1. Řešte v **R** následující nerovnice:

a) $x^2 - 6x + 9 > 0$ **b)** $x^2 - 4 < 0$ **c)** $|x + 1| \le 6$

d) $\dfrac{|5 - 2x|}{x + 2} > -3$ **e)** $|x^2 - 2x - 3| < 3(x - 1)$

f) $|x^2 - 4x| + 3 > x^2 + |x - 5|$

2. Ukažte graficky, že soustava nerovnic $x + y \le 3$, $2x - y \ge 0$, $x + 2y \ge 5$ má jediné řešení.

3. Napište negace výroků:

a) Žádné auto není modré nebo aspoň jedno auto je bílé.
b) Žádný člověk není bez chyby a každý člověk se může mýlit.
c) Bude-li pršet, půjdu do kina nebo do divadla.
d) Aspoň dva lidé odešli.
e) Pro každý trojúhelník ABC platí, že průsečík os jeho stran splývá s průsečíkem os jeho vnitřních úhlů.
f) $\forall x \in \mathbf{N} : \exists y \in \mathbf{N} : y^x = y$

4. Rozhodněte o správnosti úsudku ve známé písničce: *„Kdyby byl Bavorov, co jsou Vodňany, dal bych Ti hubiček na obě strany. Ale že je za vodou, za vodičkou studenou, nedám Ti má milá ani jedinou.“*

5. Dokažte, že následující výroky jsou tautologie:

a) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ **b)** $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

6. Na základě výrokové logiky ověřte, zda následující úsudek je správný **:**
Viníkem je Petr nebo Pavel. Je-li viníkem Petr, pak Pavel nebyl v 11 hodin na místě činu. Je-li viníkem Pavel, pak je jasný motiv činu.Tedy, jestliže byl Pavel v 11 hodin na místě činu, pak je jasný motiv činu.

7. Rozhodněte, zda vektory

a) $\underline{\mathbf{u}} = (1,1,1,1)$, $\underline{\mathbf{v}} = (1,2,1,1)$, $\underline{\mathbf{w}} = (2,3,3,3)$, $\underline{\mathbf{t}} = (1,2,3,4)$
b) $\underline{\mathbf{u}} = (1,2,3,4)$, $\underline{\mathbf{v}} = (1,1,1,1)$, $\underline{\mathbf{w}} = (2,3,3,3)$, $\underline{\mathbf{t}} = (2,2,1,0)$

jsou ve V_4 lineárně závislé či nezávislé.

8. Rozhodněte, zda podmnožina $W \subseteq V_n$ je podprostorem vektorového prostoru V_n :

a) $W = \{ (x_1, x_2, ..., x_n) | x_1, x_2, ... x_n \in \mathbf{Z} \}$ **b)** $W = \{ (r, 2r, ..., nr) | r \in \mathbf{R} \}$

9. Najděte všechna $r \in \mathbf{R}$, pro která je vektor $\underline{\mathbf{t}} = (r,1,2)$ lineární kombinací vektorů $\underline{\mathbf{u}} = (1,2,-1)$, $\underline{\mathbf{v}} = (1,1,0)$, $\underline{\mathbf{w}} = (2,-1,3)$

10. Vektory $\underline{\mathbf{u}}$, $\underline{\mathbf{v}}$, $\underline{\mathbf{w}}$ tvoří bázi vektorového prostoru V. Rozhodněte, zda též vektory $2\underline{\mathbf{u}} + \underline{\mathbf{v}} + 3\underline{\mathbf{w}}$, $\underline{\mathbf{v}} + 2\underline{\mathbf{w}}$, $3\underline{\mathbf{u}} - \underline{\mathbf{v}} + 7\underline{\mathbf{w}}$ tvoří bázi ve V.

11. Rozhodněte, zda všechny lineární kombinace vektorů

a) $\underline{\mathbf{u}} = (1,2,1,2)$, $\underline{\mathbf{v}} = (2,1,2,1)$, $\underline{\mathbf{w}} = (1,1,1,1)$, $\underline{\mathbf{t}} = (-2,0,-1,-3)$, $\underline{\mathbf{s}} = (-1,1,0,-2)$
b) $\underline{\mathbf{u}} = (-1,1,0,-1)$, $\underline{\mathbf{v}} = (2,0,1,3)$, $\underline{\mathbf{w}} = (1,2,3,4)$, $\underline{\mathbf{t}} = (2,3,4,6)$, $\underline{\mathbf{s}} = (1,-3,5,-7)$

tvoří vektorový prostor V_4 .

