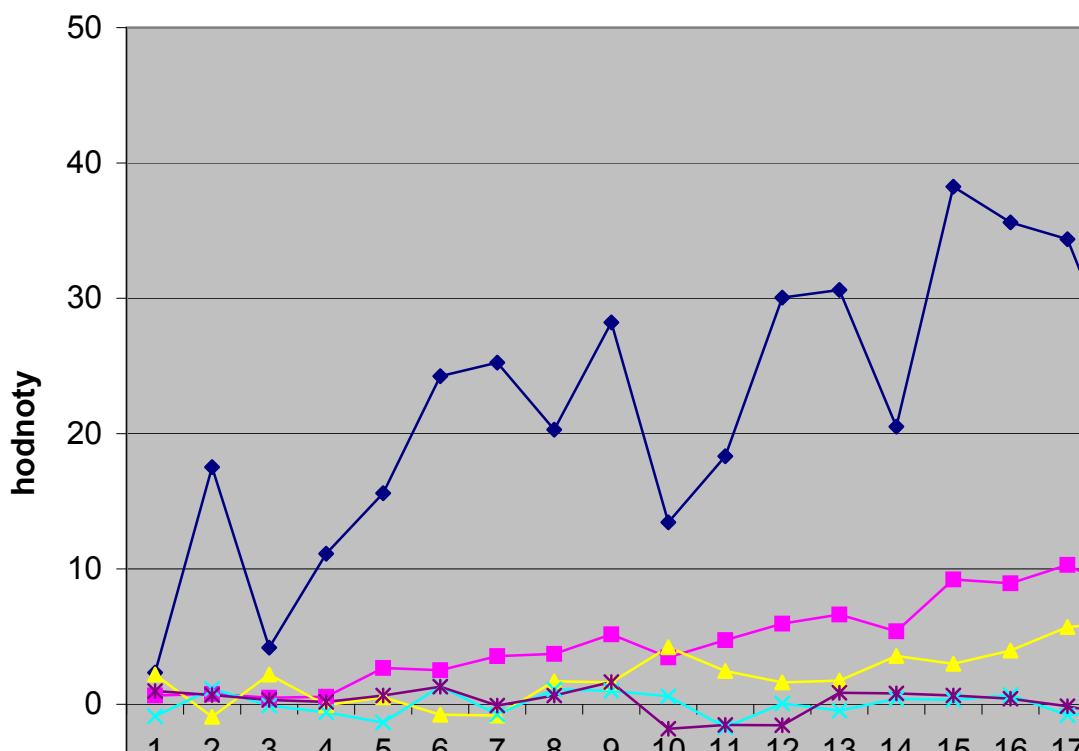


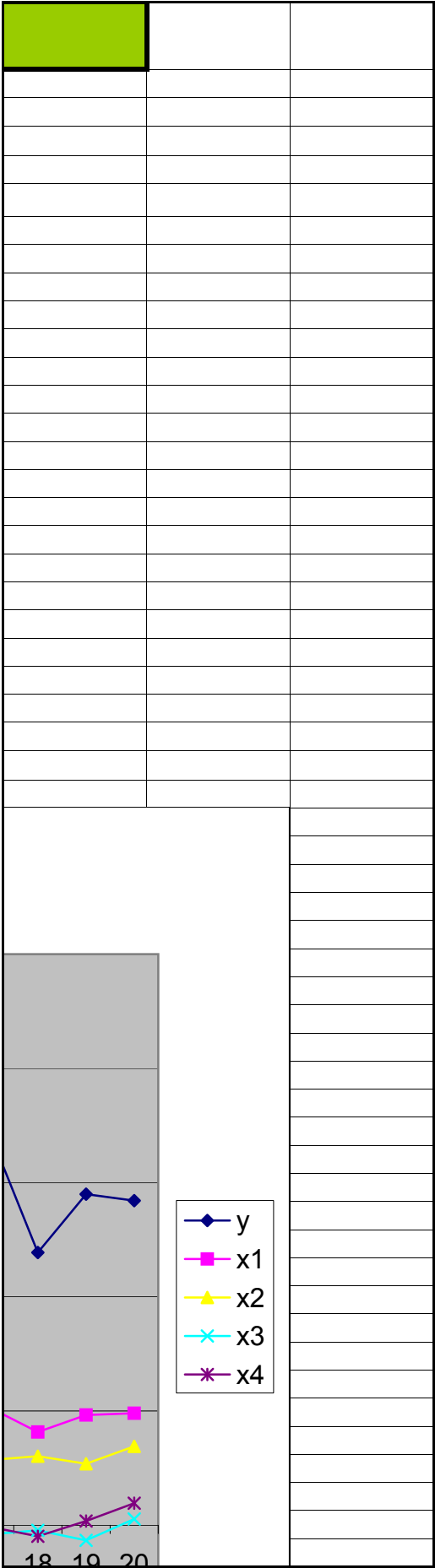
# Příklad použití lineární regrese: data

