

# Mikroekonomie II – přednáška č. 3:

## Produkční analýza firmy

- základní východiska analýzy firmy
- krátkodobá produkční funkce
- výroba v dlouhém období, optimum firmy
- optimum firmy při různých úrovních nákladů a při změnách cen VF
- výnosy z rozsahu
- příklady produkčních funkcí

# Literatura k přednášce

Soukupová et al.: Mikroekonomie.  
Kapitola 5, str. 149 - 188

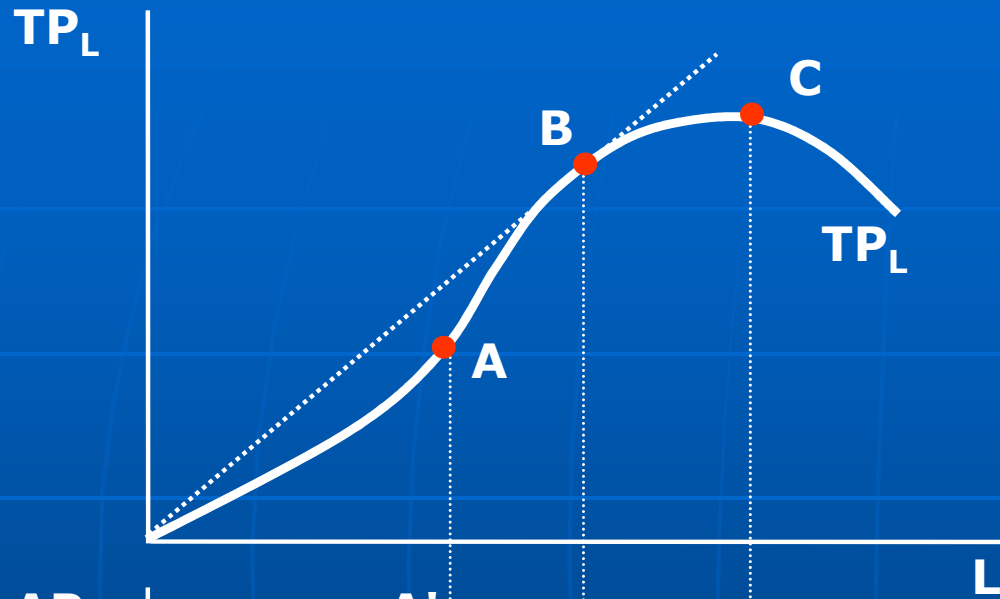
# Základní východiska analýzy firmy

- ☞ firma = subjekt specializující se na výrobu, tj. na přeměnu zdrojů ve statky a služby
- ☞ firma: nakupuje výrobní faktory (VF), organizuje jejich přeměnu ve výstup, prodává svůj výstup
- ☞ cílem firmy je maximalizace zisku
- ☞ ekonomický vs. účetní zisk
- ☞ ekonomický zisk = účetní zisk minus implicitní náklady

# Základní východiska analýzy firmy

- limity výroby – technologické a finanční možnosti firmy
- produkční funkce – vztah mezi množstvím VF a výstupem těmito VF dosaženým v daném období
- tradiční VF: práce (L) a kapitál (K)
- ostatní VF: půda (P) a úroveň technologie ( $\tau$ )
- produkční funkce:  $Q = f(K, L)$
- v krátkém období je objem kapitálu fixní
- v dlouhém období jsou kapitál i práce variabilní

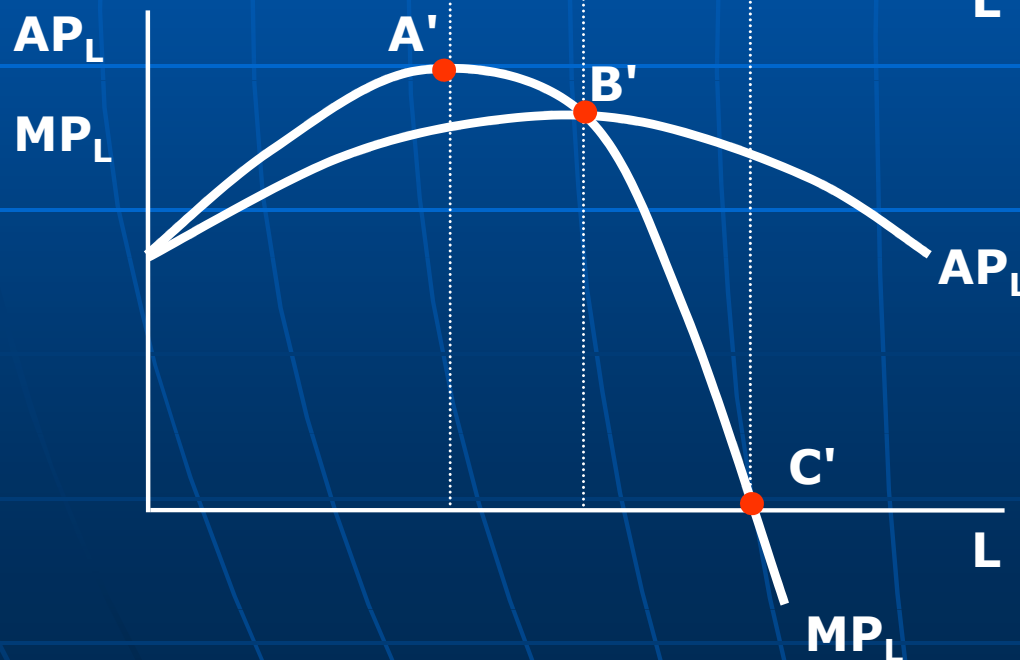
# Výroba v krátkém období (SR)



do bodu A se prosazují rostoucí výnosy z variabilního vstupu práce

do bodu B – 1. stadium výroby – průměrný produkt práce i kapitálu roste, firma bude zvyšovat výrobu, fixní vstupy neúplně využity

mezi body B a C – 2. stadium výroby – průměrný produkt práce klesá, ale průměrný produkt kapitálu stále roste



za bodem C – 3. stadium výroby – klesá průměrný produkt práce i kapitálu i celkový produkt

