

KONEČNÝ(FINÁLNÍ) TVAR EKONOMETRICKÉHO MODELU

KONEČNÝ TVAR je taková forma ekonometrického modelu, u které se na pravých stranách v jednotlivých rovnicích vyskytují (pouze) zpožděné a nezpožděné exogenní proměnné, počáteční zadané hodnoty endogenních proměnných a zpožděné a nezpožděné náhodné složky rovnic¹!

Při odvozování konečného tvaru se vychází buď ze strukturního nebo (*je-li znám*) z redukovaného tvaru. Vyjdeme-li ze strukturního tvaru, rozlišíme v zápisu zpoždění u jednotlivých *exogenních* i *endogenních* proměnných :

$$(I - B)y_t = C_1 y_{t-1} + \dots + C_p y_{t-p} + C_0 z_t + C_{p+1} z_{t-1} + \dots + C_{p+r} z_{t-r} + \varepsilon_t$$

$y_{t[m;1]}$ je vektor m běžných endogenních proměnných soustavy m rovnic

$y_{t-1[m;1]}$ je vektor m endogenních proměnných zpožděných o 1 období

$y_{t-p[m;1]}$ je vektor m endogenních proměnných zpožděných o p období

$z_{t[q;1]}$ je vektor m běžných exogenních proměnných soustavy m rovnic

$z_{t-1[q;1]}$ je vektor m exogenních proměnných zpožděných o 1 období

$z_{t-q[q;1]}$ je vektor m exogenních proměnných zpožděných o r období

$\varepsilon_{t[m;1]}$ je vektor m náhodných složek (*poruch, disturbancí*) soustavy.

$B_{[m,m]}$ je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními proměnnými soustavy

$C_1[m,m]$ je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými a o 1 období zpožděnými endogenními proměnnými soustavy

$C_p[m,m]$ je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými a o p období zpožděnými endogenními proměnnými soustavy

$C_0[m,q]$ je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními a nezpožděnými exogenními proměnnými soustavy

$C_{p+1}[m,q]$ je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními a o 1 období zpožděnými exogenními proměnnými

$C_{p+r}[m,q]$ je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endog. a o r období zpožděnými exogenními proměnnými

S ohledem na skutečnost, že zdaleka ne ve všech rovnicích se budou vyskytovat vysvětlující proměnné se (všemi) proměnnými, bude v reálných situacích převážná část prvků matic $C_1, \dots, C_p, C_0, C_{p+1}, \dots, C_{p+r}$ nulových.

¹ Konečný tvar je jediná z forem ekonometrického modelu, u níž se ukazuje jako vhodnější přijmout členění modelových proměnných: *exogenní* a *endogenní*, nikoliv jinak obvyklejší členění na *běžné endogenní* a *predeterminované*.

Řešením tohoto modelu dostaneme redukováný tvar

$$y_t = (I - B)^{-1} [C_1 y_{t-1} + \dots + C_p y_{t-p} + C_0 z_t + C_{p+1} z_{t-1} + \dots + C_{p+r} z_{t-r} + \varepsilon_t]$$

neboli jinak zapsáno (2)

$$y_t = \Pi_1 \cdot y_{t-1} + \dots + \Pi_p y_{t-p} + \Pi_0 z_t + \Pi_{p+1} z_{t-1} + \dots + \Pi_{p+r} z_{t-r} + v_t, \text{ kde}$$

$$\Pi_1 = (I - B)^{-1} C_1, \Pi_p = (I - B)^{-1} C_p, \Pi_0 = (I - B)^{-1} C_0, \Pi_{p+1} = (I - B)^{-1} C_{p+1}$$

$$v_t = (I - B)^{-1} \varepsilon_t.$$

Nyní ukážeme, jak přejdeme ke konečnému tvaru modelu. Stačí přitom vyjít z jednoduchého zápisu redukováného tvaru

$$y_t = \Pi_1 \cdot y_{t-1} + \Pi_0 z_t + v_t \quad (4)$$

(zapíšeme ho ve vektorovém vyjádření bez pozorování)

$$\begin{pmatrix} y_1^t \\ y_2^t \\ \dots \\ y_m^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_{11}^1 & \pi_{12}^1 & \dots & \pi_{1m}^1 \\ \pi_{21}^1 & \pi_{22}^1 & \dots & \pi_{2m}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_{m1}^1 & \pi_{m2}^1 & \dots & \pi_{mm}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1^{t-1} \\ y_2^{t-1} \\ \dots \\ y_m^{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi_{11}^0 & \pi_{12}^0 & \dots & \pi_{1q}^0 \\ \pi_{21}^0 & \pi_{22}^0 & \dots & \pi_{2q}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_{m1}^0 & \pi_{m2}^0 & \dots & \pi_{mq}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1^t \\ z_2^t \\ \dots \\ z_q^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1^t \\ v_2^t \\ \dots \\ v_m^t \end{pmatrix} \quad (5)$$

