Výpočet inverzní matice

Způsob 1

K čtvercové matici A řádu n existuje jediná inverzní matice A^{-1} řádu n, právě když matice A je regulární, tj. právě když hodnost $h(\mathrm{A}) = n$. Jestliže

$$\mathrm{A} = (a_{ik}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n3} \end{pmatrix} \wedge h(\mathrm{A}) = n,$$

pak

$$\mathrm{B} = (b_{ik}) = \mathrm{A}^{-1} = \frac{1}{A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}^T = \frac{1}{A} adj(\mathrm{A}) = \frac{1}{A}(A_{ki}),$$

kde $A_{ki}(k, i = 1,2,\dots,n)$ je algebraický doplněk prvku a_{ki} matice A, $A = \det \mathrm{A} \neq 0$ je determinant regulární matice A a $adj(\mathrm{A})$ je tzv. *adjungovaná matice* (transponovaná matice algebraických doplňků) *k matici* A, kterou dostaneme tak, že v transponované matici A^T k původní matici $\mathrm{A} = (a_{ik})$ každý prvek a_{ik} nahradíme příslušným algebraickým doplňkem respektive v původní matici $\mathrm{A} = (a_{ik})$ každý prvek a_{ik} nahradíme příslušným algebraickým doplňkem a po té výslednou matici transponujeme.

Algebraickým doplňkem A_{ik} *prvku* a_{ik} *matice* A *řádu* n nazýváme součin subdeterminantu M_{ik} a čísla $(-1)^{i+k}$, tj.

$$A_{ik} = (-1)^{i+k} M_{ik}.$$

Subdeterminantem [minorem] M_{ik} *příslušný prvku* a_{ik} *matice* A *řádu* n nazýváme determinant matice, kterou dostaneme z matice A, vynecháme-li v ní i-tý řádek a k-tý sloupec.

Způsob 2

Gaussova metoda inverze matic. Původní matici A rozšíříme o jednotkovou matici na pravé straně. Eliminační metodou řešíme levou stranu tak dlouho až zde získáme jednotkovou matici (pokud se nám ji nepodaří získat, pak je původní matice regulární). Inverzní matice vzniká díky eliminací levé strany na straně pravé.