**firma usiluje o 2. stadium výroby**

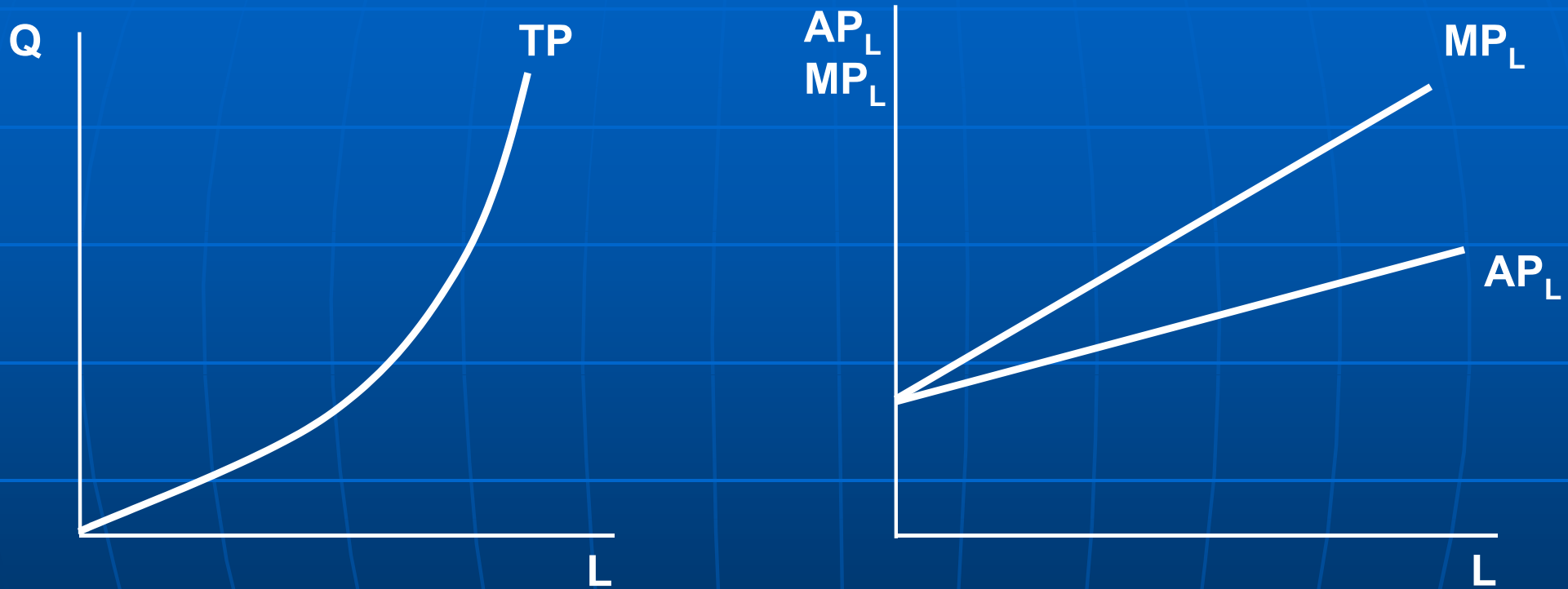
# Výroba v SR – některé identity

☞  $Q = f(K_{\text{fix}}, L)$

☞  $AP_L = Q/L$        $AP_K = Q/K$

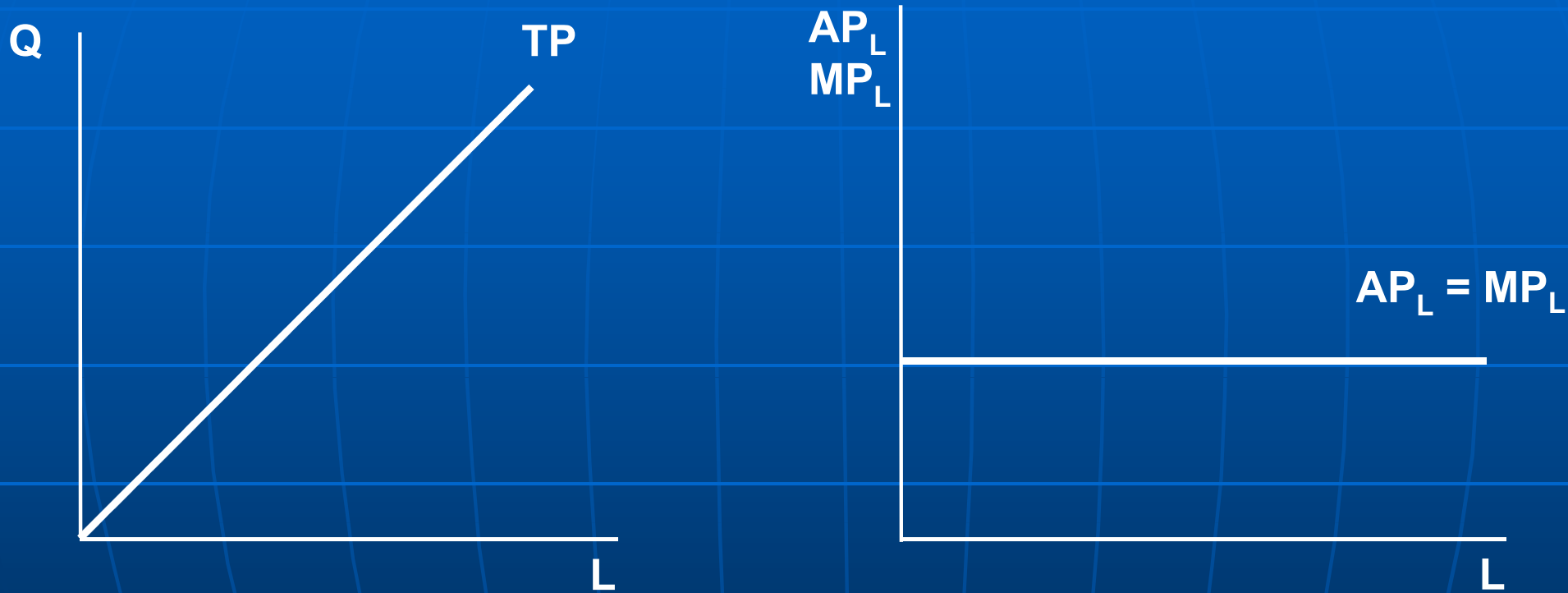
☞  $MP_L = \partial Q / \partial L$        $MP_K = \partial Q / \partial K$

