

## REDUKOVANÝ TVAR EKONOMETRICKÉHO MODELU

**REDUKOVANÝ TVAR** modelu je taková forma ekonometrického modelu, v níž každá rovnice popisuje závislost jediné běžné endogenní proměnné toliko na predeterminovaných proměnných a na náhodných složkách modelu. **Koeficienty**, které tento tvar obsahuje, **vyjadřují přímo kvantitativní závislosti vysvětlovaných běžných endogenních proměnných na vysvětlujících predeterminovaných proměnných.**

Matematický zápis redukovaného tvaru závisí na tom, zda výchozí strukturní tvar zapíšeme v „symbolickém tvaru“ nebo v zápise „s pozorováními“ a rovněž na tom, který ze zápisů strukturního tvaru uijeme.

### 1. Redukovaný tvar odvozený ze strukturního zapsaného „symbolicky“

Vzme-li strukturní tvar v podobě

$$(1) \quad y = B \cdot y + C \cdot x + \varepsilon, \text{ potom}$$

dospějeme k redukovanému tvaru převedením matice běžných endogenních proměnných nalevo a násobením vzniklého vztahu zleva maticí  $(I - B)^{-1}$ , o níž jsme dříve předpokládali, že je regulární: Dostaneme

$$(2) \quad y = (I - B)^{-1} Cx + (I - B)^{-1} \varepsilon, \text{ v němž}$$

jednotlivé výrazy jsou sloupcovými vektory, jak je patrné z dimenzí jednotlivých výrazů

$$y_{[m,1]} = (I - B)^{-1}_{[m,m]} C_{[m,q]} x_{[q,1]} + (I - B)^{-1}_{[m,m]} \varepsilon_{[m,1]}$$

**Redukovaný tvar** zapsaný „symbolicky“ lze zapsat typičtěji jako

$$(3) \quad y = \Pi x + v, \text{ v němž}$$

$$(4A) \quad \Pi = (I - B)^{-1} C \text{ je matice parametrů redukovaného tvaru rozměrů } [m;q].$$

$$(4B) \quad v = (I - B)^{-1} \varepsilon \text{ je vektor náhodných složek reduk. tvaru rozměrů } [m;1].$$

Poznámka

## 2. Redukovaný tvar odvozený ze strukturního zapsaného „v pozorováních“

Vyjdeme-li ze strukturního tvaru modelu zapsaného „v pozorováních“ jako :

$$(11) \quad Y = Y.B + X.C + E \quad , \text{ kde}$$

$Y_{[T;m]}$  je matice  $T$  pozorování  $m$  b.endogenních proměnných soustavy

$X_{[T;q]}$  je matice  $T$  pozorování  $q$  predeterminovaných proměnných soustavy

$B_{[m;m]}$  je matice koeficientů příslušných běžným endogenním proměnným

$C_{[m;q]}$  je matice koeficientů příslušných predeterminovaným proměnným

$E_{[T;m]}$  je matice „pozorování“  $m$  náhodných složek ( poruch) soustavy ,

pak získáme redukovaný tvar převedením běžných endogenních proměnných nalevo a násobením vzniklého vztahu zprava regulární maticí  $(I - B)^{-1}$ :

$$(12) \quad Y_{[T;m]}(I - B)_{[m;m]} = X_{[T;q]} \cdot C_{[q;m]} + E_{[T;m]}$$

$$(13) \quad Y = X.C(I - B)^{-1} + E.(I - B)^{-1}$$

Ve světle předchozího značení je matice  $C.(I - B)^{-1}$  maticí transponovanou k  $\Pi$ . O významu prvků této matice často nazývaných **multiplikátory** byla řeč již dříve.

.....  
**Redukovaný tvar** zápise „s pozorováními“ (13) zapíšeme **ve vyjádření**

$$(13a) \quad Y = X.\Pi' + V'$$

$\Pi' = C(I - B)^{-1}$  je matice parametrů redukovaného tvaru rozměrů  $[q;m]$  .

$V' = E(I - B)^{-1}$  je matice náhodných složek reduk. tvaru rozměrů  $[T;m]$ .

