojít ke zvýšení teploty o dva stupně Celsia). Jaké bude dlouhodobé množství oxidu uhličitého v atmosféře?

PŘÍKLAD 6: Předpokládejme, že návrh zákona při hlasování v Senátu, získává podporu přímo úměrně tomu, kolik hlasů již má a zároveň i přímo úměrně tomu, kolik hlasů mu chybí. Jak vypadá rovnice, která modeluje tento proces?