# Výroba v SR – rostoucí výnosy z variabilního vstupu



**Celkový výstup roste rostoucím tempem – tj. rychleji než počet zapojených jednotek práce**

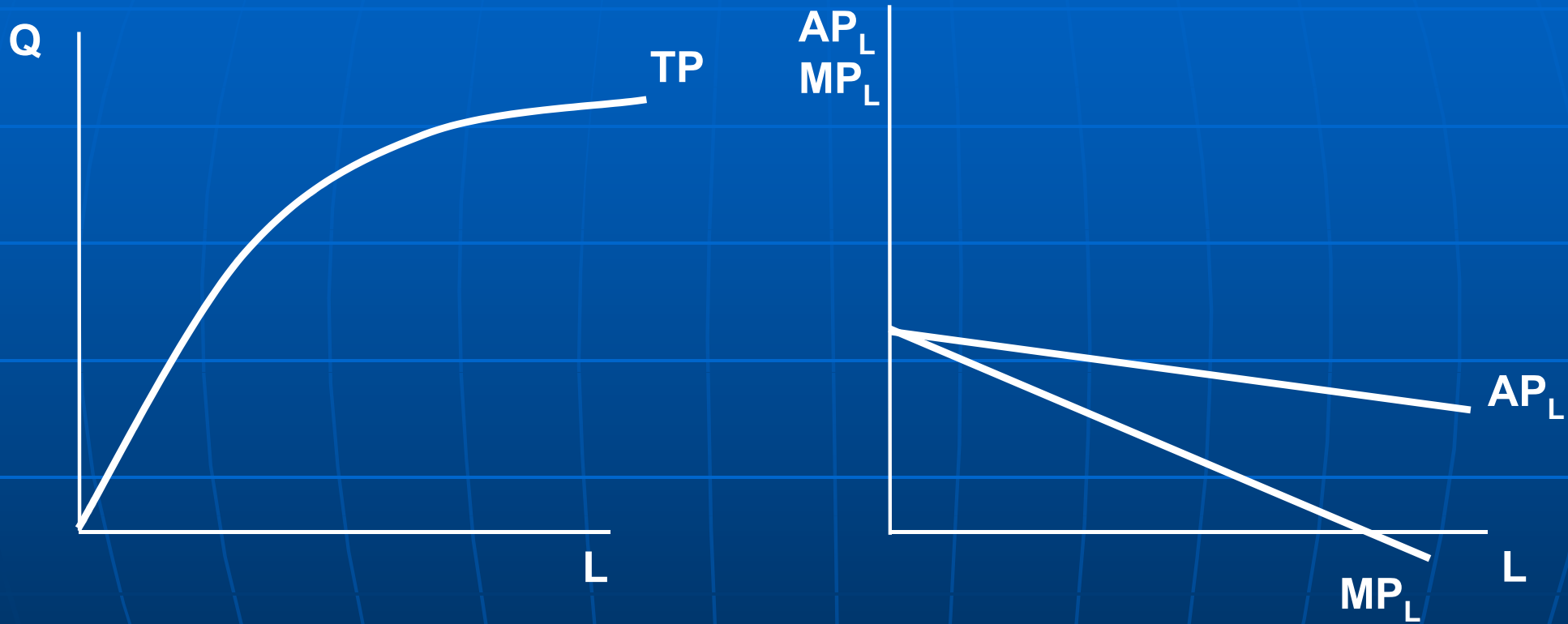
# Výroba v SR – konstantní výnosy z variabilního vstupu