12. Ve vektorovém prostoru V_4 určete některou bázi, která obsahuje vektor $\underline{\mathbf{u}} = (1,2,3,4)$.

13. a) Ve vektorovém prostoru V_4 je podprostor W tvořen všemi lineárními kombinacemi vektorů $\underline{\mathbf{a}} = (1,1,0,1)$, $\underline{\mathbf{b}} = (1,0,0,1)$, $\underline{\mathbf{c}} = (2,-1,0,0,)$, $\underline{\mathbf{d}} = (1,0,0,0)$ **.** Určete dimenzi a jednu z bází podprostoru W.

b) Ve vektorovém prostoru V_5 je podprostor W tvořen všemi lineárními kombinacemi vektorů $\underline{\mathbf{a}} = (1,1,0,1,1)$, $\underline{\mathbf{b}} = (0,1,1,-1,2)$, $\underline{\mathbf{c}} = (1,-1,1,0,1,)$, $\underline{\mathbf{d}} = (1,2,1,0,3)$ a $\underline{\mathbf{e}} = (2,1,2,0,4)$. Určete dimenzi a jednu z bází podprostoru W.

14. Určete hodnost matice $\underline{\mathbf{A}}$:

a) $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & -8 & 0 \\ 3 & 7 & -2 & -1 & 5 \\ 10 & 22 & 8 & -18 & 10 \end{pmatrix}$ **b)** $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \\ 7 & -8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \\ 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$

c) $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 2 \\ 4 & 7 & 13 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ **d)** $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

15. Vypočtěte součin matic $\underline{\mathbf{A}}.\underline{\mathbf{B}}$, je-li

a) $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ **b)** $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, **d)** $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, $\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

16. Vypočtěte $(3.\underline{\mathbf{A}} + \underline{\mathbf{B}}^T).\underline{\mathbf{C}}^T$, je-li

$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -5 & -4 \\ 3 & 1 & 7 \\ -4 & 2 & -2 \\ -8 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\underline{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

17. Matice $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Určete libovolnou matice $\underline{\mathbf{B}}$ tak, aby matice $\underline{\mathbf{A}}.\underline{\mathbf{B}}$ nebyla definována a matice $\underline{\mathbf{B}}.\underline{\mathbf{A}}$ byla definována. Součin $\underline{\mathbf{B}}.\underline{\mathbf{A}}$ spočtěte.

18. Vypočtěte determinanty:

a) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ **b)** $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 9 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 7 & 2 \\ 6 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ **c)** $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 0 \\ 9 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ **d)** $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & -4 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & -2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ **f)** $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

19. Užitím Cramerova pravidla řešte soustavu lineárních rovnic:

a) $\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + x_3 &= 10 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &= 29 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 &= 2 \end{aligned}$ **b)** $\begin{aligned} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 3 \\ 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= 3 \end{aligned}$

20. Řešte soustavu lineárních rovnic:

a) $\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 5 \\ -x_1 + x_2 + 4x_4 &= 6 \end{aligned}$ **, b)** $\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 11 \end{aligned}$ **, c)** $\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 &= 0 \end{aligned}$

d) $\begin{aligned} x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 3x_4 &= 3 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 &= 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 2 \end{aligned}$ **, e)** $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 &= 7 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 11 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 &= 4 \end{aligned}$

f) $\begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 2x_5 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 10x_4 + 5x_5 &= 5 \end{aligned}$

21. Oběma způsoby výpočtu určete matici inverzní k matici $\underline{\mathbf{A}}$:

a) $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ **b)** $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ **c)** $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

22. Jordanovou metodou určete matici inverzní k matici $\underline{\mathbf{A}}$:

a) $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ **b)** $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$

23. Řešte maticovou rovnici: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} . \underline{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}$.

