



Základní střední hodnoty

[nezáporných čísel]

Prosté průměry

$$a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n \quad a_i \geq 0$$

- Obecná střední hodnota řádu r :

$$M_r(a) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i^r \right)^{\frac{1}{r}}$$

Prosté průměry

- Aritmetický průměr

$$A(a) = M_1(a)$$

- Kvadratický průměr

$$Q(a) = M_2(a)$$

- Harmonický průměr

$$H(a) = M_{-1}(a)$$

- Geometrický průměr

[limitně pro $a_i > 0$]

$$G(a) = M_0(a)$$

Vážené průměry

- Předpokládejme: $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$ $a_i \geq 0$

a současně: $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n$ $p_i \geq 0$

- Obecná střední hodnota řádu r :

$$M_r(a, p) = \left(\frac{\sum p_i a_i^r}{\sum p_i} \right)^{\frac{1}{r}}$$

Vážené průměry

- Aritmetický průměr

$$A(a, p) = M_1(a, p)$$

- Kvadratický průměr

$$Q(a, p) = M_2(a, p)$$

- Harmonický průměr

$$H(a, p) = M_{-1}(a, p)$$

- Geometrický průměr

[limitně pro $a_i > 0$]

$$G(a, p) = M_0(a, p)$$

- Tyto střední hodnoty jsou HOMOGENNÍ vůči p .

Normování vah

- Předpokládáme $\sum_{i=1}^n p_i = 1$.
(takto normované p_i označíme q_i)

- Aritmetický průměr

$$A(a, q) = M_1(a, q)$$

- Kvadratický průměr

$$Q(a, q) = M_2(a, q)$$

- Harmonický průměr

$$H(a, q) = M_{-1}(a, q)$$

- Geometrický průměr
[limitně pro $a_i > 0$]

$$G(a, q) = M_0(a, q)$$

Vlastnosti průměrů

$$A(a + b) = A(a) + A(b)$$

$$G(a + b) = G(a) + G(b) \quad b = k \cdot a \quad k > 0$$

$$M_r(b) = k \cdot M_r(a) \quad b = k \cdot a \quad k > 0$$

$$G(b) = k \cdot G(a)$$

$$M_r(a) \leq M_r(b) \quad a_i \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Vlastnosti průměrů

$$M_r(a) = \left[A(a^r) \right]^{\frac{1}{r}}$$

$$G(a) = \exp\{A(\log a)\} \quad a_i > 0$$

$$M_{-r}(a) = \frac{1}{M_r\left(\frac{1}{a}\right)}$$

Limitní případy

- V1: $\check{a} = \min a_i < M_r(a) < \max a_i = \hat{a}$

Pokud nejsou všechna a_i konstanty anebo pokud $r < 0$ a některé $a_i = 0$.

- V2: $\lim_{r \rightarrow 0} M_r(a) = G(a)$

- V3: $\lim_{r \rightarrow \infty} M_r(a) = \hat{a}$ $\lim_{r \rightarrow -\infty} M_r(a) = \check{a}$

Důsledky

- D1:
$$M_{-\infty}(a) < M_r(a) < M_{\infty}(a)$$

Pro všechna r konečná a pokud všechna $a_i \neq konst.$ anebo pro $r \leq 0$ a některé $a_i = 0$.

- D2:
$$M_r(a) < M_s(a) < M_t(a)$$

Pro všechna r, s, t taková, že $0 < r < s < t$ a pokud všechna $a_i \neq konst.$

- D3:
$$H(a) < G(a) < A(a)$$

Pokud všechna $a_i \neq konst.$ anebo některá $a_i = 0$.

$$(M_{-1}(a) < M_0(a) < M_1(a))$$