**Celkový výstup roste konstantním tempem – tj. stejně rychle jako počet zapojených jednotek práce**



# Výroba v SR – klesající výnosy z variabilního vstupu

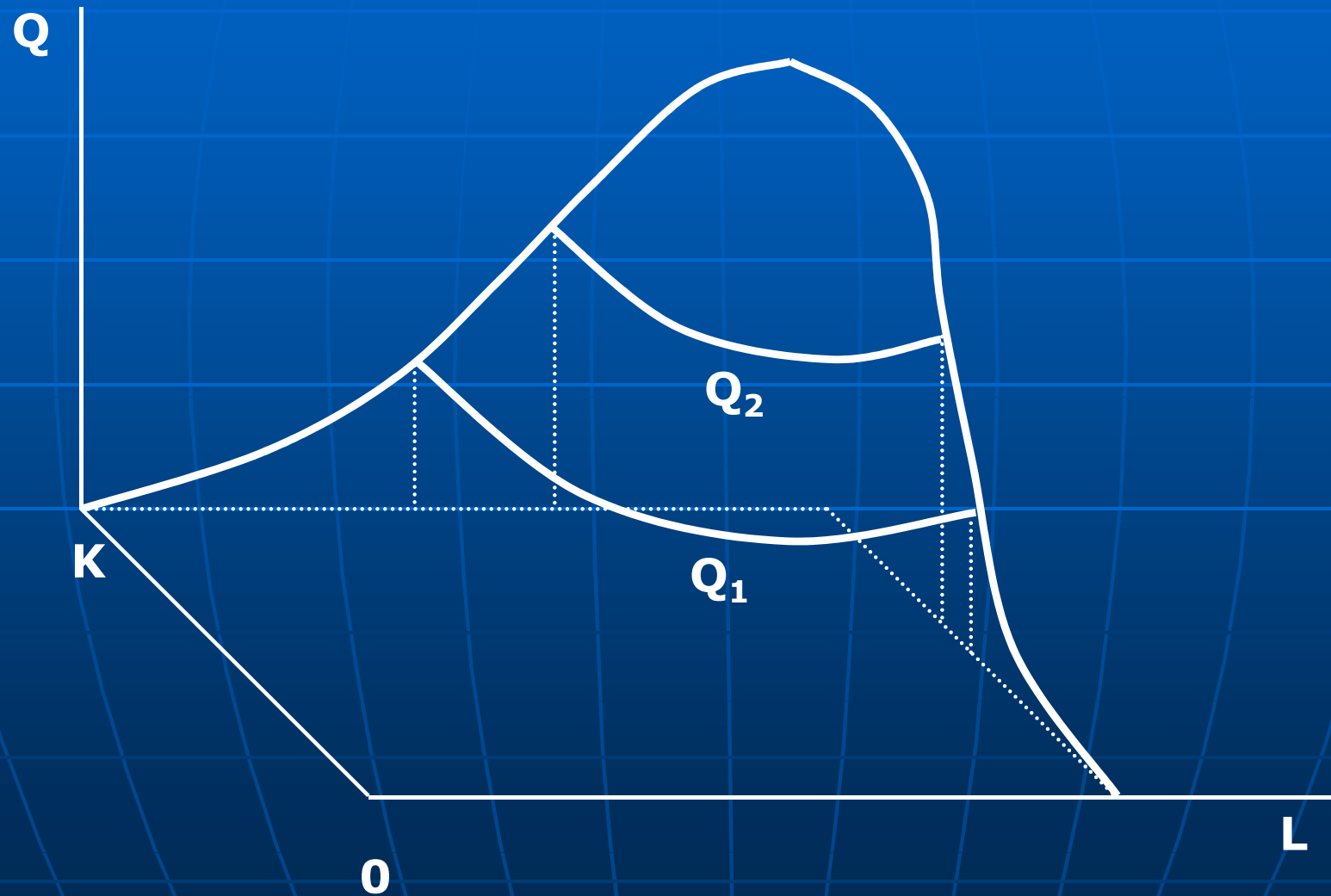


**Celkový výstup roste klesajícím tempem – tj. pomaleji než počet zapojených jednotek práce**

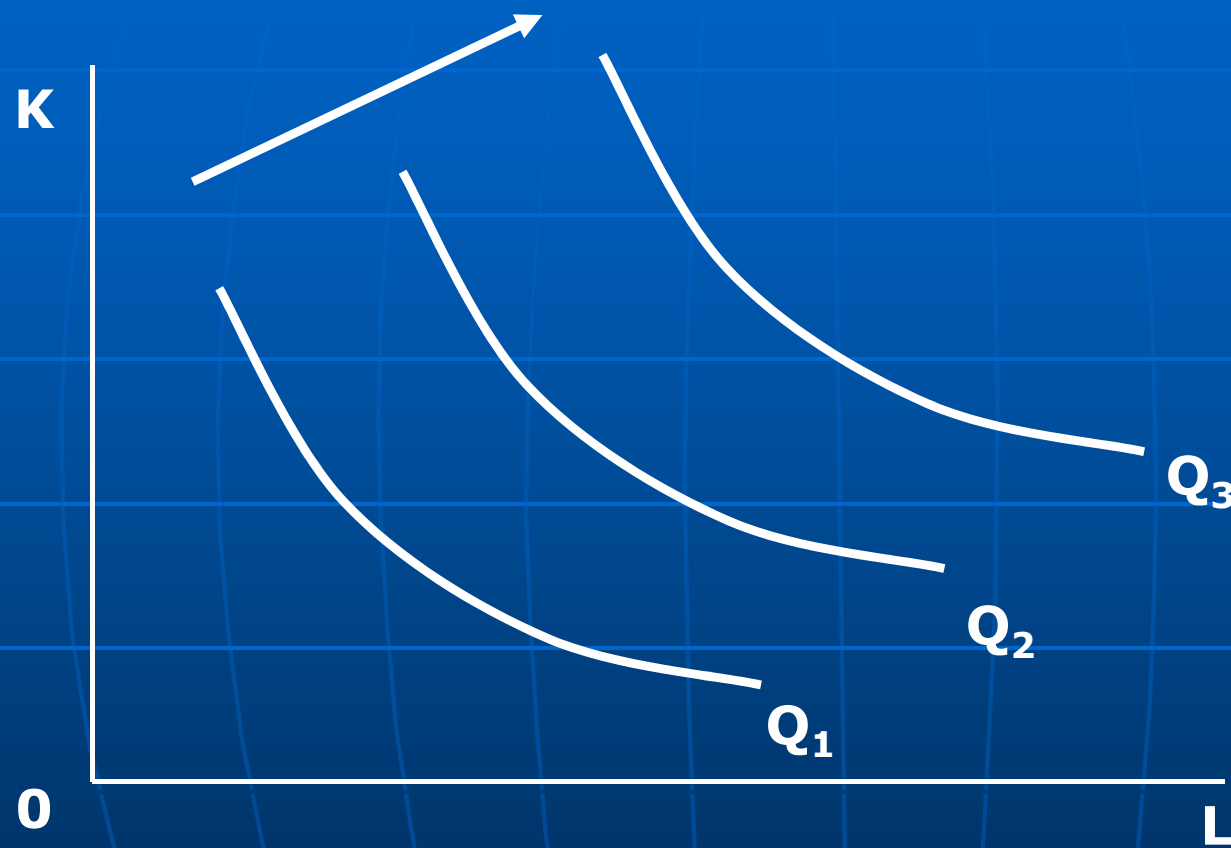
# Výroba v dlouhém období (LR)