24. Najděte vlastní čísla a vlastní vektory matice $\underline{\mathbf{A}}$:

a) $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 6 & -3 \end{pmatrix}$, **b)** $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

25. Určete definiční obor funkce

a) $f(x) = \sqrt{\sin x} + \dfrac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$, **b)** $f(x) = \sqrt{-x.\cos^2 \dfrac{\pi x}{2}}$, **c)** $f(x) = \sqrt{-\ln(x^2 + 5x + 5)}$

26. Rozhodněte, která z následujících funkcí je lichá a která sudá:

a) $f(x) = |x + 1|$, **b)** $f(x) = \dfrac{\cos x}{x}$, **c)** $f(x) = x^4 - 1$, **d)** $f(x) = \sqrt[3]{x}$

27. Vypočtěte limity:

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$, **b)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x + 2} - \sqrt{2}}{x}$, **c)** $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}$

d) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$, **e)** $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 + 3x + 4}{2x^2 + 5x + 7}$, **f)** $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{5x^3 - x + 3}{x^3 + 6x^2 - 4}$

g) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x + 1}{\sqrt{1 + 2x^2}}$,**h)** $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{2x - 7}{(x - 3)^3}$, **i)** $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2x - 3}{(x - 1)^2}$

28. Derivujte a upravte:

a) $y = (x^2 - 7x + 4)^5$, **b)** $y = \log_2 \dfrac{1 + x}{1 - x}$, **c)** $y = \dfrac{\operatorname{tg} x}{x^2 + 1}$, **d)** $y = \dfrac{\operatorname{arctg} x}{\ln x}$

e) $y = \dfrac{x \cdot e^x}{1 + x^2}$, **f)** $y = \dfrac{x^2 + 1}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \dfrac{x}{2}$, **g)** $y = \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{\dfrac{1 + x}{1 - x}}$, **h)** $y = x^{\operatorname{tg} x}$

29. Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce f(x) v daném bodě T:

a) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$, $T = [0, ?]$, **b)** $f(x) = \dfrac{1 + 3x^2}{3 + x^2}$, $T = [-1, ?]$,

c) $f(x) = \dfrac{\ln x}{1 - \ln x}$, $T = [1, ?]$, **d)** $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$, $T = [1, ?]$

30. Určete intervaly monotonnosti a lokální extrémy funkcí:

a) $y = x^3 - 12x - 6$, **b)** $y = 3 - 2\sqrt[3]{x^2}$, **c)** $y = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$, **d)** $y = x^2 - \ln x^2$

31. Najděte intervaly, na nichž je daná funkce konvexní (respektive konkávní) a určete její inflexní body.

a) $y = x(1-x)^2$, **b)** $y = \dfrac{x}{1+x^2}$, **c)** $y = xe^{\frac{-x^2}{2}}$

32. Užitím l'Hospitalova pravidla vypočtěte následující limity:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^3-2x-1}{5x^3+x^2-x+3}$, **b)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2}}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$, **c)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-2\,\mathrm{arctg}\,x}{x}$, **d)** $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln x}{\ln\sin x}$

e) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{\sin^2 x}\right)$, **f)** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-x-1}{1-\cos x}$, **g)** $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\cot g\, x\right)$, **h)** $\lim\limits_{x\to 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}$

i) $\lim\limits_{x\to 0^+}(\sin x)^{\mathrm{tg}\, x}$, **j)** $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+3\,\mathrm{tg}^2 x\right)^{\cot g^2 x}$

33. Vyšetřete průběh funkce:

a) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$, **b)** $f(x) = -\dfrac{1}{5}x^4 + \dfrac{4}{5}x^3$, **c)** $f(x) = \dfrac{x^3}{3-x^2}$

d) $f(x) = \mathrm{arctg}\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$, **e)** $f(x) = \left(1+x^2\right)e^{-x^2}$, **f)** $f(x) = (x+2)e^{\frac{1}{x}}$

34. Vypočtěte hodnotu diferenciálu funkce f(x) v daném bodě při daném přírůstku neodvisle proměnné:

a) $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x^3-1}$, $x_0 = 2$, $dx = 0{,}001$, **b)** $f(x) = \left(x^2+4x+1\right)\cdot\left(x^2-\sqrt{x}\right)$, $x_0 = 1$, $dx = 0{,}01$

35. Vypočtěte přibližně pomocí diferenciálu:

a) $\mathrm{arctg}\,1{,}05$, **b)** $\sqrt[3]{1{,}02}$

36. Napište rozvoj funkce

a) $f(x) = \ln\cos x$ podle mocnin x do stupně 4.

