# KONEČNÝ(FINÁLNÍ) TVAR EKONOMETRICKÉHO MODELU

***KONEČNÝ TVAR*** **je taková forma ekonometrického modelu, u které se na pravých stranách v jednotlivých rovnicích vyskytují** (pouze) **zpožděné a nezpožděné exogenní proměnné, počáteční zadané hodnoty endogenních proměnných a zpožděné a nezpožděné náhodné složky rovnic**[1]***/.**

**Při odvozování konečného tvaru se vychází buď ze strukturního nebo (** *je-li znám*) **z redukovaného tvaru. Vyjdeme-li ze strukturního tvaru, rozlišíme v zápisu zpoždění u jednotlivých *exogenních* i *endogenních* proměnných :**

$$(I-B)y_t = C_1 y_{t-1} + \dots + C_p y_{t-p} + C_0 z_t + C_{p+1} z_{t-1} + \dots + C_{p+r} z_{t-r} + \varepsilon_t$$

$y_{t[m;1]}$ **je vektor *m* běžných endogenních proměnných soustavy *m* rovnic**

$y_{t-1[m;1]}$ **je vektor *m* endogenních proměnných zpožděných o *1* období**

$y_{t-p[m;1]}$ **je vektor *m* endogenních proměnných zpožděných o *p* období**

$z_{t[q;1]}$ **je vektor *m* běžných exogenních proměnných soustavy *m* rovnic**

$z_{t-1[q;1]}$ **je vektor *m* exogenních proměnných zpožděných o *1* období**

$z_{t-q[q;1]}$ **je vektor *m* exogenních proměnných zpožděných o *r* období**

$\varepsilon_{t[m;1]}$ **je vektor *m* náhodných složek ( *poruch, disturbancí* ) soustavy**

$B_{[m,m]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními proměnnými soustavy**

$C_{1[m,m]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými a o *1* období zpožděnými endogenními proměnnými soustavy**

$C_{p[m,m]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými a o *p* období zpožděnými endogenními proměnnými soustavy**

$C_{0[m,q]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními a nezpožděnými exogenními proměnnými soustavy**

$C_{p+1[m,q]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními a o *1* období zpožděnými exogenními proměnnými**

$C_{p+r[m,q]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endog. a o *r* období zpožděnými exogenními proměnnými**

**S ohledem na skutečnost, že zdaleka ne ve všech rovnicích se budou vyskytovat vysvětlující proměnné se (všemi ) proměnnými, bude v reálných situacích převážná část prvků matic** $C_1,..,C_p,C_0,C_{p+1},..,C_{p+r}$ **nulových.**

---

[1] **Konečný tvar je jediná z forem ekonometrického modelu, u níž se ukazuje jako vhodnější přijmout členění modelových proměnných: *exogenní* a *endogenní*, nikoliv jinak obvyklejší členění na *běžné endogenní* a *predeterminované.***

**Řešením tohoto modelu dostaneme redukovaný tvar**

$$y_t = (I-B)^{-1}[C_1 y_{t-1} + .... + C_p y_{t-p} + C_0 z_t + C_{p+1} z_{t-1} + .... + C_{p+r} z_{t-r} + \varepsilon_t]$$

neboli jinak zapsáno **(2)**

$$y_t = \Pi_1 . y_{t-1} + .... + \Pi_p y_{t-p} + \Pi_0 z_t + \Pi_{p+1} z_{t-1} + .... + \Pi_{p+r} z_{t-r} + v_{vt}$$

**, kde**

$$\Pi_1 = (I-B)^{-1} C_1,\ \Pi_p = (I-B)^{-1} C_p,\ \Pi_0 = (I-B)^{-1} C_0,\ \Pi_{p+1} = (I-B)^{-1} C_{p+1}$$

$$v_t = (I-B)^{-1} \varepsilon_t .$$

**Nyní ukážeme, jak přejdeme ke konečnému tvaru modelu. Stačí přitom vyjít z jednoduchého zápisu redukovaného tvaru**

$$y_t = \Pi_1 . y_{t-1} + \Pi_0 z_t + v_t \tag{4}$$

**( zapíšeme ho ve vektorovém vyjádření** bez pozorování **)**

$$\begin{pmatrix} y_1^{\ t} \\ y_2^{\ t} \\ .... \\ y_m^{\ t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_{11}^{\ 1} & \pi_{12}^{\ 1} & ..... & \pi_{1m}^{\ 1} \\ \pi_{21}^{\ 1} & \pi_{22}^{\ 1} & ...... & \pi_{2m}^{\ 1} \\ ..... & ...... & ....... & ...... \\ \pi_{m1}^{\ 1} & \pi_{m2}^{\ 1} & ...... & \pi_{mm}^{\ 1} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} y_1^{\ t-1} \\ y_2^{\ t-1} \\ .... \\ y_m^{\ t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi_{11}^{\ 0} & \pi_{12}^{\ 0} & ..... & \pi_{1q}^{\ 0} \\ \pi_{21}^{\ 0} & \pi_{22}^{\ 0} & ...... & \pi_{2q}^{\ 0} \\ ..... & ...... & ....... & ...... \\ \pi_{m1}^{\ 0} & \pi_{m2}^{\ 0} & ...... & \pi_{mq}^{\ 0} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} z_1^{\ t} \\ z_2^{\ t} \\ .... \\ z_q^{\ t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1^{\ t} \\ v_2^{\ t} \\ ..... \\ v_m^{\ t} \end{pmatrix} \tag{5}$$