logický čas t	vysvětlovaná: y	světlující veličiny: x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
1	2,33	0,65	2,19	-0,89	0,97
2	17,52	0,76	-0,93	1,14	0,68
3	4,18	0,48	2,19	-0,1	0,31
4	11,12	0,55	-0,08	-0,6	0,17
5	15,6	2,68	0,51	-1,35	0,65
6	24,24	2,51	-0,78	1,32	1,3
7	25,24	3,56	-0,83	-0,75	-0,1
8	20,29	3,72	1,7	1,09	0,65
9	28,21	5,16	1,61	0,99	1,64
10	13,44	3,46	4,22	0,59	-1,82
11	18,33	4,74	2,46	-1,71	-1,53
12	30,05	5,95	1,61	0,05	-1,56
13	30,61	6,63	1,75	-0,48	0,84
14	20,52	5,39	3,57	0,41	0,8
15	38,24	9,22	2,99	0,32	0,64
16	35,61	8,94	3,97	0,68	0,41
17	34,36	10,29	5,71	-0,81	-0,15
18	23,87	8,16	6,04	-0,46	-0,97
19	28,98	9,64	5,37	-1,33	0,36
20	28,41	9,8	6,9	0,54	1,92

## Modelované veličiny









## Příklad použití lineární regrese: první model

### Model

K vysvětlení se použijí pouze veličiny  $x_1$  až  $x_3$ .

Model má tvar:  $y_t = b_0 + b_1 x_{t1} + b_2 x_{t2} + b_3 x_{t3} + e_t$ .

pozorované hodnoty modelových proměnných				
t	y	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	2,33	0,65	2,19	-0,89
2	17,52	0,76	-0,93	1,14
3	4,18	0,48	2,19	-0,1
4	11,12	0,55	-0,08	-0,6
5	15,6	2,68	0,51	-1,35
6	24,24	2,51	-0,78	1,32
7	25,24	3,56	-0,83	-0,75
8	20,29	3,72	1,7	1,09
9	28,21	5,16	1,61	0,99
10	13,44	3,46	4,22	0,59
11	18,33	4,74	2,46	-1,71
12	30,05	5,95	1,61	0,05
13	30,61	6,63	1,75	-0,48
14	20,52	5,39	3,57	0,41
15	38,24	9,22	2,99	0,32
16	35,61	8,94	3,97	0,68
17	34,36	10,29	5,71	-0,81
18	23,87	8,16	6,04	-0,46
19	28,98	9,64	5,37	-1,33
20	28,41	9,8	6,9	0,54

parametry:	Odhady parametrů a dc	
	$b_3$	$b_2$
$b_i$	1,9023	-3,1069
$sb_i$	0,2434	0,1454
$R^2, s$	0,9921	0,9582
FR, n-k-1	669,1220	16,0000
	1842,8767	14,6889
$ b_i /sb_i$	7,8148	21,3667

Model je statisticky významný, protože FR (669)  
Parametry jsou také statisticky významné, pro

### Ověření splnění podmínek lineární regrese

t	yv	e	$e^2$	$e^3$	$e^4$	$e_t - e_{t-1}$
1	3,3836	-1,0536	1,1101	-1,1697	1,2324	1,1766
2	17,3970	0,1230	0,0151	0,0019	0,0002	-0,1212
3	4,1782	0,0018	0,0000	0,0000	0,0000	0,5468
4	10,5714	0,5486	0,3010	0,1651	0,0906	-1,1337
5	16,1850	-0,5850	0,3423	-0,2002	0,1172	0,2613
6	24,5638	-0,3238	0,1048	-0,0339	0,0110	0,4081
7	25,1557	0,0843	0,0071	0,0006	0,0001	-1,2562
8	21,4619	-1,1719	1,3734	-1,6095	1,8862	1,8317
9	27,5503	0,6597	0,4353	0,2872	0,1895	1,1820
10	11,5982	1,8418	3,3921	6,2475	11,5066	-1,5354
11	18,0236	0,3064	0,0939	0,0288	0,0088	0,6904
12	29,0532	0,9968	0,9936	0,9904	0,9872	-0,8297
13	30,4429	0,1671	0,0279	0,0047	0,0008	-0,9627
14	21,3156	-0,7956	0,6329	-0,5035	0,4006	0,1337
15	38,9019	-0,6619	0,4381	-0,2900	0,1919	0,8964
16	35,3755	0,2345	0,0550	0,0129	0,0030	1,3664