b) $f(x) = x^{80} - x^{40} + x^{20}$ podle mocnin (x-1) do stupně 2. a spočtěte přibližně f(1,005)

37. Užitím Taylorovy věty vypočtěte $\sqrt{e}$ s chybou menší než 10^{-4} .

1. a) $x \in \mathbf{R} - \{3\}$ **b)** $x \in (-2;2)$ **c)** $x \in \langle -7;5 \rangle$ **d)** $x \in (-\infty;-11) \cup (-2;\infty)$

e) $x \in (2;5)$ f) $x \in (-\infty;-2/3) \cup (1/2;2)$

2. Všechny tři hraniční přímky daných polorovin se protínají v bodě Q=[1;2] a z grafu je patrné, že bod Q je jediným společným bodem daných tří polorovin.

3. a) Aspoň jedno auto je modré a žádné auto není bílé.

b) Aspoň jeden člověk je bez chyby nebo aspoň jeden člověk se nikdy nemýlí.

c) Bude pršet a nepůjdu ani do kina ani do divadla.

d) Odešel nejvýše jeden člověk.

e) Existuje aspoň jeden trojúhelník, ve kterém průsečík os stran nesplývá s průsečíkem os vnitřních úhlů.

f) $\exists x \in \mathbf{N} : \forall y \in \mathbf{N} : y^x \neq y$

4. Úsudek je nesprávný.

6. Označíme výroky takto: P: viníkem je Petr , Q: viníkem je Pavel , R: Pavel nebyl v 11 hodin na místě činu , S : je jasný motiv činu . Úsudek vyjádříme výrokovou formulí: V: $[(P \vee Q) \wedge (P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow S)] \Rightarrow (\neg R \Rightarrow S)$ a ukážeme, že V je tautologie.

7. a) jsou lineárně nezávislé **b)** jsou lineárně závislé

8. a) není **b)** je

9. r = 3

10. ano

11. a) ne **b)** ano

12. např. $\underline{\mathbf{u}}$, (1,0,0,0) , (0,1,0,0) , (0,0,1,0)

13. a) dimW = 3, báze je např. $\underline{\mathbf{a}}$, $\underline{\mathbf{b}}$, $\underline{\mathbf{c}}$

b) dimW = 3, báze je např. $\underline{\mathbf{a}}$, $\underline{\mathbf{b}}$, $\underline{\mathbf{c}}$

14. a) 2 **b)** 3 **c)** 3 **d)** 3

15. a) $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 2 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$, **b)** $\begin{pmatrix} -6 & 3 & 9 \\ 0 & 5 & -4 \\ 4 & 0 & 8 \\ 3 & 7 & -6 \end{pmatrix}$,**c)** $\begin{pmatrix} 15 & -1 & -4 & -4 & 8 \\ 2 & 3 & -1 & 1 & -3 \\ 9 & 1 & 4 & 10 & 16 \\ 30 & 9 & -3 & 9 & 15 \end{pmatrix}$,**d)** $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 15 & -1 \\ 16 & -18 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 & 6 & -2 \\ 7 & -8 & 7 & 13 & -9 \\ -1 & -2 & -1 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ **17.** Např. $\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\underline{\mathbf{B}}.\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

18. a) 7 , **b)** -24 , **c)** 39 , **d)** -2 , **e)** 28 , **f)** -30

19. a) $\underline{\mathbf{x}} = (3,4,5)^T$, **b)** $\underline{\mathbf{x}} = (3/5\ ,\ -6/5\ ,\ 12/5\ ,\ 0)^T$

20. a) $\underline{\mathbf{x}} = (1,-1,2)^T$, **b)** $\underline{\mathbf{x}} = (1,-1,2,1)^T$, **c)** $\underline{\mathbf{x}} = (0,0,0)^T$, **d)** nemá řešení

e) $\underline{\mathbf{x}} = (4,-1,0,0)^T + r.(8,-6,1,0)^T + s.(-7,5,0,1)^T$

f) $\underline{\mathbf{x}} = (-1,3,0,0,0)^T + r.(1,-4,1,0,0)^T + s.(4,-7,0,1,0)^T + t.(1,-3,0,0,1)^T$