Přirozenou otázkou, máme-li redukovaný tvar zapsán v pozorováních, je, jak je možno z pozorovaných hodnot obsažených v maticích  $X, Y$  poříditi nějaký odhad matice  $\Pi$  ?<sup>1</sup>

**Odhad matice koeficientů redukovaného tvaru získáme nejspíše pomocí**

**prosté/obyčejné metody nejmenších čtverců OLS jako**

---

<sup>1</sup> Obecně řečeno, je statistický odhad matice  $\Pi$  vždy jednodušší, než odhad strukturních parametrů matic  $B, C$ . Intuitivně i proto, že je jich počtem zřetelně méně a dostupná informace obsažená v maticích  $X, Y$  je pro oba případy shodná: .

$$\bar{H}_{[q; m]} = (X'X)^{-1} X'Y$$

**tzn. pomocí OLS-regrese všech  $m$  běžných endogenních proměnných na všech  $q$  predeterminovaných proměnných.**

( Matice  $X, Y$  mají shodný význam jako dříve).

**Kovarianční matici náhodných složek  $v$  redukováného tvaru označíme  $\Omega$ . Ta má tvar**

$$\Omega = (I - B)^{-1'} \Sigma (I - B)^{-1}, \quad \text{protože platí}$$

$$\Omega = Cov(v) = E(v.v') = E[(I - B)^{-1} cov(\varepsilon)(I - B)^{-1}] = (I - B)^{-1'} \Sigma (I - B)^{-1}$$

**Jiný možný zápis redukováného tvaru vychází ze zápisu strukturního tvaru ( zápis přes všech  $m$  rovnic pro pevné pozorování  $t$  ) :**

$$(I - B)y_t = Cx_t + \varepsilon_t \quad \text{neboli po úpravě}$$

$$y_t = (I - B)^{-1} . Cx_t + (I - B)^{-1} \varepsilon_t$$

$$y_t = \Pi x_t + v_t \quad , \text{ kde nyní zapíšeme}$$

$$\Pi_{[m; q]} = (I - B)^{-1}_{[m; q]} . C_{[m; q]} \quad v_{t[T; 1]} = (I - B)^{-1}_{[m; m]} \varepsilon_{t[T; 1]}$$

**Vektor  $v_t$  náhodných složek redukováného tvaru definovaný (pro pevné  $t$ ) jako**

**$v_t = (I - B)^{-1} . \varepsilon_t$  má tyto vlastnosti :**

a)  $E(v_t) = 0$ , protože  $E(v_t) = E[(I - B)^{-1} \varepsilon_t] = (I - B)^{-1} E\varepsilon_t = 0$ .

b)  $Cov(v_t) = (I - B)^{-1} . \Sigma . (I - B)^{-1'}$ , protože  
 $E[v_t . v_t'] = (I - B)^{-1} . E(\varepsilon_t . \varepsilon_t') . (I - B)^{-1'} = (I - B)^{-1} \Sigma (I - B)^{-1'} = \Omega$

c)  $E(v_t, v_s) = 0$ , protože  $E[v_t . v_s'] = E[(I - B)^{-1} \varepsilon_t . \varepsilon_s' (I - B)^{-1'}]$   
 pro  $t \neq s$   $= [(I - B)^{-1} E(\varepsilon_t . \varepsilon_s') (I - B)^{-1'}] = 0$

**Parametry matice redukováného tvaru, kterých je dohromady  $m \cdot q$  (včetně případných nulových hodnot parametrů) označíme  $\pi_{ij}$ . Lze je vyjádřit jako**

$$\pi_{ij} = \sum_{k=1}^m \gamma_{ik} \cdot \beta^{kj} \quad , \text{ kde}$$

$\beta^{kj}$  je prvek k-tého řádku a j-tého sloupce matice  $(I - B)^{-1}$

**Poznámka** Vztah mezi parametry strukturního tvaru (matice **B,C**) a parametry redukovaného tvaru (matice  $\Pi$ ) není rovnocenný : Z prvků matic B,C lze jednoznačně určit prvky matice  $\Pi$ , protože matice (I-B) je nesingulární. Naproti tomu z prvků matice  $\Pi$  není možné jednoznačně určit prvky *obou* matic **B,C** :

**Porovnání** : počet parametrů strukturního tvaru je celkem **m.(m-1) + m.q**  
počet parametrů redukovaného tvaru celkem jen **m.q** .

