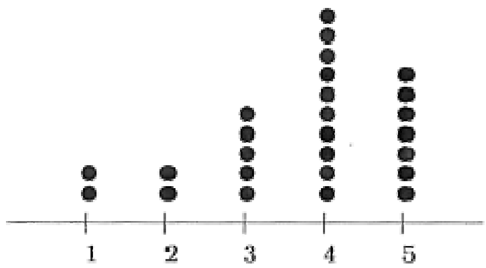
Výsledky kontrolních úkolů z předmětu Statistika

Kapitola 1

2. $p(G_2) = p(G_1 \cup G_2) - p(G_1) = 0{,}75 - 0{,}27 = 0{,}48$
3. $p(G_2) = p(G_2 \setminus G_1) + p(G_1) = 0{,}15 + 0{,}33 = 0{,}48$
4. $p(G_1) = p(G_1 \setminus G_2) + p(G_1 \cap G_2) = 0{,}36 + 0{,}12 = 0{,}48$
5. a) Uspořádaný datový soubor pro znak X: $(1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 4\ 4\ 5\ 5)^T$
   Uspořádaný datový soubor pro znak Y: $(0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3)^T$
   b) Vektor variant pro znak X: $(1\ 2\ 3\ 4\ 5)^T$
   Vektor variant pro znak Y: $(0\ 1\ 2\ 3)^T$
   c) Relativní četnost tříčlenných domácností: 0,2
   d) Relativní četnost nejvýše tříčlenných domácností: 0,6
   e) Relativní četnost bezdětných domácností: 0,3
   f) Relativní četnost dvoučlenných bezdětných domácností: 0,2
   g) Podmíněná relativní četnost těch dvoučlenných domácností, které jsou bezdětné: $0,\overline{6}$

Kapitola 2

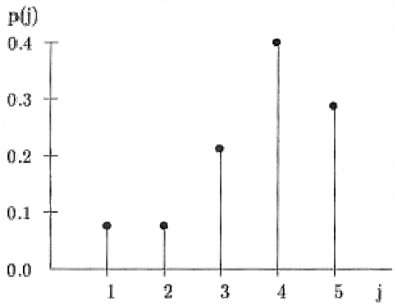
7. a) Jednorozměrný tečkový diagram



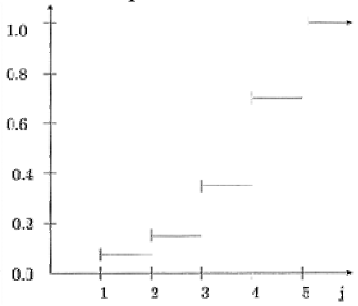
Variační řada

$x_{[j]}$	$F_{[j]}$
1	0.08
2	0.16
3	0.36
4	0.76
5	1.00

Graf četnostní funkce



Graf empirické distribuční funkce



b) Kont. tabulka abs. četností

y x n_{jk}	1	2	3	$n_{j.}$
1	1	0	1	2
2	0	1	1	2
3	1	2	2	5
4	3	2	4	9
5	2	2	2	6
$n_{.k}$	7	7	10	25

Kont. tab. abs. kumul. četností

y x N_{jk}	1	2	3	$N_{j.}$
1	1	1	2	2
2	1	2	4	4
3	2	5	9	9
4	5	10	18	18
5	7	14	24	24
$N_{.k}$	7	14	24	

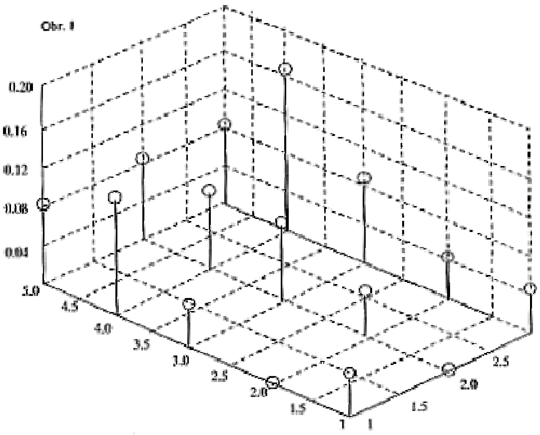
Kont. tab. sloupcově podmíněných rel. čet.