- ➡ firma může měnit množství všech VF – práce i kapitál jsou variabilní
- ➡  $Q = f(K, L)$
- ➡ dlouhodobá produkční funkce je zobrazena mapou izokvant – 3D obrázek se nazývá produkční kopec
- ➡ izokvanta = křivka znázorňující kombinace vstupů, které vedou k výrobě stejného objemu výstupu (analogie indiferenční křivky)

# Dlouhodobá produkční funkce – produkční kopec



# Dlouhodobá produkční funkce – mapa izokvant



**V případě obou VF normálních roste výstup ve směru šipky**

# Vlastnosti izokvant

- ☞ analogie indifferenčních křivek
- ☞ izokvanty jsou seřazeny z kardinalistického pohledu (objem výstupu můžeme přesně určit)
- ☞ izokvanty se neprotínají
- ☞ izokvanty jsou klesající a konvexní směrem k počátku

# Mezní míra technické substituce

☞ *Marginal Rate of Technical Substitution (MRTS)*

☞ poměr, ve kterém firma nahrazuje kapitál prací, aniž se změní velikost výstupu

☞  $MRTS = -\Delta K / \Delta L$

☞  $-\Delta K \cdot MP_K = \Delta L \cdot MP_L \rightarrow -\Delta K / \Delta L = MP_L / MP_K$   
 $\rightarrow MRTS = MP_L / MP_K$

# Elasticita substituce

☞ procentní změna poměru vstupů (K/L) ku procentní změně MRTS

☞ určuje zakřivení izokvant

$$\sigma = \frac{d(K/L)/K/L}{dMRTS/MRTS}$$

☞  $\sigma = \infty$  pro dokonale nahraditelné VF

☞  $\sigma = 0$  pro VF v dokonale komplementárním vztahu

# Optimální kombinace vstupů

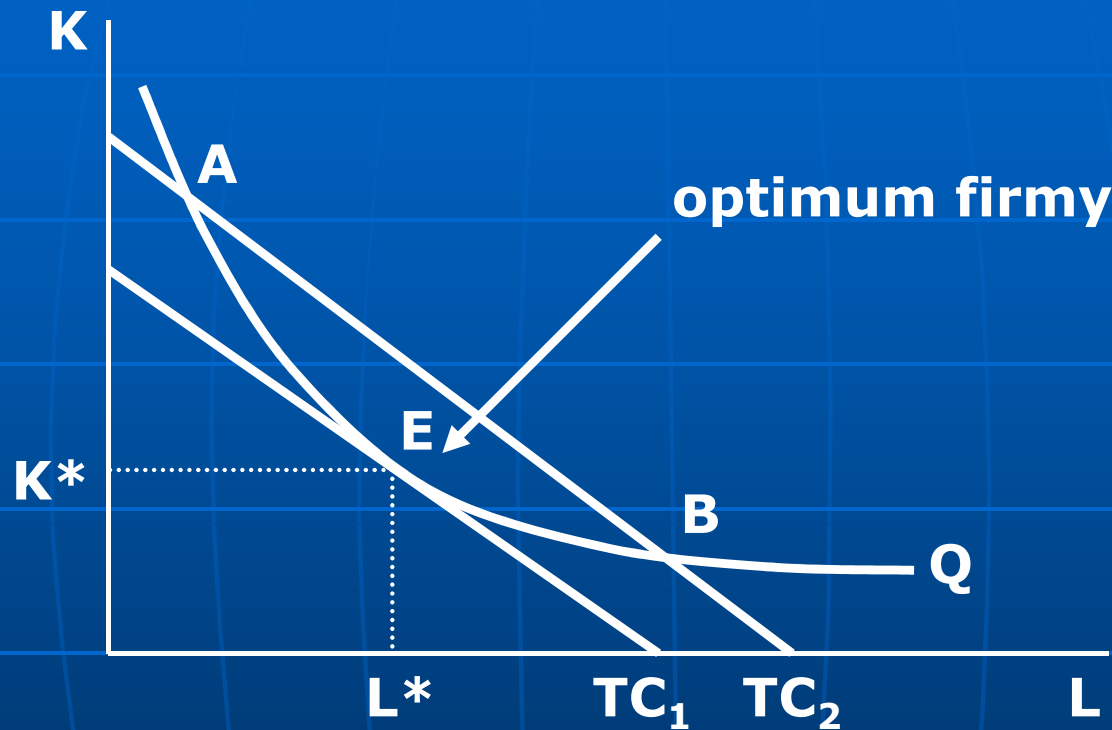
- ➔ opět jde o analogii optima spotřebitele
- ➔ firma je rovněž limitována svým rozpočtem
- ➔ rozpočtové omezení je dáno finančními prostředky firmy a cenami výrobních faktorů
- ➔ linie rozpočtu firmy (izokosta) je dána:  
 $TC = w.L + r.K$ , kde  
w.....mzdová sazba (cena VF práce)  
r.....úroková sazba (cena VF kapitálu)