17	32,7591	1,6009	2,5629	4,1030	6,5686	-1,2571
18	23,5262	0,3438	0,1182	0,0407	0,0140	-1,4822
19	30,1184	-1,1384	1,2960	-1,4753	1,6795	-0,0402
20	29,5886	-1,1786	1,3891	-1,6372	1,9297	
součty:			14,6889	4,9633	26,8177	

### Test normality reziduí

A3	0,3943	var A3	0,2236	norm test	test A3	0,8338
A4	-0,5142	var A4	0,5792	1,9600	test A4	0,3002

### Test autokorelace reziduí Durbin-Watsonův

DW 1,39321

### Test homoskedasticity reziduí Goldfeld-Quandtův

t	y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	e	e <sup>2</sup>	
3	4,18	0,48	2,19	-0,1	0,0018	0,0000	SSE1
4	11,12	0,55	-0,08	-0,6	0,5486	0,3010	SSE2
1	2,33	0,65	2,19	-0,89	-1,0536	1,1101	SSE2/SSE1
2	17,52	0,76	-0,93	1,14	0,1230	0,0151	teoret.hodn
6	24,24	2,51	-0,78	1,32	-0,3238	0,1048	
5	15,6	2,68	0,51	-1,35	-0,5850	0,3423	
10	13,44	3,46	4,22	0,59	1,8418	3,3921	
7	25,24	3,56	-0,83	-0,75	0,0843	0,0071	
8	20,29	3,72	1,7	1,09	-1,1719	1,3734	Vynechávaná 4 prostřední pozo
11	18,33	4,74	2,46	-1,71	0,3064	0,0939	Vynechávaná 4 prostřední pozo
9	28,21	5,16	1,61	0,99	0,6597	0,4353	Vynechávaná 4 prostřední pozo
14	20,52	5,39	3,57	0,41	-0,7956	0,6329	Vynechávaná 4 prostřední pozo
12	30,05	5,95	1,61	0,05	0,9968	0,9936	F-rozdělení s $(T-T_2-2(k+1))/2$ a (
13	30,61	6,63	1,75	-0,48	0,1671	0,0279	
18	23,87	8,16	6,04	-0,46	0,3438	0,1182	
16	35,61	8,94	3,97	0,68	0,2345	0,0550	
15	38,24	9,22	2,99	0,32	-0,6619	0,4381	
19	28,98	9,64	5,37	-1,33	-1,1384	1,2960	
20	28,41	9,8	6,9	0,54	-1,1786	1,3891	
17	34,36	10,29	5,71	-0,81	1,6009	2,5629	

Razeno vzestupně podle hodnot proměnné x<sub>1</sub>

Doprovodné statistiky:	
$b_1$	$b_0$
4,1659	9,1729
0,1007	0,3986
#N/A	#N/A
#N/A	#N/A
#N/A	#N/A
41,3735	23,0147

Vyhodnocení testů		
alfa	t-test	FR-test
0,05	2,1199	3,2389

n
20

0,122) je větší než FR-test (3,238867).  
 protože  $|b_1/sb_1|$  je větší než hodnota t-testu (2,119905).

$(e_t - e_{t-1})^2$
1,3844
0,0147
0,2990
1,2852
0,0683
0,1666
1,5781
3,3550
1,3972
2,3573
0,4766
0,6883
0,9268
0,0179
0,8036
1,8670

1,5802
2,1970
0,0016
20,4647

Spočtená hodnota Durbin-Watsonova koeficientu autokorelace 1,393 spadá do pásma neurčitosti, kde je  $d_L=1,00$ ,  $d_U=1,68$

5,2726
6,8809
1,3050
6,3882

Protože podíl  $SSE_2/SSE_1$  je menší než teoretická hodnota F-rozdělení o 4 a 4 stupních volnosti na hladině  $\alpha = 0,05$ ; není proto důvod zamítnout hypotézu homoskedasticity

rování	T=	20
rování	T2=	4
rování	$2*(k+1)=$	8
rování	d.f.=	4
T-T <sub>2</sub> -2(k+1))/2 stupni volnosti		



# Příklad použití lineární regrese: rozš

## Model

K vysvětlení se použijí všechny veličiny  $x_1$  až  $x_4$ .