y / x $p_{j(k)}$	1	2	3
1	0.14	0	0.10
2	0	0.14	0.10
3	0.14	0.28	0.20
4	0.42	0.28	0.46
5	0.28	0.28	0.23
$\sum$	1.00	1.00	1.00

Kont. tab. řádkově podmíněných rel. čet.

y / x $p_{(j)k}$	1	2	3	$\sum$
1	0.5	0	0.5	1.00
2	0	0.5	0.5	1.00
3	0.2	0.4	0.4	1.00
4	0.33	0.22	0.44	1.00
5	0.33	0.33	0.33	1.00

Graf simultánní četnostní funkce



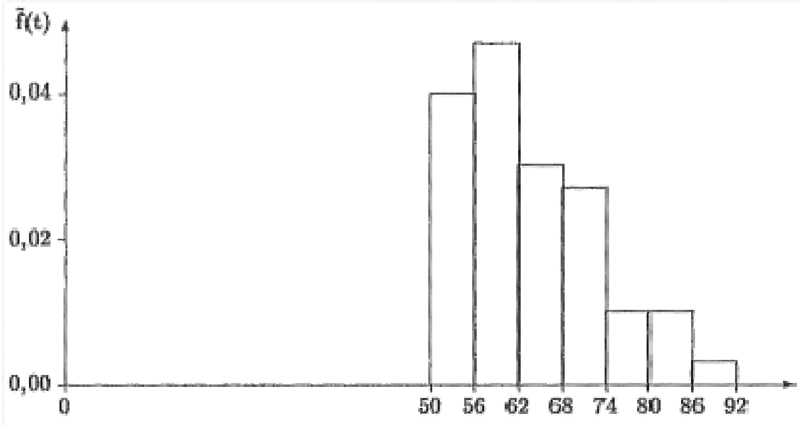
c) Znaky nejsou četnostně nezávislé, protože již pro j=1, k=1 neplatí multiplikativní vztah: $p_{11} = p_{1.}\, p_{.1}$. V našem případě totiž $\frac{1}{25} \neq \frac{2}{25} \cdot \frac{7}{25}$.

8. a) Optimální počet třídicích intervalů je 7.

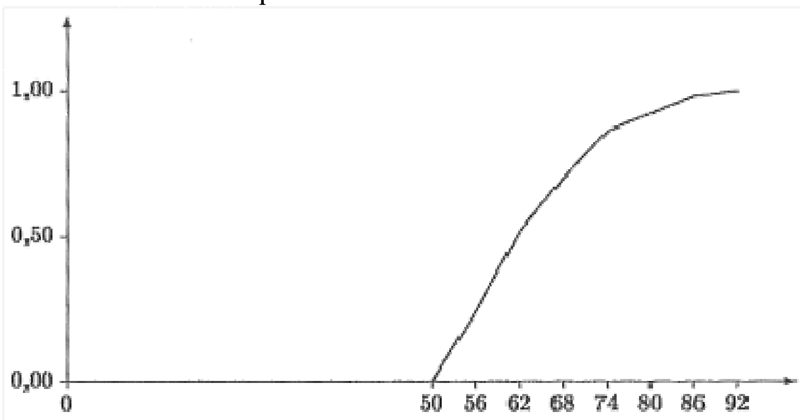
Tabulka rozložení četností

(u_j, u_{j+1})	d_j	$x_{[j]}$	n_j	p_j	N_j	F_j	f_j
(50,56)	6	53	12	0.24000	12	0.24000	0.04000
(56, 62)	6	59	14	0.28000	26	0.52000	0.04666
(62, 68)	6	65	9	0.18000	35	0.70000	0.03000
(68, 74)	6	71	8	0.16000	43	0.86000	0.02666
(74, 80)	6	77	3	0.06000	46	0.92000	0.01000
(80, 86)	6	83	3	0.06000	49	0.98000	0.01000
(86, 92)	6	89	1	0.02000	50	1.00000	0.00333
Součty			$n = 50$	1.00000			

Histogram



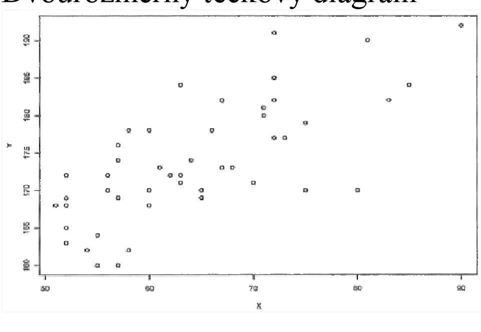
Graf intervalové empirické distribuční funkce



b) Pro znak Y je optimální počet třídicích intervalů 6
Kontingenční tabulka absolutních četností