21. a) $\frac{1}{36}\begin{pmatrix} 11 & -2 & 5 \\ -17 & 21 & -11 \\ -10 & 6 & 2 \end{pmatrix}$, **b)** $\frac{1}{30}\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -6 & 7 & 8 \\ 6 & 13 & 2 \end{pmatrix}$, **c)** $\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 0 & 6 & -3 \\ -6 & -7 & 17 \\ 3 & -1 & -4 \end{pmatrix}$

22. a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ 31 & -19 & 3 & -4 \\ -23 & 14 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, **b)** $\begin{pmatrix} 22 & -6 & -26 & 17 \\ -17 & 5 & 20 & -13 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 & 3 \end{pmatrix}$

23. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

24. a) $\alpha_1 = 3$, $(0,1,1)^T$; $\alpha_2 = 0$, $(-3,0,2)^T$; $\alpha_3 = -1$, $(1,0,-1)^T$

b) $\alpha_1 = 2$, $(0,0,1)^T$; $\alpha_2 = -2$, $(-16,20,1)^T$; $\alpha_3 = 3$, $(-1,0,1)^T$

25. a) $< 0,3)$, **b)** $(-\infty,0> \cup \{1,3,5,...\}$, **c)** $<-4,\dfrac{-5-\sqrt{5}}{2}) \cup (\dfrac{-5+\sqrt{5}}{2},-1>$

26. a) ani sudá ani lichá , **b)** lichá , **c)** sudá , **d)** lichá

27. a) $\dfrac{3}{2}$, **b)** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$, **c)** $\dfrac{-1}{16}$, **d)** 1 , **e)** $\dfrac{1}{2}$, **f)** 5 , **g)** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, **h)** neex. , **i)** $-\infty$

28. a) $5(2x-7)(x^2-7x+4)^4$, **b)** $\dfrac{2}{\ln 2}\cdot\dfrac{1}{1-x^2}$, **c)** $\dfrac{x^2+1-x\cdot\sin 2x}{(x^2+1)^2\cos^2 x}$,

d) $\dfrac{x\cdot\ln x-(1+x^2)\operatorname{arctg} x}{(x^3+x)\cdot\ln^2 x}$, **e)** $\dfrac{(x^3-x^2+x+1)e^x}{(1+x^2)^2}$, **f)** $x\cdot\operatorname{arctg} x$, **g)** $\dfrac{2}{1-x^4}$,

h) $x^{\operatorname{tg} x}\left(\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}+\dfrac{\ln x}{\cos^2 x}\right)$

29. a) t: $y = x$, n: $y = -x$, **b)** t: $y = -x$, n: $y = x + 2$, **c)** t: $y = x - 1$, n: $y = -x + 1$

b) t: $y = \dfrac{1}{4}x - \dfrac{1}{4}$, n : $y = -4x + 4$

30. a) roste na $(-\infty,-2)$ a na $(2,\infty)$, klesá na (-2,2) , lok.max. y(-2)=10, lok.min. y(2)=-22

b) roste na $(-\infty,0)$, klesá na $(0,\infty)$, lok.max. $y(0) = 3$

c) roste na $(-\infty,0)$ a na $(1,\infty)$, klesá na $(0,1)$, lok.min. $y(1) = e$

d) roste na $(-1,0)$ a na $(1,\infty)$, klesá na $(-\infty,-1)$ a na (0,1), lok.minima y(-1) = y(1) =1

