Příklady

Vícekriteriální metody

Jana Soukopová
soukopova@econ.muni.cz

Příklad č. 1

Město pro vybudování skládky komunálního odpadu obdrželo čtyři projekty v různých lokalitách. Tyto projekty označíme a_1, a_2, a_3, a_4, takže množina rozhodovacích variant je $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Vhodnost projektů (lokalit) se hodnotí podle následujících pěti kritérií:

- k_1 *rozloha půdy, kterou bude nutné vykoupit (v hektarech)*
- k_2 *investiční náklady (v mil. Kč)*
- k_3 *negativní důsledky pro obyvatelstvo (ve stupnici 1=velmi negativní, 2=značné, 3=znatelné, 4=nepatrné)*
- k_4 *negativní vlivy na vodní hospodářství (ve stejné stupnici jako u kritéria k_3*
- k_5 *doba předpokládaného provozu (v letech životnosti)*

Údaje o jednotlivých projektech podle zvolených kritérií jsou zřejmé z následující kriteriální matice:

Kriteriální matice

$$Y = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \begin{pmatrix} 6{,}0 & 1{,}2 & 4 & 2 & 6{,}0 \\ 11{,}2 & 14{,}0 & 2 & 2 & 4{,}5 \\ 1{,}9 & 4{,}8 & 2 & 4 & 7{,}5 \\ 6{,}4 & 13{,}4 & 2 & 2 & 4{,}5 \end{pmatrix}$$

Převod minimalizačních kritérií na maximalizační

- *V uvedené kriteriální matici jsou kritéria k_1 a k_2 stanovena jako minimalizační. Proto zavedeme pro k_1 a k_2 nové stupnice. Kdy kritérium k1 vyjádříme ve formě úspory půdy ve srovnání s nejhorší variantou a kritérium k_2 ve stupnici udávající úspory na investičních nákladech ve srovnání s nejhorší variantou. Dostáváme pak upravenou kriteriální matici Y´:*

Nová kriteriální matice Y´

$$Y' = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \begin{pmatrix} 5{,}2 & 12{,}8 & 4 & 2 & 6{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 2 & 2 & 4{,}5 \\ 9{,}3 & 9{,}2 & 2 & 4 & 7{,}5 \\ 4{,}8 & 0{,}6 & 2 & 2 & 4{,}5 \end{pmatrix}$$

- *Podle údajů v této matici varianta a_1 dominuje a_2 a a_4, varianta a_3 dominuje a_2 a a_4. Varianty a_1 a a_3 jsou vzájemně nedominované, podobně jako a_2 a a_4. Úplným řešením je v tomto případě $D = \{a_1, a_3\}$.*

Příklad č.

- *Na základě expertního posudku je třeba zvolit vhodnou lokalitu pro výstavbu elektrárny na zpracování bioodpadů, které vznikají v zařízeních veřejného stravování (restaurace, hotely, jídelny, menzy, školní kuchyně) a podle nového nařízení EU se nesmí dále zpracovávat na masokostní moučku v kafiléríích. Tato lokalita bude vybrána podle šesti kritérií.*

Příklad č. 2

k_1	*Počet pracovních sil, které budou nutné k provozu bioelektrárny*
k_2	*Celkový objem (v MW)*
k_3	*Investiční náklady na výstavbu (v mld. Kč)*
k_4	*Provozní náklady na provoz (v mil Kč)*
k_5	*Přepravní náklady na svoz bioodpadů (v mil Kč)*
k_6	*Stupeň spolehlivosti provozu dle 10 stupňové stupnice (tedy minimalizace negativních důsledků pro obyvatelstvo)*

Hodnoty projektů dle kritérií

Varianta	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
a_1	60	90	6	5,4	8	12
a_2	50	55	1	10,6	3	2
a_3	68	58	4	7,2	4	7
a_4	35	75	10	7,5	7	10
a_5	42	72	6	1,8	4	8
a_6	80	100	7	3,6	6	6
Povaha kritéria	max	max	min	Min	min	max

Kriteriální matice

$$Y = \begin{pmatrix} 60 & 90 & 6 & 5{,}4 & 0 & 12 \\ 50 & 55 & 1 & 10{,}6 & 3 & 2 \\ 68 & 58 & 4 & 7{,}2 & 4 & 7 \\ 35 & 75 & 10 & 7{,}5 & 7 & 10 \\ 42 & 72 & 6 & 1{,}8 & 4 & 8 \\ 80 & 100 & 7 & 3{,}6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

Převod minimalizačních kritérií na maximalizační

- Řešení:

$$Y' = \begin{pmatrix} 60 & 90 & 4 & 5{,}2 & 0 & 12 \\ 50 & 55 & 9 & 0{,}0 & 5 & 2 \\ 68 & 58 & 6 & 3{,}4 & 4 & 7 \\ 35 & 75 & 0 & 3{,}1 & 1 & 10 \\ 42 & 72 & 4 & 8{,}8 & 4 & 8 \\ 80 & 100 & 3 & 7{,}0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Příklad č. 3

- Vezměte hodnoty z příkladu č. 2
  - Najděte dominovanou variantu
  - Najděte ideální variantu
  - Najděte bazální variantu