	(v_k, v_{k+1})	(159, 165)	(165, 171)	(171, 177)	(177, 183)	(183, 189)	(189, 195)	
(u_j, u_{j+1})	n_{jk}							$n_{j\cdot}$
(50,56)		5	5	2	0	0	0	12
(56, 62)		2	4	4	2	0	0	12
(62, 68)		0	3	5	2	1	0	11
(68, 74)		0	1	2	3	1	1	8
(74, 80)		0	2	0	1	0	0	3
(80, 86)		0	0	0	1	1	1	3
(86, 92)		0	0	0	0	0	1	1
$n_{\cdot k}$		7	15	13	9	3	3	$n = 50$

Dvourozměrný tečkový diagram



c) Znaky X a Y nejsou četnostně nezávislé, protože již pro j=1, k=1 není splněn multiplikativní vztah $f_{11} = f_{1.}\, f_{.1}$. V našem případě totiž $\frac{5}{50\cdot 6\cdot 6} \neq \frac{12}{50\cdot 6}\cdot\frac{7}{50\cdot 6}$.

Kapitola 3

5. Průměrná mzda v celé akciové společnosti vzrostla o $1,\overline{1}\%$.
6. Průměr = 457,4, medián = 450, modus = 470, rozptyl = 1493,24, směrodatná odchylka = 38,64, koeficient variace = 0,08.
7. Průměr = 112, rozptyl = 851.
8. a = 1000, h = 100.
9. Koeficient korelace = 0,92
10. Koeficient korelace = -1/3

Kapitola 4

6. Protože součin směrnic daných přímek je větší než 1, nemůže se jednat o sdružené regresní přímky.
7. $x = 25 + 1{,}976\overline{3}\cdot(y - 87)$.
8. a) Koeficient korelace = 0,6264, což znamená, že mezi výsledky matematického a verbálního testu existuje středně silná přímá lineární závislost.
   b) y = 19,908 + 0,5015 x
      x = 20,8852 + 0,7823 y
   c) Výsledek ve verbálním testu se zlepší o 5,015 bodu.
   d) Výsledek v matematickém testu se zlepší o 7,823 bodu.
9. Úsek i směrnice se zvětší o 10%.
10. Při teplotě $-13,\overline{3}$ °C.

Kapitola 5

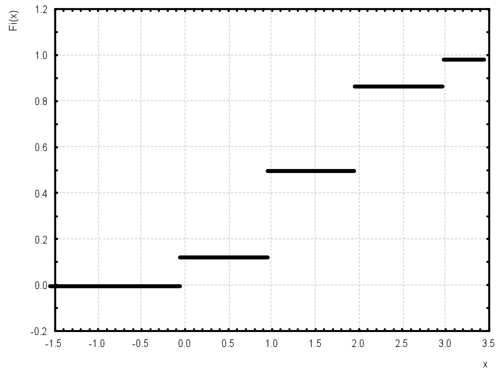
2. $\Omega = \{[\omega_1, \omega_1], [\omega_1, \omega_2], \ldots, [\omega_1, \omega_6], \ldots, [\omega_6, \omega_6]\}$
3. a) $A_1 \cup \ldots \cup A_5$
   b) $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4 \cap A_5$
   c) $\overline{A_1} \cap \overline{A_5} \cap (A_2 \cup A_3 \cup A_4)$
6. 0,4306
7. 2/3 a 1/3
8. 0,125 a 0,1157
9. 18/19