# Optimální kombinace vstupů

- ➡ tam, kde se dotýká izokvanta s izokostou, čili:
- ➡ tam, kde se rovnají směrnice izokvanty (MRTS) a izokosty ( $w/r$ )
- ➡ optimum:  $MRTS = w/r$ , a tedy:
- ➡  $MP_L/MP_K = w/r$
- ➡ pouze v bodě optima vyrábí firma daný výstup s minimálními náklady, neboli:
- ➡ pouze v bodě optima vyrábí firma s danými náklady maximální možný výstup

# Optimum firmy - graficky

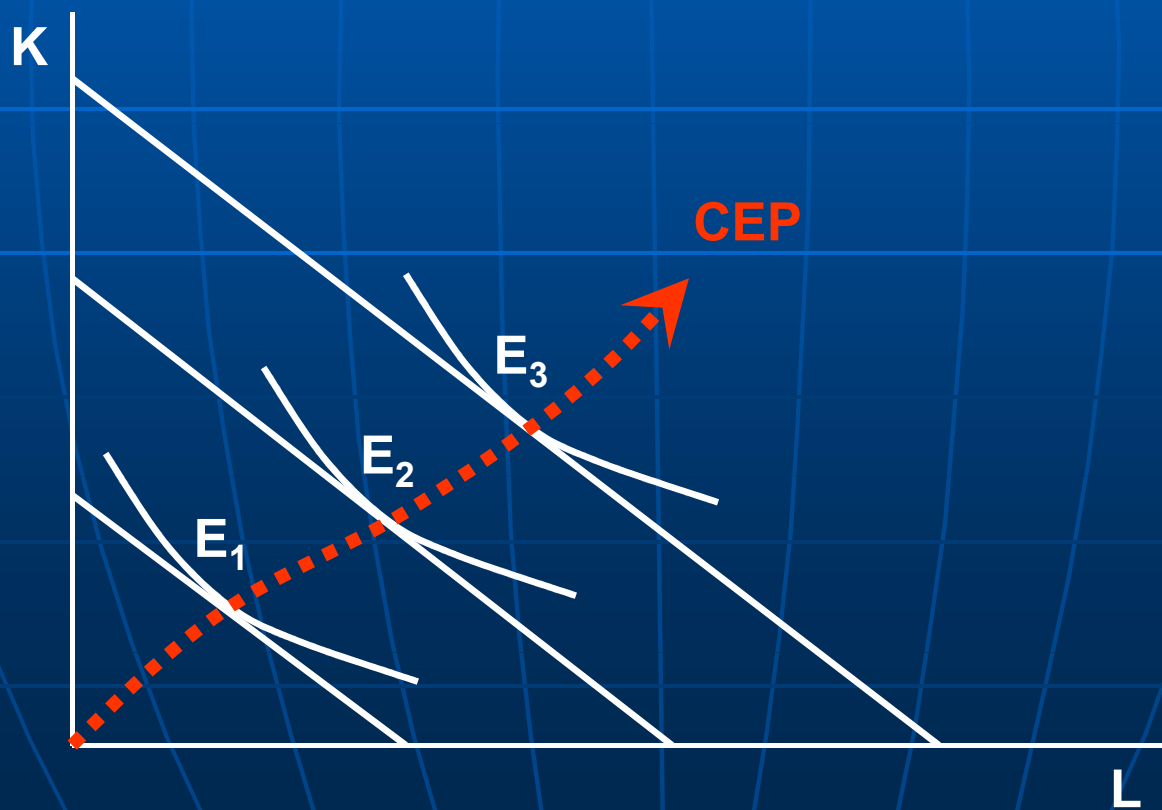


**V bodech A a B firma nevyrábí daný výstup s minimálními náklady**

**V bodech A a B firma s danými náklady nevyrábí maximální možný výstup**

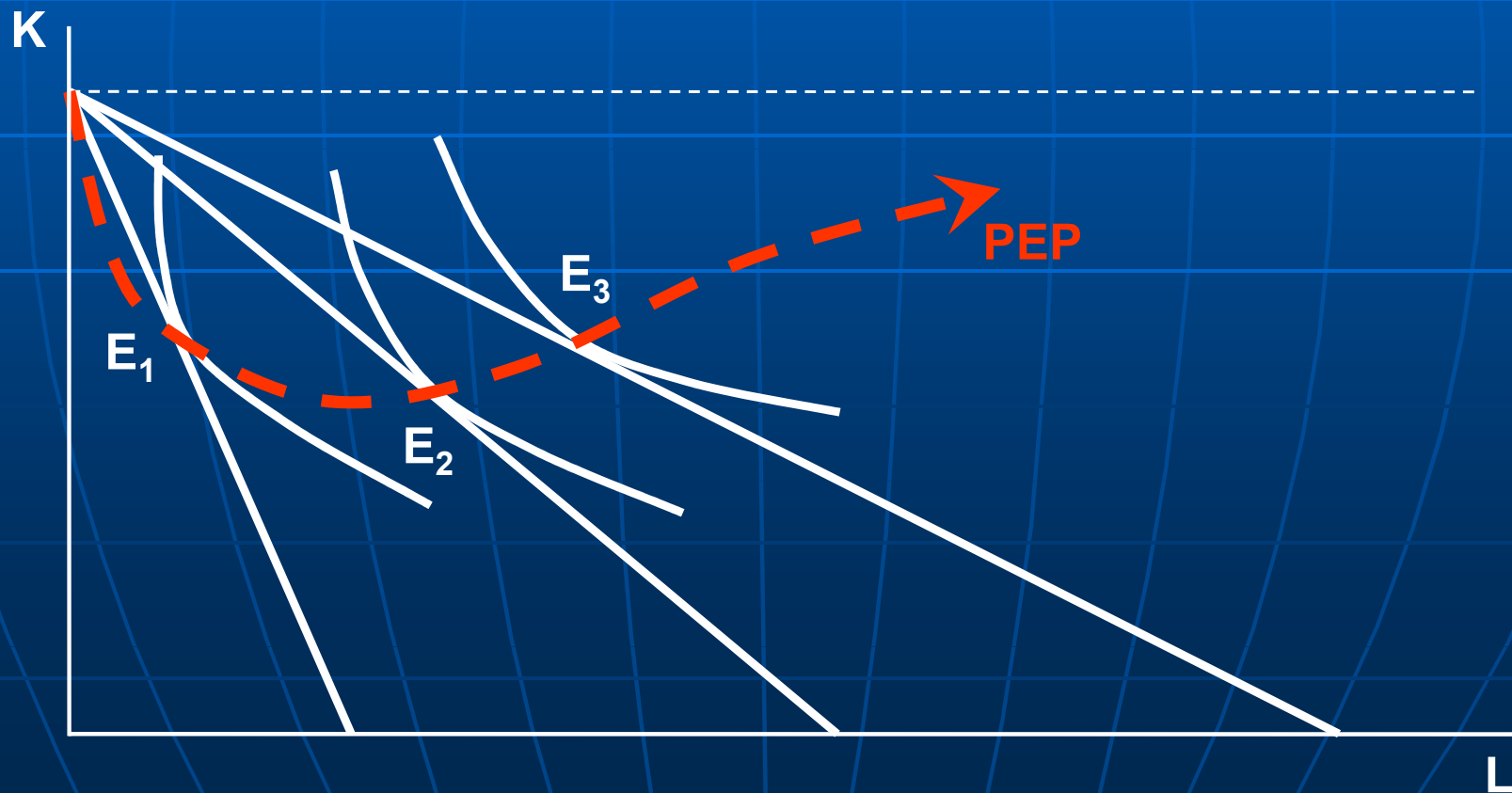