**Ve schématickém vyjádření :**

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{1m} \\ b_{21} & 0 & b_{23} & b_{24} & b_{2m} \\ b_{31} & b_{32} & 0 & b_{34} & b_{3m} \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{m3} & b_{m4} & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{1q} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{2q} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{3q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & c_{m3} & c_{m4} & c_{mq} \end{pmatrix}$$

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{21} & \pi_{31} & \dots & \pi_{5q} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \dots & \pi_{2q} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{32} & \dots & \pi_{3q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_{m1} & \pi_{m2} & \pi_{m3} & \dots & \pi_{mq} \end{pmatrix}$$

**Matice parametrů redukovaného tvaru  $\Pi$  je obecná matice. Zatímco matice B a C budou mít zpravidla větší počet nulových prvků, počet nulových prvků matice  $\Pi$  bude relativně malý.**

**Příklad:** ilustrující postup výpočtu je maximálně zjednodušen<sup>2</sup>

Uvažujme jednoduchý třírovnicový makroekonomický model se dvěma rovnicemi chování a jednou identitou ve tvaru

$$C_t = c_1 + b_1 Y_t + u_t \quad - \text{ lineární spotřební funkce (1)}$$

$$I_t = c_3 + b_2 Y_t + c_2 Y_{t-1} + w_t \quad - \text{ lineární investiční funkce (2)}$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad - \text{ bilanční identita důchodu (3)}$$

**Význam jednotlivých proměnných :**

$C_t$  .... spotřeba domácností v čase  $t$

$I_t$  .... investice do soukromého sektoru v čase  $t$

$Y_t$  .... národní důchod v čase  $t$

jsou 3 běžné endogenní proměnné ( $m^* = 3$ )<sup>3</sup>

" $I$ " ..... jedničkový vektor

$Y_{t-1}$  ... národní důchod v (předcházejícím) čase  $t-1$

$G_t$  ..... veřejné (vládní) výdaje v čase  $t$

jsou 3 predeterminované proměnné ( $q = 3$ )

$u_t$  ..... náhodná složka 1. rovnice

$w_t$  ..... náhodná složka 2. rovnice

jsou 2 náhodné složky dvou stochastických rovnic

**Lineární spotřební funkce (1)** vyjadřuje závislost aktuální spotřeby na aktuální úrovni důchodu (už ne na zpožděných hodnotách důchodu a spotřeby).

**Lineární investiční funkce (2)** vyjadřuje závislost aktuálních investic na současné a o jedno období zpožděné hodnotě důchodu. Zanedbán je možný vliv důchodu zpožděného o více období.

**Bilanční identita důchodu(3)** propojuje důchod s investicemi, spotřebou a objemem veřejných výdajů při zanedbání salda zahraničních vztahů (export-import) (obchodních, peněžních) a bilance mimořádných výnosů/ztrát.

<sup>2</sup> Ve spotřební funkci např. chybí zpožděná hodnota spotřeby  $C_{t-1}$ , v investiční funkci nevystupuje úroková míra, identita důchodu je „ochuzena“, o čistý export, přírůstek zásob, saldo ztrát atd.

<sup>3</sup> Větší význam pro operace s modelem (při kvantifikaci parametrů) má však nikoliv celkový počet rovnic (zde označený  $m^*$ ), ale počet stochastických rovnic  $m$  (získaných po vyloučení identity).

Redukovaná forma modelu je takové vyjádření, ve kterém jsou běžné endogenní proměnné popsány jen pomocí predeterminovaných proměnných  $I$ ,  $Y_{t-1}$ ,  $G_t$  a náhodných složek  $u_t$ ,  $w_t$ . V důsledku přítomnosti identity půjde vždy pouze o 2 běžné endogenní proměnné.

### Postup výpočtu redukované formy modelu

V úvahu přichází výpočet buď prostým dosazováním (postupnou eliminací) nebo maticovými operacemi. Přitom musíme nejprve zvolit, které 2 ze 3 přítomných běžných endogenních proměnných necháme v redukované formě :

3. běžná endogenní proměnná se vyloučí při eliminaci identity.

Zvolme postup s eliminací proměnné  $I_t$ : substituujeme

$$(2) \quad I_t = c_3 + b_2 \cdot Y_t + c_2 Y_{t-1} + w_t$$

a dosadíme rovnice do (3).