Kapitola 6

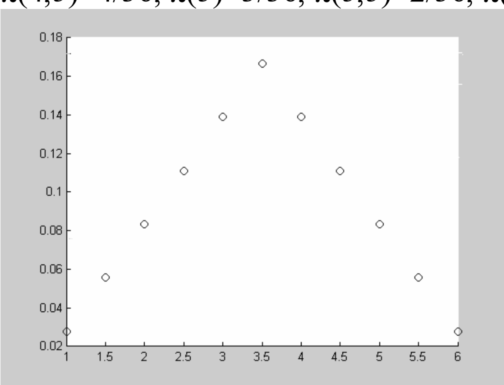
2. a) p + q – pq, b) p + q
3. A a B jsou stochasticky nezávislé jevy.
4. 0,25 a 0,219
5. 0,06
6. a) 1/15, b) 8/15, c) 6/15
7. $x = P(B/\overline{A})$
8. Pro stochasticky nezávislé jevy.
9. Jevy $A_1, \ldots, A_n$ tvoří úplný systém hypotéz.
10. 0,233
11. a) 0,0149, b) 0,6644

Kapitola 7

2. $x \in (-\infty,0): \Phi(x) = 0,$
$x \in \langle 0,1): \Phi(x) = 1/8, x \in \langle 1,2): \Phi(x) = 4/8, x \in \langle 2,3): \Phi(x) = 7/8, x \in \langle 3,\infty): \Phi(x) = 1$



3. Diskrétní: (a), (d), (f), spojité: (b), (c), (e), (g), (h)
6. $\pi(x)$ nemůže být větší než 1, protože má význam pravděpodobnosti.
7. $\varphi(x)$ může být větší než 1, protože nemá význam pravděpodobnosti.
8. $\pi(1)=1/36$, $\pi(1{,}5)=2/36$, $\pi(2)=3/36$, $\pi(2{,}5)=4/36$, $\pi(3)=5/36$, $\pi(3{,}5)=6/36$, $\pi(4)=5/36$, $\pi(4{,}5)=4/36$, $\pi(5)=3/36$, $\pi(5{,}5)=2/36$, $\pi(6)=1/36$



9. Náhodné veličiny X_1, X_2 nejsou stochasticky nezávislé, protože není splněn multiplikativní vztah: $\forall\ (x_1, x_2) \in R^2$: $\pi(x_1, x_2) = \pi_1(x_1)\ \pi_2(x_2)$.

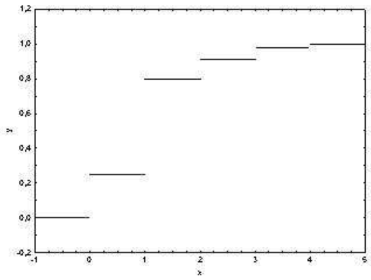
10. $\varphi_1(x_1) = \begin{cases} 12x_1^{\ 2}(1-x_1), 0 \le x_1 < 1 \\ 0 \text{jinak} \end{cases}, \varphi_2(x_2) = \begin{cases} 2x_2, 0 \le x_2 < 1 \\ 0 \text{jinak} \end{cases}$

Multiplikativní vztah $\forall\ (x_1, x_2) \in R^2$: $\varphi(x_1, x_2) = \varphi_1(x_1)\ \varphi_2(x_2)$.je splněn, tedy náhodné veličiny X_1, X_2 jsou stochasticky nezávislé.

Kapitola 8
2. 0,939
3. $e^{-2,5} = 0{,}0821$
4. 0,0455
5. a = -20, b = 35
6. X ~ F(1,1)

Kapitola 9
1. $u_{0,95} = 1{,}64485$, $u_{0,10} = -1{,}28155$, $\chi^2_{0,975}(10) = 20{,}483$, $\chi^2_{0,025}(9) = 2{,}7$, $t_{0,90}(8) = 1{,}3968$, $t_{0,05}(6) = -1{,}9432$, $F_{0,975}(5,7) = 5{,}2852$, $F_{0,025}(8,6) = 1/\ F_{0,975}(6,8) = 1/4{,}6517 = 0{,}215$
2. $K_{0,025}(X) = 2.u_{0,025} - 1 = -2.1{,}95996 - 1 = 4{,}91992$
3. $Y \sim N(12,\ 97)$, $K_{0,99}(Y) = \sqrt{97}.u_{0,99} + 12 = 34{,}9119$

