

ZÁKLADY MATEMATIKY I

CVIČENÍ 1: Výrokový počet a teorie množin. Důkazy vět 1.1, 1.16 až 1.18 z přednášky a řešení příkladů z Horákovy sbírky vyznačených v souboru `ZM1CV01prik1.tif`.

CVIČENÍ 2: Množinová zobrazení — řešení příkladů z Horákovy sbírky vyznačených v souboru `ZM1CV02prik1.tif`.

CVIČENÍ 3: Teorie množin a některé vlastnosti celých čísel — řešení příkladů z Horákovy sbírky vyznačených v souboru `ZM1CV03prik1.tif`.

CVIČENÍ 4: Komplexní čísla (viz odst. 1.3 a přílohu A z přednášky).

- z přílohy A: důkazy A4, A5/1, tvrzení z A5/3, A6.
- řešení příkladů ze sbírek *Minorskij* a *Faddejev&Sominskij* vyznačených v souboru `ZM1CV04prik1.tif`. V příkladu 642 se jedná o $\sqrt[6]{1}$ (špatně čitelné).

CVIČENÍ 5: Algebraické struktury.

- Příklady a cvičení z přednášky (kap. 2): Př 2.17, důkaz nerovnosti $\liminf a_n \leq \limsup a_n$ z Def 2.26 (bonus: 4 body), Př 2.51d)e), Př 2.60, Př 2.62, Př 2.76, Př 2.78.
- řešení příkladů z Horákovy sbírky vyznačených v souboru `ZM1CV05prik1.tif`.

CVIČENÍ 6: Vektorové prostory.

- Příklady a cvičení z přednášky (kap. 3): Př 3.4, Př 3.25, Př 3.37, Př 3.51, Př 3.64.
- řešení příkladů z Horákovy sbírky vyznačených v souboru `ZM1CV06prik1.tif`.

CVIČENÍ 7: Úvod do teorie matic. Každý student si připraví nejméně 1 ukázkový příklad ke každému tématu z odst. 4.1 a 4.2 v přednáškovém textu. Zejména:

- příklady matic různých rozměrů, ukázky výběru submatic, blokové vytváření matic, příklady matic se speciální strukturou (viz označení a definici 4.5).
- ukázky jednotlivých operací s maticemi, demonstrace vyjmenovaných vlastností těchto operací na konkrétních příkladech matic. Příklady je možno čerpat ze sbírek, např. FaSo, Ho (zejména `ZM1CV07prik1.tif`).
- Dále doporučuji prostudovat záznamy práce pod systémem MATLAB uložené v souborech `TMCV01.diary`, `TMCV02.diary`, `ZM1CV07.log` a `ZM1CV08.log`.

CVIČENÍ 8: Hodnosti jednoduchých matic.

- V odst. 4.3 přednáškového textu prostudujte následující definice a tvrzení týkající se hodnosti matic: 4.15(1)-(5), 4.17–4.19, 4.23, 4.24(5)(6), 4.26, 4.27, 4.30 [viz též 3.14(5)-(7), 3.19, 3.20 a 3.24(4)].
- Prostudujte záznamy práce pod systémem MATLAB (kromě části 5.2) uložené v souboru `TMCV03.diary`.
- Na základě předchozího studia demonstруйте a zdůvodněte*) zjišťování hodnosti na jednoduchých příkladech matic speciálního typu (v daném pořadí): jednotková, diagonální, trojúhelníková, schodovitá.

*) zdůvodňování usnadní studium důkazů příslušných tvrzení z odst. 4.3.

CVIČENÍ 9: Nalezení hodnosti obecné matice jejím převodem na schodovitý tvar pomocí elementárních úprav.

- V odst. 4.4 přednáškového textu prostudujte text od začátku až po 4.37. Ve

skriptech KaSk prostudujte kapitolu 9.