První modelová rovnice zůstane ve tvaru

$$(1a) \quad C_t = c_1 + b_1 Y_t + u_t$$

Druhá modelová rovnice tak přejde na tvar

$$(2-3) \quad -C_t + (1 - b_2) \cdot Y_t = c_3 + c_2 Y_{t-1} + G_t + w_t$$

Nyní obě rovnice (1a) a (2-3) přepíšeme do maticového tvaru :

$$(4) \quad (I - B) \cdot Y = C \cdot X + I \cdot \varepsilon$$

$$(4a) \quad \begin{bmatrix} 1 & -b_1 \\ -1 & 1 - b_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ c_3 & c_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix}$$

Nyní musíme osamostatnit výraz pro každou z obou zbývajících běžných endogenních proměnných, tj. pro  $C_t$  a  $Y_t$ : Učiníme to invertováním matice

$(I_m - B)^{-1}$  a vynásobením matic  $C$  a  $I$  na pravé straně maticí  $(I - B)^{-1}$ :

Protože determinant matice  $I_m - B$  je roven  $|I - B| = 1 - b_1 - b_2$

a inverzní matice k  $I_m - B$  má tvar

$$(I - B)^{-1} = \frac{1}{|I - B|} \begin{bmatrix} 1 - b_2 & b_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

dostaneme:

$$\begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-b_1-b_2} \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ c_3 & c_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \frac{1}{1-b_1-b_2} \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix}$$

a dále roznásobením

$$\begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-b_1-b_2} \left\{ \begin{bmatrix} c_1 - c_1 b_2 + b_1 c_3 & b_1 c_2 & b_1 \\ c_1 + c_3 & c_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix} \right\}$$

Odtud vyvodíme následující tvar pro obě rovnice redukovaného tvaru :

(5a)

$$C_t = \frac{1}{1-b_1-b_2} \cdot \{ c_1 - c_1 b_2 + b_1 c_3 + b_1 c_2 Y_{t-1} + b_1 G_t + (1-b_2) u_t + b_1 w_t \}$$

(5b) 
$$Y_t = \frac{1}{1-b_1-b_2} \cdot \{ c_1 + c_3 + c_2 Y_{t-1} + G_t + u_t + w_t \}$$

Matice parametrů redukovaného tvaru modelu , která má obecný tvar

(6a) 
$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \end{pmatrix}$$

s tímto vyjádřením vztahů mezi parametry strukturního a redukovaného tvaru

(6b) 
$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{c_1 - c_1 b_2 + b_1 c_3}{1-b_1-b_2} & \frac{b_1 c_2}{1-b_1-b_2} & \frac{b_1}{1-b_1-b_2} \\ \frac{c_1 + c_3}{1-b_1-b_2} & \frac{c_2}{1-b_1-b_2} & \frac{1}{1-b_1-b_2} \end{pmatrix}$$

Zde máme celkem 5 parametrů (omezeného) strukturního tvaru  $b_1, b_2, c_1, c_2, c_3$  a celkem 6 nenulových parametrů (omezeného) redukovaného tvaru  $\pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{13}, \pi_{21}, \pi_{22}, \pi_{23}$ .

Všimněme si ještě rozdílu mezi počty parametrů strukturního a redukovaného tvaru, jestliže bereme v úvahu omezení položená na parametry modelu :

**Neomezený strukturní tvar** modelu (1), (2-3) má celkem  $2.1+2.3 = 8$  parametrů

**Neomezený redukovaný tvar** modelu má celkem jen  $2.3 = 6$  parametrů

**Omezený strukturní tvar** modelu má celkem jen 5 parametrů zatímco

**Omezený redukovaný tvar** modelu má celkem 6 parametrů

**Poznámka** Zatímco každé omezení položené na parametry *strukturního tvaru* znamená snížení počtu odhadovaných *parametrů strukturního tvaru* o 1, neplatí zdaleka obdobná relace pro parametry redukovaného tvaru: protože jsou parametry určeny vztahem (6b), jen zřídkakdy nabude parametr *omezeného redukovaného tvaru* hodnotu 0.

V předchozím případě jsme postupovali tak, že jsme se zaměřili na vyloučení běžné endogenní proměnné *investice*. Mohli jsme však také postupovat tak, že bychom pomocí identity vyloučili např. proměnnou *spotřeba* (nebo *důchod*).

Ukážeme, že při odvození redukované formy nezáleží na tom, kterou z běžných endogenních veličin na počátku vylučujeme, jinými slovy, že ta část (ten řádek) redukované formy, která je společná oběma postupům (zde tvar rovnice pro důchod) zůstane beze změn.