4. a) $X \sim Bi(4,1/3)$, $E(X) = 4/3$, $D(X) = 8/9$
b) $X \sim Hg(15, 5, 4)$, $E(X) = 4/3$, $D(X) = 44/63$
5. $E(Y) = 1,15.E(X^2) = 1805,96$
6. a) $x \in (-\infty,0): \Phi(x) = 0, x \in \langle 0,1) : \Phi(x) = 0,25, x \in \langle 1,2) : \Phi(x) = 0,8, x \in \langle 2,3) : \Phi(x) = 0,91,$
$x \in \langle 3,4) : \Phi(x) = 0,98, x \in \langle 4,\infty) : \Phi(x) = 1$



b) $E(X) = 1,06$
c) $D(X) = 0,8164$
7. X – počet získaných bodů, X nabývá hodnot -6, -2, 2, 4 s pravděpodobnostmi 1/64, 9/64, 27/64, 27/64, $E(X) = 3$
8. $X \sim Bi(3, ½)$, $E(X) = 3/2$, $D(X) = ¾ = E(X^2) - [E(X)]^2$, tedy $E(X^2) = 3$
$E(Y) = -100. E(X^2) + 300. E(X) + 500 = 650$
9. a) $R(X,Y) = \dfrac{49}{\sqrt{60}\sqrt{70}} = 0,76$
b) $E(Z) = 6$, $D(Z) = 5,36$
10. 528
11. Kovariance se 10 x zmenší, koeficient korelace se nezmění.
12. Aspoň 75%.
13. Hledaná pravděpodobnost je nejvýše $0,8\overline{6}$.

Kapitola 10
1. Pomocí Bernoulliovy věty: $n \geq 10\,000$, pomocí Moivre-Laplaceovy věty: $n \geq 666$
2. a) 0,00135, b) 0,9973, c) 0,15542
3. Je zapotřebí aspoň 2 305 výstřelů.

Kapitola 11
4. $M \sim N(100, 10)$
5. a) 0,18673, b) 0,00248
6. $k_1 = 0,532$, $k_2 = 1,587$

Kapitola 12
2. $m = 8$, $s^2 = 15,78$
3. $D(T_1) = 25b^2/216 = 0,116b^2$, $D(T_2) = b^2/48 = 0,021b^2$. Lepší odhad je T_2, protože má menší rozptyl.

7. 62 měření
8. $0,0018 < \sigma^2 < 0,0405$ s pravděpodobností 0,95
9. $25,93$ h $< \mu < 29,07$ h s pravděpodobností 0,95
10. a) $0,0484 < \sigma_1^2/\sigma_2^2 < 4,4672$ s pravděpodobností 0,95, b) $-10,788 < \mu_1 - \mu_2 < 0,788$ s pravděpodobností 0,95
11. $1,14$ kg $< \mu < 5,84$ kg s pravděpodobností 0,95

Kapitola 13
7. Testujeme H_0: $\mu = 125$ proti H_1: $\mu < 125$ na hladině významnosti 0,01. Sestrojíme 99% pravostranný interval spolehlivosti pro μ, když σ^2 neznáme. Protože $125 \notin (-\infty, 124,83)$, H_0 zamítáme na hladině významnosti 0,01.
8. Testujeme H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$ proti H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ na hladině významnosti 0,05. Sestrojíme 95% interval spolehlivosti pro $\mu_1 - \mu_2$, když σ_1^2, σ_2^2 neznáme, ale předpokládáme, že jsou stejné. Protože $0 \in (-1,8017, 2,035)$, H_0 nezamítáme na hladině významnosti 0,05.
9. Přejdeme k rozdílovému náhodnému výběru. Označíme $\mu = \mu_1 - \mu_2$. Testujeme H_0: $\mu = 0$ proti H_1: $\mu \neq 0$ na hladině významnosti 0,05. Sestrojíme 95% interval spolehlivosti pro μ, když σ^2 neznáme. Protože $0 \notin (-0,5915, -0,3285)$, H_0 zamítáme na hladině významnosti 0,05.
10. Testujeme H_0: $\sigma^2 = 0,36$ proti H_1: $\sigma^2 > 0,36$. Sestrojíme levostranný 95% interval spolehlivosti pro σ^2. Protože $0,36 \notin (0,5025, \infty)$, zamítáme H_0 na hladině významnosti 0,05.
11. Testujeme H_0: $\sigma_1/\sigma_2 = 1$ proti H_1: $\sigma_1/\sigma_2 \neq 1$ na hladině významnosti 0,05. Sestrojíme 95% interval spolehlivosti pro σ_1/σ_2. Protože $1 \in (0,9858, 2,1414)$, H_0 nezamítáme na hladině významnosti 0,05.