# Nákladová stezka expanze

- *Cost Expansion Path (CEP)*
- množina bodů optima firmy při různých úrovních nákladů
- analogie s ICC u spotřebitele



# Cenová stezka expanze

- ☞ *Price Expansion Path (PEP)*
- ☞ množina bodů optima firmy při různých cenách jednoho z VF
- ☞ analogie s PCC u spotřebitele



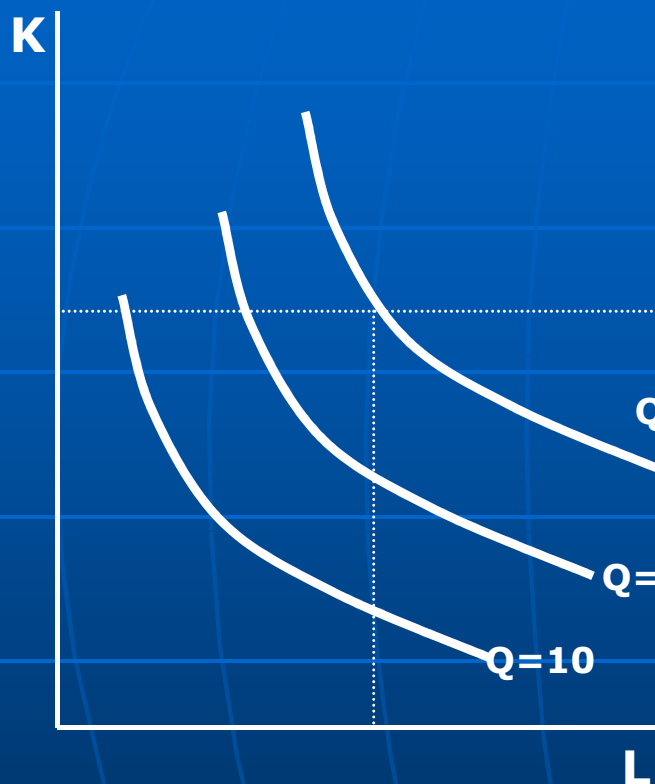
# Vliv změny ceny VF na množství jeho nasazení – substituční a produkční efekt

- ☞ substituční efekt (SE) – nahrazování VF relativně dražšího relativně levnějším
- ☞ produkční efekt (PE) – analogie důchodového efektu u spotřebitele (někdy se též používá označení „nákladový efekt“)