## Postup 2

Eliminujeme nyní *spotřebu* z identity (3), kde dostaneme  $C_t = Y_t - I_t - G_t$

a dosadíme do první rovnice

$Y_t - I_t + G_t = c_1 + b_1 Y_t + u_t$ , načež ji upravíme do tvaru

$$(1 - b_1)Y_t - I_t = c_1 - G_t + u_t$$

Současně ve druhé rovnici převedeme běžné endogenní  $Y_t, I_t$  proměnné nalevo

$$I_t - b_2 \cdot Y_t = c_3 + c_2 \cdot Y_{t-1} + w_t$$

a vytvoříme maticovou podobu strukturního tvaru s těmito dvěma běžnými endogenními proměnnými:

$$(7) \quad \begin{bmatrix} 1 & -b_2 \\ -1 & 1-b_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 & c_2 & 0 \\ c_1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_t \\ u_t \end{pmatrix}$$

(Nejprve jsme zapsali rovnici pro investice, potom rovnici pro důchod). Dále již postupujeme obvyklým způsobem:

Invertujeme matici  $(I_2 - B)$  a dostaneme (determinant je opět roven  $1 - b_1 - b_2$ )

$$(I_2 - B)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1-b_1}{1-b_1-b_2} & \frac{b_2}{1-b_1-b_2} \\ \frac{1}{1-b_1-b_2} & \frac{1}{1-b_1-b_2} \end{pmatrix}$$

a po vynásobení matic  $C$  a  $I$  na pravé straně maticí  $(I - B)^{-1}$  máme (8)

$$\begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-b_1-b_2} \begin{bmatrix} 1-b_1 & b_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_3 & c_2 & 0 \\ c_1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \frac{1}{1-b_1-b_2} \begin{bmatrix} 1-b_1 & b_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix}$$

Odtud vyvodíme následující tvar pro obě rovnice redukováného tvaru :

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{1}{1-b_1-b_2} \cdot \{ c_3 - b_1 c_3 + c_1 b_2 + (c_2 - c_2 b_1) Y_{t-1} + b_2 G_t + (1-b_1) u_t + b_2 w_t \} \\ Y_t &= \frac{1}{1-b_1-b_2} \cdot \{ c_1 + c_3 + c_2 Y_{t-1} + G_t + u_t + w_t \} \end{aligned} \quad (9a-b)$$

Konečně ukážeme, že i třetí postup (s vyloučením důchodu  $Y_t$ ) vede k získání rovnic redukováného tvaru pro investice  $I_t$  a spotřebu  $C_t$  :

### Postup 3

Do obou rovnic (1), (2) dosadíme za důchod  $Y_t$  z identity (3). Máme soustavu

$$C_t = c_1 + b_1(C_t + I_t + G_t) + u_t \quad (1^*)$$

$$I_t = c_3 + b_2(C_t + I_t + G_t) + c_2 Y_{t-1} + w_t \quad (2^*)$$

kterou opět přepíšeme do maticové podoby

$$(10) \quad \begin{bmatrix} 1-b_1 & -b_1 \\ -b_2 & 1-b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_t \\ I_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & b_1 \\ c_3 & c_2 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix}$$

Opět invertujeme matici  $(I_2 - B)$  a dostaneme (determinant je i zde roven hodnotě  $1 - b_1 - b_2$ )

$$(I_2 - B)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1-b_2}{1-b_1-b_2} & \frac{b_1}{1-b_1-b_2} \\ \frac{b_2}{1-b_1-b_2} & \frac{1-b_1}{1-b_1-b_2} \end{pmatrix}, \text{ takže dostaneme}$$

$$\begin{pmatrix} C_t \\ I_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-b_1-b_2} \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ b_2 & 1-b_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 & 0 & b_1 \\ c_3 & c_2 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \frac{1}{1-b_1-b_2} \begin{bmatrix} 1-b_2 & b_1 \\ b_2 & 1-b_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_t \\ w_t \end{pmatrix}$$

Odtud již snadno vyvodíme následující tvar pro obě rovnice redukováného tvaru :

$$C_t = \frac{1}{1-b_1-b_2} \cdot \{ c_1 - c_1 b_2 + b_1 c_3 + b_1 c_2 Y_{t-1} + b_1 G_t + (1-b_2) u_t + b_1 w_t \}$$

(11a-b)

$$I_t = \frac{1}{1-b_1-b_2} \cdot \{ c_1 b_2 + c_3 - b_1 c_3 + (c_2 - b_1 c_2) Y_{t-1} + b_2 G_t + (1-b_1) u_t + b_2 w_t \}$$

I v tomto případě jsme se tedy dopracovali k tvarům shodným s předchozími výsledky. Srovnej (11a) s (5a) , resp. (11b) s (9a).