Model má tvar:  $y_t = b_0 + b_1 x_{t1} + b_2 x_{t2} + b_3 x_{t3} + b_4 x_{t4} + e_t$ .

t	y	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Odhady parametrů a dop	
1	2,33	0,65	2,19	-0,89	0,97	parametry	$b_4$ $b_3$
2	17,52	0,76	-0,93	1,14	0,68	$b_i$	-0,6242 2,1429
3	4,18	0,48	2,19	-0,1	0,31	$sb_i$	0,1753 0,1970
4	11,12	0,55	-0,08	-0,6	0,17	$R^2, s$	0,9957 0,7285
5	15,6	2,68	0,51	-1,35	0,65	FR, n-k-1	871,3371 15,0000
6	24,24	2,51	-0,78	1,32	1,3		1849,6054 7,9602
7	25,24	3,56	-0,83	-0,75	-0,1		
8	20,29	3,72	1,7	1,09	0,65	$ b_i /sb_i$	3,5608 10,8764
9	28,21	5,16	1,61	0,99	1,64		
10	13,44	3,46	4,22	0,59	-1,82		
11	18,33	4,74	2,46	-1,71	-1,53		Model je statisticky významný, proto
12	30,05	5,95	1,61	0,05	-1,56		Parametry jsou také statisticky významné
13	30,61	6,63	1,75	-0,48	0,84		
14	20,52	5,39	3,57	0,41	0,8		
15	38,24	9,22	2,99	0,32	0,64		
16	35,61	8,94	3,97	0,68	0,41		Test, zda přidání param
17	34,36	10,29	5,71	-0,81	-0,15		F12 F12-test
18	23,87	8,16	6,04	-0,46	-0,97		1,7300 2,3849
19	28,98	9,64	5,37	-1,33	0,36		
20	28,41	9,8	6,9	0,54	1,92		Neprokázalo set, že by přidání da

## Vypovídací schopnost jednoc

směrodatné odchylky proměnných:	$S_y$	$S_{x1}$
	9,8877	3,3577
odhadnuté regresní koeficienty:		$b_1$
		4,1996
absolutní korelace se závisle proměnnou:		$ \text{cor}(y, x_1) $
		1,4261
beta koeficienty:		beta1
		58,50%

Proměnné  $x_1$  až  $x_4$  se na vysvětlení  
Vliv proměnné  $x_4$  je tedy celkem z