**Opakovaným dosazováním eliminujeme z této diferenční rovnice postupně všechny zpožděné endogenní proměnné $y_{t-1}$ , $y_{t-2}$ atd. Dosazením za $y_{t-1}$ nejprve dostaneme**

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{\Pi}_0 z_t + v_t + \mathbf{\Pi}_1 .(\mathbf{\Pi}_0 z_{t-1} + v_{t-1} + \mathbf{\Pi}_1 y_{t-2}) \tag{6}$$

**Po dalším dosazení za $y_{t-2}$ získáme**

$$y_t = \Pi_0 z_t + v_t + \Pi_1 .(\Pi_0 z_{t-1} + v_{t-1} + \Pi_1 (\Pi_0 z_{t-2} + v_{t-2} + \Pi_1 y_{t-3})) \tag{7}$$

**atd. až tímto vylučovacím postupem dospějeme ke <u>konečnému tvaru</u>**

$$\begin{aligned} y_t = {} & \Pi_0 z_t + \Pi_1 \Pi_0 z_{t-1} + \Pi_1^{\ 2} \Pi_0 z_{t-2} + \Pi_1^{\ t-1} \Pi_0 z_1 + \\ & + v_t + \Pi_1 . v_{t-1} + \Pi_1^{\ 2} . v_{t-2} + .... + \Pi_1^{\ t-1} . v_1 + \Pi_1^{\ t} . y_0 \end{aligned} \tag{8}$$

**V tomto konečném tvaru (8) je vektor vysvětlovaných běžných endogenních proměnných vyjádřen pomocí maticových transformací nezpožděné $z_t$ a zpožděných exogenních proměnných $z_{t-1}$ , $z_{t-2}$ , ...., $z_1$ , dále nezpožděné a zpožděných náhodných složek $v_{t-1}$ , $v_{t-.2}$ , ...., $v_1$ a vektoru počátečních hodnot endogenních proměnných $y_0$ .**

**Poznámka** **I kdybychom vyšli z obecnějšího tvaru než je (4), nedostali bychom** po eliminacích **v principu komplikovanější výraz, než je (8). Pokud bychom vyšli z obecného tvaru (3), dostali bychom nepřehledný výraz (**jako obdobu **(8)), ve kterém by vystupovaly matice** $\Pi_2, \Pi_3, .., \Pi_p$ **a dále matice** $\Pi_{p+1}, \Pi_{p+2}, .., \Pi_{p+r}$ **obecně ve velmi spletitých maticových násobcích. Nepřibyly by však již** žádné další ***vektory proměnných .***

**Konečný tvar (8) lze zapsat v úspornějším vyjádření** se sumacemi

$$y_t = \Pi_1^{\,t}.y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \Pi_1^{\,j}\, \Pi_0 z_{t-j} + \sum_{j=0}^{t-1} \Pi_1^{\,j}\, v_{t-j} \qquad \text{(8a)}$$

Vidíme, že **ve vyjádření vektoru vysvětlovaných běžných endogenních proměnných vystupují maticové násobky : t-tá mocnina matice** $\Pi_1$**, atd.**

**Aby však model vykazoval stabilitu v čase** (tzn. aby mnohonásobné maticové součiny nevedly ke stále vyšším a vyšším hodnotám)**, je třeba , aby byla splněna podmínka, že pro** $t \to +\infty$ **musí platit lim** $\Pi_1^{\,t}$ **=** $0_{[m;m]}$**. Jinak by nastal *explozivní vývoj*, matice by měly stále větší prvky a v důsledku toho by neomezeně rostly hodnoty ve vektoru endogenních proměnných. Ke splnění této podmínky je nutné, aby měla matice** $\Pi_1$ **všechna vlastní čísla v absolutní hodnotě menší než 1, tzn.** $|\lambda_i| < 1$ **pro každý kořen charakteristické rovnice** $|\Pi_1 - \lambda I_m| = 0$.

***Koeficienty u jednotlivých veličin pravé strany mají charakter multiplikátorů :***

matice $\Pi_0$ **obsahuje *přímé*** (též ***běžné***) ***multiplikátory*** **vyjadřující vliv jednotkové změny exogenních proměnných** $z_t$ **v období *t* na endogenní proměnné obsažené ve vektoru** $y_t$

součin $\Pi_1 \Pi_0$ **obsahuje *dynamické multiplikátory zpožděné o 1 období*** **udávající průměrnou sílu reakce** $y_t$ **na jednotkové změny vektoru exogenních proměnných v** (předcházejícím) **období *t-1* .**

součiny $\Pi_1^{\,r} \Pi_0$ **obsahují *dynamické multiplikátory zpožděné o r období*** **a vyjadřují průměrný vliv exogenní proměnné** $z_{t-r}$ **na** $y_t$ **.**

Součty $\sum_{j=1}^{r-1} \Pi_1^{\,j}\, \Pi_0$ **jsou *krátkodobé,*** *resp.* ***střednědobé multiplikátory*** ( též ***přechodné multiplikátory*** ) **a vyjadřují kumulovaný účinek jednotkové změny vektoru exogenních proměnných** $z_{t-r}$ **na** $y_t$.

V součtu $\sum_{j=1}^{\infty} \Pi_1^{\,j}\, \Pi_0$ **jsou *dlouhodobé multiplikátory*** (též***celkové multiplikátory*** ) **vyjadřující souhrnný účinek** (za všechna období) **jednotkové změny vektoru exogenních proměnných** $z_{t-r}$ **na** $y_t$**. Nutnou podmínkou existence těchto multiplikátorů (též *rovnovážných*) je konvergence**

**posloupnosti matic $\Pi_1^r$ pro r $\to\infty$ .**