

# Přednáška č. 9

---

## Vícekriteriální metody

Jana Soukopová

[soukopova@econ.muni.cz](mailto:soukopova@econ.muni.cz)

# Definice – Vícekriteriální hodnocení

---

- Disciplína operačního výzkumu, která se zabývá analýzou rozhodovacích situací, ve kterých jsou posuzovány rozhodovací varianty (v našem případě varianty veřejných projektů) ne pouze podle jednoho, ale podle několika zpravidla navzájem konfliktních kritérií.
-

# Klasifikace vícekriteriálních úloh

---

- podle charakteru množiny rozhodovacích variant:
    - **vícekriteriální hodnocení variant**, kdy je množina přípustných variant zadána ve formě konečného seznamu,
    - **vícekriteriální programování**, kde je množina přípustných variant vymezena souborem podmínek, které rozhodovací varianty musí splňovat, aby byly přípustné.
-

# Popis vícekriteriálních rozhodovacích situací

---

Vícekriteriální rozhodovací problémy jsou popsány množinou variant, množinou hodnotících kritérií a řadou vazeb mezi kritérii a variantami, které umožní definovat hodnotící funkce a metodou výběru což umožňuje formulovat vícekriteriální matematický model.

---

# Formulace úlohy vícekriteriální analýzy

---

je dán:

- seznam variant  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

- seznam hodnotících kritérií

$$K = \{k_1, k_2, \dots, k_k\}$$

- každá varianta  $a_i, i = 1, 2, \dots, n$  je podle těchto kritérií popsána vektorem kritériálních hodnot  $(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{ik})$ .

- úloha vícekriteriálního hodnocení variant je pak vyjádřena ve tvaru kritériální matice:

$$Y = (y_{ij})$$

---

# Kriteriální matice rozhodování

---

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{1k} \\ y_{21} & y_{22} & & & & y_{2k} \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{nk} \end{pmatrix}$$

- Kde  $y_{ik}$  je hodnocení  $i$ -té varianty projektu podle  $k$ -tého kritéria
  - Pro zjednodušení předpokládáme že všechna kritéria jsou maximalizační
-

# Cíl vícekritériálního hodnocení

---

- Cílem metody výběru je najít variantu  $a_{opt}$  resp. množinu  $D$  variant, které by podle všech kritérií dosáhly co nejlepšího ohodnocení (tedy nejvyšších hodnot kritérií), přičemž jako nejlepší varianta  $a_{opt}$  může být vyhodnocena pouze některá nedominovaná varianta.
-

# Dominovaná a nedominovaná varianta

---

## Nedominovanou varianta

- Projekt, ke kterému neexistuje v množině variant (projektů) jiná varianta, lépe hodnocená alespoň podle jednoho kritéria a ne hůře podle ostatních kritérií.

## Dominovaná varianta

- Opačný případ, a říkáme, že ji „lepší“ varianta z uvedené definice dominuje.
-



# Výběr nejlepší varianty

---

- Máme-li vybrat pouze jednu nejlepší variantu, musíme pomocí metody (funkce) výběru **vybírat jen z množiny  $D$  variant nedominovaných.**
  - Pokud třídíme všechny varianty podle kvality, může se jistá dominovaná varianta (kterou dominuje varianta jen o málo lepší) umístit lépe než některá (např. zásluhou jediného kritéria jen o málo) nedominovaná varianta.
-

# Úplné řešení

---

- **Úplným** řešením matematického modelu vícekriteriálního hodnocení variant je **množina nedominovaných variant  $D$**  tato množina však může být značně rozsáhlá a může být i totožná s původní množinou všech variant  $A$ .
-

# Ideální a bazální varianta

---

## Ideální varianta

- Teoreticky nejlepší varianta
- Varianta, která dosahuje ve všech kritériích nejlepší možné hodnoty, se nazývá **ideální varianta**  $I = (I_1, I_2, \dots, I_k)$

## Bazální varianta

- teoreticky nejhorší varianta
- varianta, která má všechny hodnoty kritérií na nejnižším stupni se nazývá **bazální varianta**  $B = (B_1, B_2, \dots, B_k)$

Ideální i bazální varianta jsou v hodnocení více-méně hypotetickými variantami

---

# Vyjádření hodnot kritérií

---

- Hodnocení variant podle jednotlivých kritérií může být v různých jednotkách a různých měřítcích.
  - Důležitá je potom transformace vstupních informací na srovnatelné jednotky, umožňující agregaci podle všech kritérií.
  - To umožňují **stupnice a škály**, které patří mezi nejjednodušší metody vícekritériálního hodnocení.
-