- Prostudujte záznamy práce pod systémem MATLAB (kromě části 7.7) uložené v souboru `TMCV04.diary` a `ZM1CV09.log`, které na numerických příkladech ilustrují teorii dle předchozího bodu.
- Na základě předchozího studia převedte na schodovitý tvar matice v souboru `ZM1CV09prik1.tif`, určete pro ně hodnotu, sloupcovou bázi a transformační matici realizující převod. Jednodušší příklady vyřešte na papíře ručně, pro složitější je možno užít systém MATLAB či OCTAVE.

CVIČENÍ 10: Nalezení LU-rozkladu matice.

- V odst. 4.4 přednáškového textu prostudujte text od 4.38 až do konce.
- Prostudujte záznamy práce pod systémem MATLAB ze souboru `TMCV04.diary` (zde zejména část 7.7 vynechanou v předchozím cvičení) a ze souboru `TMCV05.diary`. Dále prostudujte ukázkový výpočet LU-rozkladu matice z příkladu Ho/4.4.B1a) zaznamenaný na konci souboru `ZM1CV09.log`.
- Na základě předchozího studia proveďte LU-rozklad matic 4.4.B1b) až c) ze souboru `ZM1CV09prik1.tif`, určete pro ně hodnotu i sloupcovou bázi. Jednodušší příklady vyřešte na papíře ručně, pro složitější je možno užít systém MATLAB či OCTAVE.

CVIČENÍ 11: Permutace a determinanty.

- Prostudujte odst. 4.5 přednáškového textu.
- Prostudujte soubor `Determinanty.tif` (←ZIP) obsahující ukázky zjišťování počtu inverzí v permutaci, parity permutace a různé metody výpočtu determinantu: Sarrusovo pravidlo, Laplaceův rozvoj (případně v kombinaci s elementárními úpravami), Gaussova eliminační metoda. Sami doplňte další metodu založenou na LU-rozkladu.
- Na základě předchozího studia spočítejte příklady ze souboru `ZM1CV11prik1.tif`. Při výpočtech vyzkoušejte každou z výše zmíněných metod alespoň na jednom příkladu.

CVIČENÍ 12: Metody řešení systému lineárních rovnic.

- Prostudujte kap. 5 přednáškového textu.
- Prostudujte soubor `SySLinRov.tif` (←ZIP) obsahující ukázkové výpočty řešení systému lineárních rovnic třemi metodami: Cramerovým pravidlem, Gaussovou eliminací a užitím LU-rozkladu.
- Na základě předchozího studia počítejte příklady ze souboru `ZM1CV12prik1.tif` v obráceném pořadí paragrafů: nejprve z §3, pak z §2 a nakonec z §1, kde z každé ze tří skupin příkladů 5.1.B1-B3 vyberte alespoň jeden vyznačený příklad (tj. kromě a)) a řešte jej jak Gaussovou eliminací tak i LU-rozkladem. Příklady 5.1.B1a) až 5.1.B3a) jsou stejného typu a záznamy jejich vzorového řešení v MATLABu naleznete v souborech `TMCV07.diary` a `TMCV08.diary`.
- Prostudujte rovněž ukázkou `TMCV10.diary` užití iteračních metod při řešení systému lineárních rovnic. Výpočet se pokuste v MATLABu zreprodukovat.

CVIČENÍ 13: Metody výpočtu inverzní matice.

- Prostudujte odst. 5.5 přednáškového textu.
- Prostudujte soubor `InvMat.tif` (←ZIP) obsahující ukázkové výpočty inverze matice dvěma metodami: Gaussovou eliminací a užitím LU-rozkladu.

- Na základě předchozího studia vyberte alespoň jeden příklad z 5.2.B10 v souboru `ZM1CV12prik1.tif`, který má regulární matici soustavy. Oběma postupy nalezněte inverzní matici a pomocí ní pak příslušný systém vyřešte. Záznamy vzorového řešení v MATLABu užívající LU-rozklad naleznete v souboru `TMCV09.diary`.
- Spočtěte předchozí příklad ještě také determinatovou metodou užitím adjunktu matice dle důsledku 4.53 v přednáškovém textu.