Opakovaným dosazováním eliminujeme z této diferenční rovnice postupně všechny zpožděné endogenní proměnné y_{t-1} , y_{t-2} atd. Dosazením za y_{t-1} nejprve dostaneme

$$y_t = \Pi_0 z_t + v_t + \Pi_1 \cdot (\Pi_0 z_{t-1} + v_{t-1} + \Pi_1 y_{t-2}) \quad (6)$$

Po dalším dosazení za y_{t-2} získáme

$$y_t = \Pi_0 z_t + v_t + \Pi_1 \cdot (\Pi_0 z_{t-1} + v_{t-1} + \Pi_1 (\Pi_0 z_{t-2} + v_{t-2} + \Pi_1 y_{t-3})) \quad (7)$$

atd. až tímto vylučovacím postupem dospějeme ke konečnému tvaru

$$y_t = \Pi_0 z_t + \Pi_1 \Pi_0 z_{t-1} + \Pi_1^2 \Pi_0 z_{t-2} + \dots + \Pi_1^{t-1} \Pi_0 z_1 + v_t + \Pi_1 \cdot v_{t-1} + \Pi_1^2 \cdot v_{t-2} + \dots + \Pi_1^{t-1} \cdot v_1 + \Pi_1^t \cdot y_0 \quad (8)$$

V tomto konečném tvaru (8) je vektor vysvětlovaných běžných endogenních proměnných vyjádřen pomocí maticových transformací nezpožděné z_t a zpožděných exogenních proměnných z_{t-1} , z_{t-2} , ..., z_1 , dále nezpožděné a zpožděných náhodných složek v_{t-1} , v_{t-2} , ..., v_1 a vektoru počátečních hodnot endogenních proměnných y_0 .

Poznámka: I kdybychom vyšli z obecnějšího tvaru než je (4), nedostali bychom po eliminacích v principu komplikovanější výraz, než je (8). Pokud bychom vyšli z obecného tvaru (3), dostali bychom nepřehledný výraz (jako obdobu (8)), ve kterém by vystupovaly matice $\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_p$ a dále matice $\Pi_{p+1}, \Pi_{p+2}, \dots, \Pi_{p+r}$ obecně ve velmi spleťtých maticových násobcích. Nepřibily by však již žádné další **vektory proměnných**.

Konečný tvar (8) lze zapsat v úspornějším vyjádření se sumacemi

$$y_t = \Pi_1^t \cdot y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \Pi_1^j \Pi_0 z_{t-j} + \sum_{j=0}^{t-1} \Pi_1^j v_{t-j} \quad (8a)$$

Vidíme, že ve vyjádření vektoru vysvětlovaných běžných endogenních proměnných vystupují maticové násobky : t -tá mocnina matice Π_1 , atd.

Aby však model vykazoval stabilitu v čase (tzn. aby mnohonásobné maticové součiny nevedly ke stále vyšším a vyšším hodnotám), je třeba, aby byla splněna podmínka, že pro $t \rightarrow +\infty$ musí platit $\lim \Pi_1^t = 0_{[m;m]}$. Jinak by nastal **explozivní vývoj**, matice by měly stále větší prvky a v důsledku toho by neomezeně rostly hodnoty ve vektoru endogenních proměnných. Ke splnění této podmínky je nutné, aby měla matice Π_1 všechna vlastní čísla v absolutní hodnotě menší

než 1, tzn. $|\lambda_i| < 1$ pro každý kořen charakteristické rovnice $|\Pi_1 - \lambda I_m| = 0$.

Koeficienty u jednotlivých veličin pravé strany mají charakter multiplikátorů :

matice Π_0 obsahuje přímé (též běžné) multiplikátory vyjadřující vliv jednotkové změny exogenních proměnných z_t v období t na endogenní proměnné obsažené ve vektoru y_t

součin $\Pi_1 \Pi_0$ obsahuje dynamické multiplikátory zpožděné o 1 období udávající průměrnou sílu reakce y_t na jednotkové změny vektoru exogenních proměnných v (předcházejícím) období $t-1$.

součiny $\Pi_1^r \Pi_0$ obsahují dynamické multiplikátory zpožděné o r období a vyjadřují průměrný vliv exogenní proměnné z_{t-r} na y_t .

Součty $\sum_{j=1}^{r-1} \Pi_1^j \Pi_0$ jsou krátkodobé, resp. střednědobé multiplikátory

(též přechodné multiplikátory) a vyjadřují kumulovaný účinek jednotkové změny vektoru exogenních proměnných z_{t-r} na y_t .

V součtu $\sum_{j=1}^{\infty} \Pi_1^j \Pi_0$ jsou dlouhodobé multiplikátory (též celkové multiplikátory)

vyjadřující souhrnný účinek (za všechna období) jednotkové změny vektoru exogenních proměnných z_{t-r} na y_t . Nutnou podmínkou existence těchto multiplikátorů (též rovnovážných) je konvergence posloupnosti matic Π_1^r pro $r \rightarrow \infty$.