Řešení

- Všechny varianty jsou nedominované
- Ideální varianta

$$I = (80 \quad 100 \quad 9 \quad 8{,}8 \quad 5 \quad 12)$$

- Bazální varianta

$$B = (35 \quad 55 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2)$$

Příklad č. 4

V rámci OP Infrastruktura posuzujeme čtyři projekty v různých lokalitách. Tyto projekty označíme a_1, a_2, a_3, a_4, takže množina rozhodovacích variant je $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Vhodnost projektů (lokalit) se hodnotí podle následujících pěti kritérií:

k_1 *vliv na zaměstnanost*
k_2 *přínos pro životní prostředí*
k_3 *kvalita technologie*
k_4 *cena*

Experti přiřadili jednotlivým projektům body od 1 – 10 podle zvolených kritérií. Hodnocení jsou zřejmé z následující kriteriální matice:

Kriteriální matice

$$Y = \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix} \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 6 \\ 9 & 7 & 6 & 7 \\ 8 & 5 & 8 & 4 \\ 9 & 6 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Váhy

- Kritériím byly přiřazeny následující váhy

$w_1 = 0,2$

$w_2 = 0,25$

$w_3 = 0,2$

$w_4 = 0,35$

Bodovací metoda

- Vyřešte pomocí bodovací metody

$$h_i = \sum_{j=1}^{k} v_j y_{ij} \ ,$$

Příklad č. 5

Na základě expertního posudku je třeba zvolit vhodnou lokalitu pro výstavbu vodní elektrárny. Tato lokalita bude vybrána podle šesti kritérií.

k_1 *Počet pracovních sil, které budou nutné k provozu elektrárny*

k_2 *Celkový objem (v MW)*

k_3 *Investiční náklady na výstavbu (v mld. Kč)*

k_4 *Celkové provozní náklady (v mil Kč)*

k_5 *Náklady na ŽP (v mil Kč)*

k_6 *Stupeň spolehlivosti provozu dle 10 stupňové stupnice (tedy minimalizace negativních důsledků pro obyvatelstvo)*

Kriteriální matice

$$Y = \begin{pmatrix} 65 & 90 & 6 & 5{,}4 & 8 & 5 \\ 50 & 55 & 2 & 9{,}7 & 1 & 2 \\ 68 & 58 & 4 & 7{,}2 & 4 & 7 \\ 35 & 75 & 10 & 7{,}5 & 7 & 10 \\ 42 & 72 & 6 & 2{,}0 & 4 & 8 \\ 70 & 95 & 7 & 3{,}6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

Převedení minimalizačních kritérií na maximalizační

$$Y' = \begin{pmatrix} 65 & 90 & 4 & 4{,}3 & 0 & 5 \\ 50 & 55 & 8 & 0{,}0 & 7 & 2 \\ 68 & 58 & 6 & 2{,}5 & 4 & 7 \\ 35 & 75 & 0 & 2{,}2 & 1 & 10 \\ 42 & 72 & 4 & 7{,}7 & 4 & 8 \\ 70 & 95 & 3 & 6{,}1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Stanovení vah

$w_1 = 0{,}111$

$w_2 = 0{,}175$

$w_3 = 0{,}286$

$w_4 = 0{,}206$

$w_5 = 0{,}111$

$w_6 = 0{,}1111$

Ideální a bazální varianta

ideální varianta:

I = (70; 95; 8; 7,7; 7; 10)

bazální varianta

B = (35; 55; 0; 0,0; 0; 2).

Normalizovaná kriteriální matice

- *Pomocí transformačního vzorce vytvoříme normalizovanou kriteriální matici R.*

$$r_{ij} = \frac{y_{ij} - B_j}{I_j - B_j}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0{,}86 & 0{,}87 & 0{,}50 & 0{,}56 & 0{,}00 & 0{,}38 \\ 0{,}43 & 0{,}00 & 1{,}00 & 0{,}00 & 1{,}00 & 0{,}00 \\ 0{,}94 & 0{,}08 & 0{,}75 & 0{,}32 & 0{,}57 & 0{,}63 \\ 0{,}00 & 0{,}50 & 0{,}00 & 0{,}29 & 0{,}14 & 1{,}00 \\ 0{,}20 & 0{,}43 & 0{,}50 & 1{,}00 & 0{,}57 & 0{,}75 \\ 1{,}00 & 1{,}00 & 0{,}38 & 0{,}79 & 0{,}29 & 0{,}50 \end{pmatrix}$$

Dílčí hodnoty užitku

- *Pomocí vzorce vypočteme dílčí hodnoty funkce užitku jednotlivých variant*

$$u(a_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j r_{ij},$$

$u(a_1) = 0{,}548$ $u(a_2) = 0{,}443$

$u(a_3) = 0{,}532$ $u(a_4) = 0{,}274$

$u(a_5) = 0{,}593$ $u(a_6) = 0{,}645$

Řešení

- *Na základě metody váženého součtu byly vypočteny hodnoty dílčích funkcí užitku.*
- *Uspořádáním variant podle hodnot užitku dostáváme pořadí variant:*
  - $a_6, a_5, a_1, a_3, a_2, a_4$.
- *Maximální hodnoty užitku dosahuje varianta a_6 a je vybrána jako nejlepší.*