Ověření splnění podmínek lineární regrese								
t	yv	e	e <sup>2</sup>	e <sup>3</sup>	e <sup>4</sup>	e <sub>t</sub> - e <sub>t-1</sub>		
1	2,6104	-0,2804	0,0786	-0,0221	0,0062	0,3288		
2	17,4716	0,0484	0,0023	0,0001	0,0000	0,1303		
3	4,0014	0,1786	0,0319	0,0057	0,0010	0,4504		
4	10,4910	0,6290	0,3957	0,2489	0,1566	-0,6922		
5	15,6632	-0,0632	0,0040	-0,0003	0,0000	-0,0420		
6	24,3452	-0,1052	0,0111	-0,0012	0,0001	-0,0057		
7	25,3509	-0,1109	0,0123	-0,0014	0,0002	-1,0947		
8	21,4957	-1,2057	1,4536	-1,7526	2,1131	2,4202		
9	26,9955	1,2145	1,4751	1,7915	2,1759	-0,6782		
10	12,9037	0,5363	0,2876	0,1543	0,0827	-0,9423		
11	18,7360	-0,4060	0,1649	-0,0669	0,0272	0,1598		
12	30,2962	-0,2462	0,0606	-0,0149	0,0037	0,7809		
13	30,0753	0,5347	0,2859	0,1529	0,0817	-1,0583		
14	21,0436	-0,5236	0,2742	-0,1436	0,0752	-0,1059		
15	38,8695	-0,6295	0,3962	-0,2494	0,1570	0,7305		
16	35,5090	0,1010	0,0102	0,0010	0,0001	1,4273		
17	32,8316	1,5284	2,3359	3,5700	5,4563	-1,7630		
18	24,1047	-0,2347	0,0551	-0,0129	0,0030	-0,5300		
19	29,7446	-0,7646	0,5847	-0,4470	0,3418	0,5637		
20	28,6109	-0,2009	0,0404	-0,0081	0,0016			
součty :			7,9602	3,2041	10,6833			
<b>Test normality reziduí</b>								
A3	0,6380	var A3	0,2236	norm test		test A3	1,3493	
A4	0,3720	var A4	0,5792	1,9600		test A4	0,8642	
<b>Test autokorelace reziduí Durbin-Watsonův</b>								
DW	2,1679							
<b>Test homoskedasticity reziduí Goldfeld-Quandtův</b>								
	y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	e	e <sup>2</sup>	
3	4,18	0,48	2,19	-0,1	0,31	0,1786	0,0319	
4	11,12	0,55	-0,08	-0,6	0,17	0,6290	0,3957	
1	2,33	0,65	2,19	-0,89	0,97	-0,2804	0,0786	
2	17,52	0,76	-0,93	1,14	0,68	0,0484	0,0023	
6	24,24	2,51	-0,78	1,32	1,3	-0,1052	0,0111	
5	15,6	2,68	0,51	-1,35	0,65	-0,0632	0,0040	
10	13,44	3,46	4,22	0,59	-1,82	0,5363	0,2876	
7	25,24	3,56	-0,83	-0,75	-0,1	-0,1109	0,0123	
8	20,29	3,72	1,7	1,09	0,65	-1,2057	1,4536	Vynechávaná 4
11	18,33	4,74	2,46	-1,71	-1,53	-0,4060	0,1649	Vynechávaná 4
9	28,21	5,16	1,61	0,99	1,64	1,2145	1,4751	Vynechávaná 4
14	20,52	5,39	3,57	0,41	0,8	-0,5236	0,2742	Vynechávaná 4
12	30,05	5,95	1,61	0,05	-1,56	-0,2462	0,0606	F-rozdělení s (T-

13	30,61	6,63	1,75	-0,48	0,84	0,5347	0,2859	
18	23,87	8,16	6,04	-0,46	-0,97	-0,2347	0,0551	
16	35,61	8,94	3,97	0,68	0,41	0,1010	0,0102	
15	38,24	9,22	2,99	0,32	0,64	-0,6295	0,3962	
19	28,98	9,64	5,37	-1,33	0,36	-0,7646	0,5847	
20	28,41	9,8	6,9	0,54	1,92	-0,2009	0,0404	
17	34,36	10,29	5,71	-0,81	-0,15	1,5284	2,3359	
		Řazeno vzestupně podle hodnot proměnné $x_1$						

# Řešený model

Provodné statistiky:			Vyhodnocení testů :		
b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	alfa	t-test	FR-test
-3,1629	4,1996	9,3200	0,05	2,1314	3,2874
0,1117	0,0771	0,3058			
#N/A	#N/A	#N/A	n		
#N/A	#N/A	#N/A	20		
#N/A	#N/A	#N/A			
28,3246	54,4441	30,4743			

že FR (871,3371) je větší než FR-test (3,238867).  
znamné, protože |b<sub>1</sub>/s<sub>b1</sub> je větší než hodnota t-testu (2,119905).

etru zlepšilo vypovídací schopnost modelu

ší proměnné statisticky významně zlepšilo shodu modelu s daty.

ktivých vysvětlujících proměnných - Beta koeficienty

s <sub>x2</sub>	s <sub>x3</sub>	s <sub>x4</sub>	
2,3412	0,9128	1,0310	
b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	
-3,1629	2,1429	-0,6242	
cor(y,x <sub>2</sub> )	cor(y,x <sub>3</sub> )	cor(y,x <sub>4</sub> )	suma(cor(.))
0,7489	0,1978	0,0651	2,4379
beta2	beta3	beta4	suma(beta)
30,72%	8,11%	2,67%	1,0000

ní rozptylu veličiny y podílejí po řadě 58,5%, 30,72%, 8,11% a 2,67%.  
anedbatelný.

