

# Písemná zkouška z Matematiky I

15. 12. 2007

---

UČO:

Jméno a podpis:

---

**Příklad 1** Jsou dány matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \\ -6 & -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Určete matici  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A}^\top \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^\top + \mathbf{A}^\top \cdot \mathbf{B}^\top$ .

**Příklad 2** V prostoru  $\mathbb{V}_4$  jsou dány vektory

$\mathbf{a} = (-2, 1, -3, 5)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 0, 4, 2)$ ,  $\mathbf{c} = (0, -2, 1, 7)$ ,  $\mathbf{d} = (2, -3, 4, 2)$ .

Označme  $\mathbb{Q}$  podprostor ve  $\mathbb{V}_4$  generovaný vektory  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{d}$ . Určete dimenzi tohoto podprostoru a najděte nějakou jeho bázi.

**Příklad 3** Je dána matice

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 6 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Určete hodnotu determinantu  $\det(\mathbf{C})$ .

**Příklad 4** Je dána matice

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 1 \\ 5 & 7 & 4 \\ 6 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Najděte inverzní matici  $\mathbf{D}^{-1}$ .

**Příklad 5** V prostoru  $\mathbb{V}_6$  jsou dány vektory

$$\mathbf{x} = (2, -1, 3, 5, -1, -3) \text{ a } \mathbf{y} = (-4, 1, p, 0, -3, 5).$$

Určete hodnotu parametru  $p \in \mathbb{R}$  tak, aby byly vektory  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  na sebe kolmé. Pro nalezené  $p$  určete oktaedrické, euklidovské i max-normy vektorů  $\mathbf{x}$  a  $\mathbf{y}$ .

**Příklad 6** Najděte obecné řešení homogenní soustavy lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 &= 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 6x_2 - 8x_3 - 4x_4 &= 0 \end{aligned}$$