# Stupnice a škály

---

- nominální (binární) stupnice,
  - ordinální stupnice,
    - klasifikační,
    - bodovací.
  - kardinální číselná stupnice
    - intervalová
    - poměrová
  - Speciální (expertní) stupnice a škály
    - Likertova stupnice,
    - sémantická diferenční stupnice,
    - numerická hodnotící stupnice,
    - pořadová stupnice, apod
-

# Nominální stupnice

---

- založena na operaci shody či neshody (rozdílu), která je vymezena binární logickou hodnotou 1 (shoda), resp. 0 (neshoda).
  - Nedostatkem hodnocení
    - není měřena preference jednotlivých kritérií ani nejsou uvažovány váhy jednotlivých kritérií, přičemž nelze předpokládat, že by tyto váhy byly identické.
-

# Příklad

---

- Pro hodnocení tří variant projektů  $a_1, a_2, a_3$  skladu nebezpečných odpadů byly zvoleny následující kritéria:
- $k_1$  kapacita nad 1 tunu NO,
  - $k_2$  dvojitě dno,
  - $k_3$  manipulační prostředky,
  - $k_4$  mechanická váha,
  - $k_5$  nádoby pro více než 10 různých druhů NO.
- Hodnocení jednotlivých projektů pomocí binární stupnice je v následující kritériální matici:

$$Y = \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

---

# Ordinální stupnice

---

- částečně překonávají výše uvedené slabiny
  - uspořádávají kritéria od nejvíce důležitého po nejméně důležité.
  - Používají se:
    - **klasifikační stupnice**, která jednotlivá kritéria hodnotí pomocí známkování (např. 1 – 5, kde 1 = nejlepší hodnota a 5 = nejhorší hodnota)
    - **bodovací stupnice**, která jednotlivá kritéria ohodnocuje v rámci dané škály (např. 1 – 10, kde 1 = nejhorší hodnota, 10 = nejlepší hodnota).
  - Hodnoty kritérií však vypovídají pouze o pořadí kritérií, nikoli o intenzitě preferencí.
-



# Kardinální číselná stupnice

---

## □ **stupnice intervalová,**

- pro posuzování projektů jsou zvolena kvantitativní kritéria.
- Jako základní operace jsou používány shoda (=) a různost (<>).
- V intervalové stupnici určujeme měřicí jednotky a počátek.

## □ **stupnice poměrová,**

- počátek měřené vlastnosti je dán přirozeným počátkem měřené veličiny.
-

# Likertova stupnice

---

- V případě, že kritéria nelze kvantifikovat, je možné použít přístup zohledňující „Fuzzy“ matematický přístup. Ten reprezentuje např. tzv. Likertova stupnice

Hodnota	Hodnocení
1	vůbec nesouhlasím
2	nesouhlasím
3	ani souhlas, ani nesouhlas
4	souhlasím
5	zcela souhlasím

---

# Výhody a nedostatky stupnic a škál

---

- K jejich výhodám patří poměrně relativní jednoduchost při hodnocení alternativ.
  - K nevýhodám patří, že tyto postupy nerozlišují mezi důležitostí jednotlivých kritérií. Snad jen při použití intervalové stupnice můžeme z rozdílu hodnot mezi dvěma alternativami usuzovat na velikost preference.
-

# Vyjádření preferencí mezi kritérii

---

- Informace o důležitosti kritérií může být vyjádřena ve tvaru:
    - aspiračních úrovní kritérií, tj. hodnot požadovaných pro akceptování rozhodnutí
      - = nejnižší hodnoty, kterých by v nejhorším případě měla varianta hodnocená podle jednotlivých kritérií dosáhnout. Varianty které dosáhnou alespoň požadované aspirační úrovně se nazývají akceptovatelné varianty, ostatní varianty jsou neakceptovatelné.
    - v ordinální formě pořadím důležitosti kritérií,
      - Stupnice a škály
    - v kardinální podobě pomocí vah kritérií.
-

# Váhy

---

- důležitosti jednotlivých kritérií vyjadřujeme pomocí vektoru vah kritérií  $v$  (přičemž platí, že čím je kritérium významnější (resp. důležitější), tím je  $i$  jeho váha větší):

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_k), \quad \sum_{i=1}^k v_i = 1, \quad v_i \geq 0$$

---

# Metody stanovení vah

---

- Metoda pořadí
  - Bodovací metoda
  - Metoda párového srovnávání kritérií (Fullerova trojúhelníku)
  - Saatyho metoda
-

# Klasifikace vícekriteriálních metod

---

## □ Fiala

- metody s informací o aspiračních úrovních kritérií,
- metody s ordinální informací o kritériích,
- metody s kardinální informací o kritériích.

## □ My budeme používat

- metody založené na dílčím hodnocení variant,
  - metody založené na párovém srovnávání variant.
-