	$(e_t - e_{t-1})^2$						
	0,1081						
	0,0170						
	0,2029						
	0,4792						
	0,0018						
	0,0000						
	1,1985						
	5,8574						
	0,4600						
	0,8880						
	0,0255						
	0,6098						
	1,1200						
	0,0112						
	0,5336						
	2,0373						
	3,1082						
	0,2809						
	0,3178						
	17,2570						
Spočtená hodnota Durbin-Watsonova koeficientu autokorelace 2,1679 naznačuje neautokorelovanost reziduí							
S1	0,8236						
S2	3,7689						
F21	4,5763	Protože podíl SSE2/SSE1 je menší než teoretická hodnota F-rozdělení o 3 a 3 stupních volnosti na hladině alfa = 0,05;					
F test	9,2766	není proto důvod zamítnout hypotézu homoskedasticity.					
prostřední pozorování		T=	20				
prostřední pozorování		T2=	4				
prostřední pozorování		2*(k+1)=	10				
prostřední pozorování		d.f.=	3				
$T_2 - 2(k+1)/2$ a $(T - T_2 - 2(k+1))/2$ stupni volnosti							

# Příklad použití lineární regrese: předp

## Model

K vysvětlení se použijí pouze veličiny  $x_1$  až  $x_3$ .

Model má tvar:  $y_t = b_0 + b_1 x_{t1} + b_2 x_{t2} + b_3 x_{t3} + e_t$ .

t	y	konst.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	intervaly spolehlivosti poz	
						yv	yv <sub>d</sub>
1	2,33	1	0,65	2,19	-0,89	3,3836	1,3524
2	17,52	1	0,76	-0,93	1,14	17,3970	15,3658
3	4,18	1	0,48	2,19	-0,1	4,1782	2,1470
4	11,12	1	0,55	-0,08	-0,6	10,5714	8,5402
5	15,6	1	2,68	0,51	-1,35	16,1850	14,1538
6	24,24	1	2,51	-0,78	1,32	24,5638	22,5326
7	25,24	1	3,56	-0,83	-0,75	25,1557	23,1245
8	20,29	1	3,72	1,7	1,09	21,4619	19,4307
9	28,21	1	5,16	1,61	0,99	27,5503	25,5191
10	13,44	1	3,46	4,22	0,59	11,5982	9,5670
11	18,33	1	4,74	2,46	-1,71	18,0236	15,9924
12	30,05	1	5,95	1,61	0,05	29,0532	27,0220
13	30,61	1	6,63	1,75	-0,48	30,4429	28,4117
14	20,52	1	5,39	3,57	0,41	21,3156	19,2844
15	38,24	1	9,22	2,99	0,32	38,9019	36,8707
16	35,61	1	8,94	3,97	0,68	35,3755	33,3443
17	34,36	1	10,29	5,71	-0,81	32,7591	30,7279
18	23,87	1	8,16	6,04	-0,46	23,5262	21,4950
19	28,98	1	9,64	5,37	-1,33	30,1184	28,0872
20	28,41	1	9,8	6,9	0,54	29,5886	27,5574