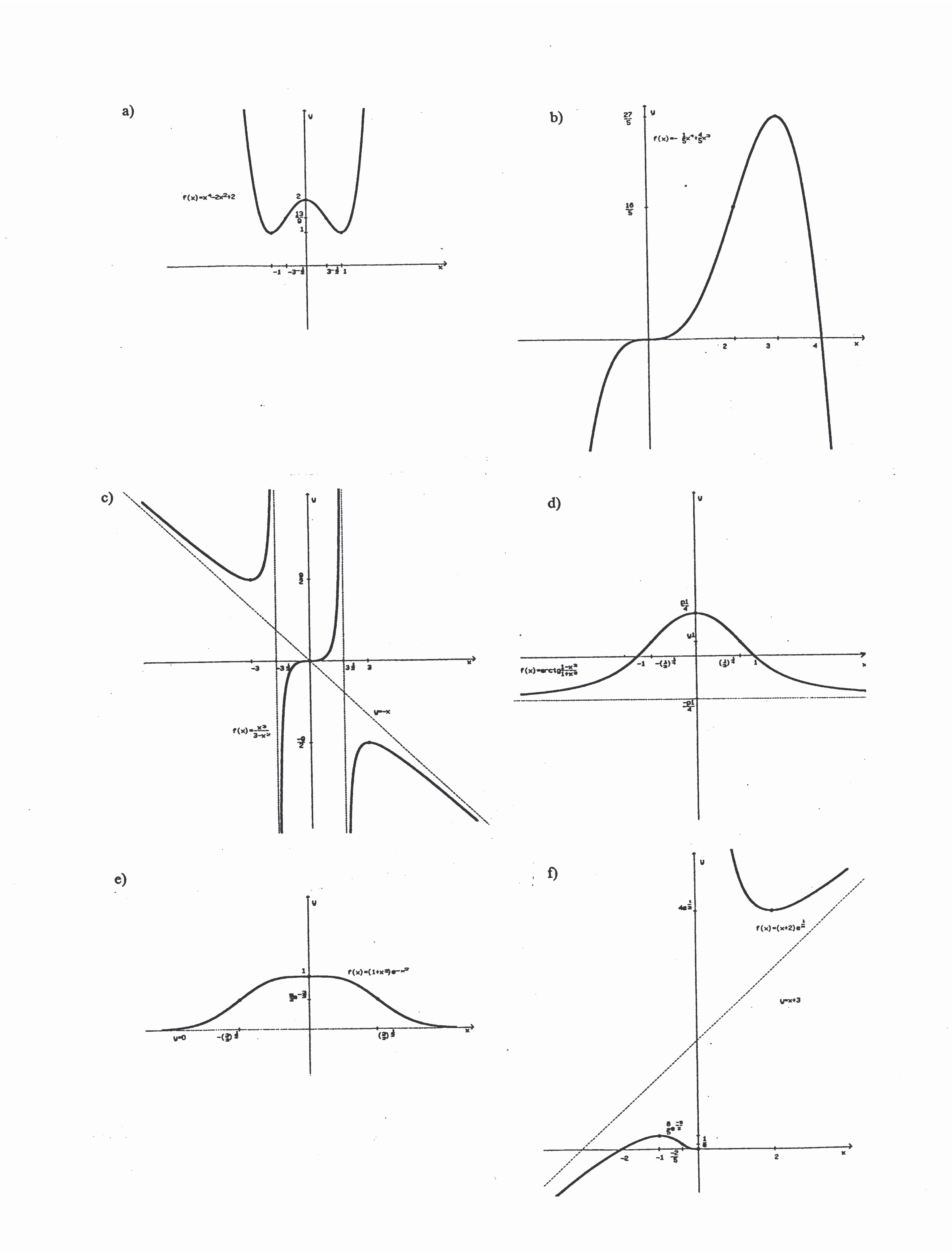
31. a) konkávní na $\left(-\infty,\dfrac{2}{3}\right)$, konvexní na $\left(\dfrac{2}{3},\infty\right)$, inflexe v bodě $x = \dfrac{2}{3}$

b) konkávní na $(-\infty,-\sqrt{3})$ a na $(0,\sqrt{3})$, konvexní na $(-\sqrt{3},0)$ a na $(\sqrt{3},\infty)$, inflexe v bodech $x = -\sqrt{3}$, $x = 0$, $x = \sqrt{3}$.

c) konkávní na $(-\infty,-\sqrt{3})$ a na $(0,\sqrt{3})$, konvexní na $(-\sqrt{3},0)$ a na $(\sqrt{3},\infty)$, inflexe v bodech $x = -\sqrt{3}$, $x = 0$, $x = \sqrt{3}$.

32. a) $\dfrac{4}{5}$, **b)** $\dfrac{2}{3\sqrt[6]{2}}$, **c)** 1 , **d)** 1 , **e)** $-\dfrac{1}{3}$, **f)** 1 , **g)** 0 , **h)** ∞ , **i)** 1 , **j)** e^3

33.



34. a) -0,0004898 , **b)** 0,09 **35.a)** $\frac{\pi}{4}+0{,}025$, **b)** 1,0066

36. a) $-\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{12}$, **b)** $1+60(x-1)+2570(x-1)^2$, $f(1{,}005)=1{,}36425$, **37.** 1,64869