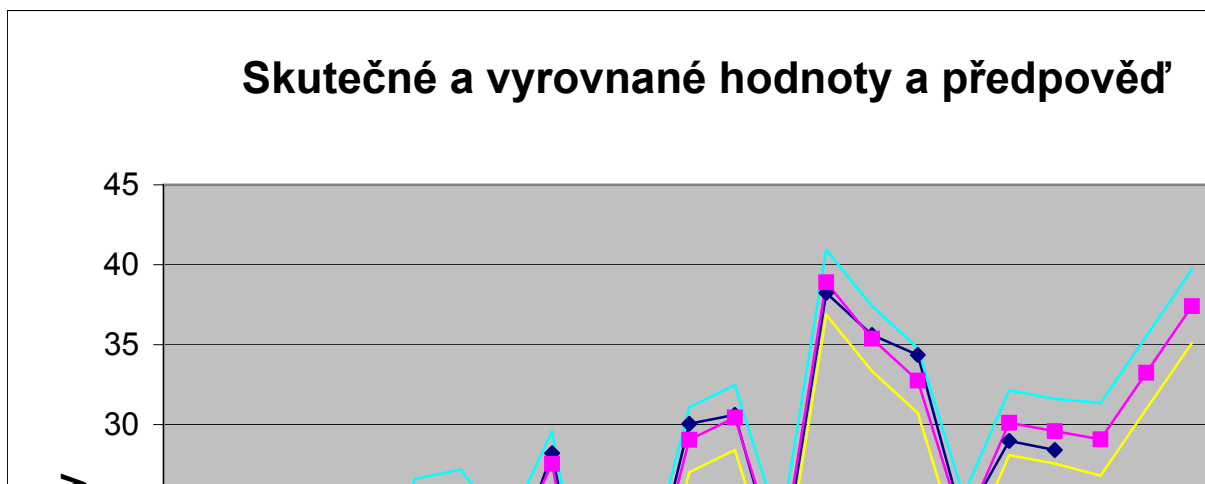
střed dolní mez

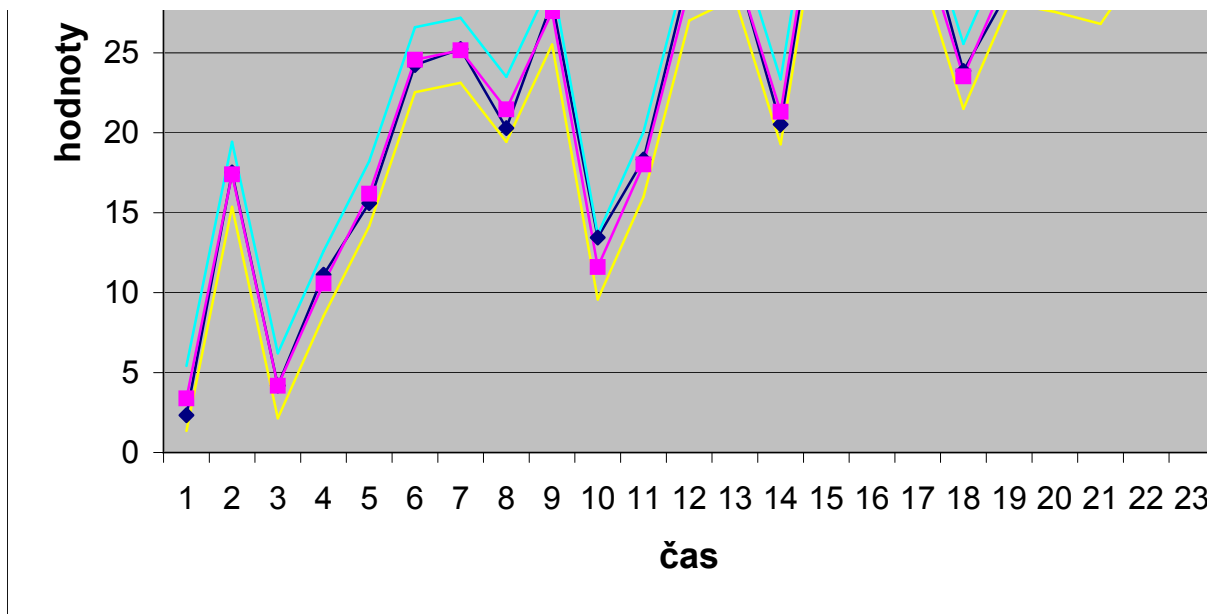
## Předpovědi:

$t_p$	konst.	$x_{1p}$	$x_{2p}$	$x_{3p}$	intervaly spolehlivosti přeč	
					yp	yp <sub>d</sub>
21	1	10	7	0	29,0839	26,8130
22	1	11	7	0	33,2498	30,9698
23	1	12	7	0	37,4158	35,1067

střed dolní mez

## Skutečné a vyrovnané hodnoty a předpověď





# ověř' prvního modelu

or. hodnot

$yv_n$	$f_t$
5,4148	1,00
19,4282	1,00
6,2094	1,00
12,6026	1,00
18,2162	1,00
26,5950	1,00
27,1869	1,00
23,4931	1,00
29,5814	1,00
13,6294	1,00
20,0548	1,00
31,0844	1,00
32,4741	1,00
23,3468	1,00
40,9331	1,00
37,4067	1,00
34,7903	1,00
25,5574	1,00
32,1496	1,00
31,6198	1,00

horní mez

dp. hodnot

$yp_n$	
31,3547	1,1180
35,5299	1,1225
39,7248	1,1368

horní mez

s
0,9582
$t_{n-k-1}(\text{alfa})$
2,1199
alfa
0,05

ověř'