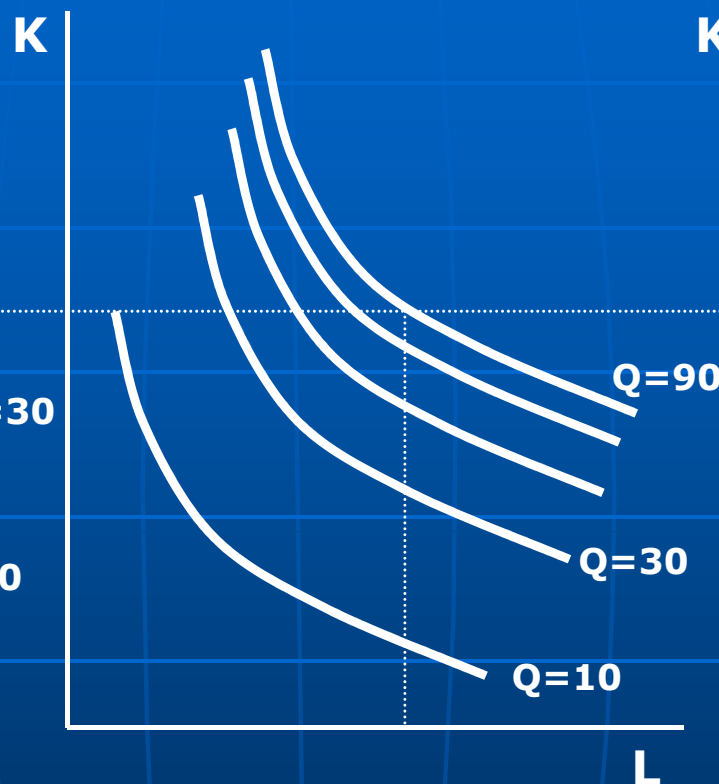
# Výnosy z rozsahu

- ☞ jde o vztah mezi změnami vstupů a změnami výstupu - o kolik % se zvýší výstup, zvýšíme-li množství vstupů o 1 %
- ☞ klesající, konstantní nebo rostoucí
- ☞ klesající: výstup roste pomaleji než množství vstupů
- ☞ konstantní: výstup roste stejným tempem jako množství vstupů
- ☞ rostoucí: výstup roste rychleji než množství vstupů

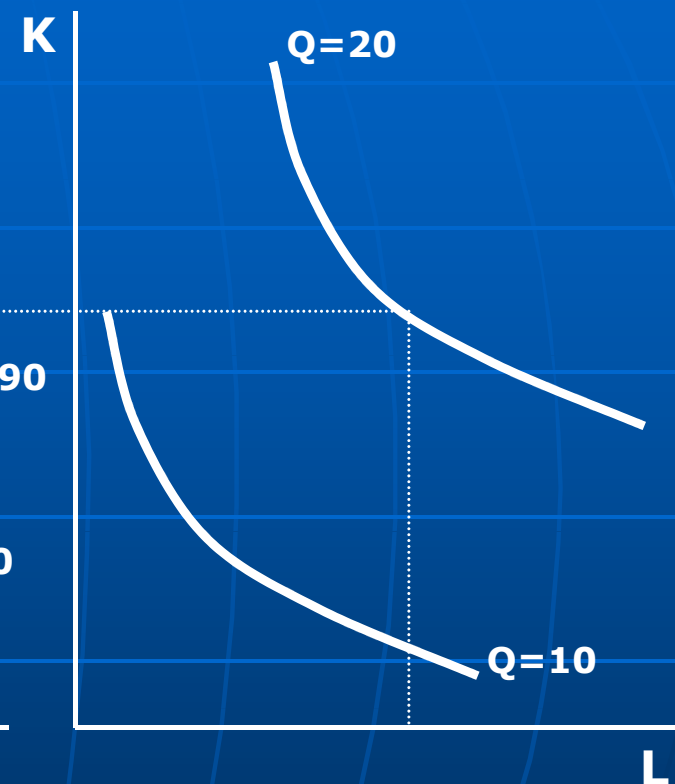
# Konstantní, rostoucí a klesající výnosy z rozsahu



**konstantní výnosy z rozsahu – izokvanty jsou stejně daleko od sebe (produkční kopec je stále stejně strmý)**



**rostoucí výnosy z rozsahu – izokvanty se k sobě přibližují (produkční kopec je stále strmější)**



**klesající výnosy z rozsahu – izokvanty se od sebe oddalují (produkční kopec je stále plošší)**

# Příklady produkčních funkcí

## 1. Lineární produkční funkce:

$$Q = f(K,L) = a.K + b.L$$

☞ obsahuje konstantní výnosy z rozsahu, protože:

$$f(t.K,t.L) = a.t.K + b.t.L = t(a.K + b.L) = t.f(K,L)$$

☞ elasticita substituce vstupů:

$\sigma = \infty \rightarrow$  práce a kapitál jsou dokonalé substituty – izokvanty jsou rovnoběžné přímky



# Příklady produkčních funkcí

## 2. Produkční funkce s fixní proporcí vstupů:

$$Q = \min(a.K, b.L)$$

„min“ znamená, že výstup je omezen menší ze dvou hodnot v závorce – mám-li 1 auto a 2 řidiče, přidáním 3. řidiče nezvýším množství přepraveného nákladu

☞ výnosy z rozsahu konstantní:

$$f(t.K, t.L) = \min(a.t.K, b.t.L) = t.\min(a.K, b.L) = t.f(K, L)$$

☞ elasticita substituce vstupů:

$\sigma = 0 \rightarrow K$  a  $L$  jsou doko. komplementy – izokvanty mají tvar písmene „L“

# Příklady produkčních funkcí

## 3. Cobb-Douglasova produkční funkce:

$$Q = f(K,L) = A \cdot K^a \cdot L^b$$

☞ výnosy z rozsahu:

$$f(t \cdot K, t \cdot L) = A \cdot (t \cdot K)^a (t \cdot L)^b = A \cdot t^{a+b} \cdot K^a \cdot L^b = t^{a+b} \cdot f(K,L)$$

závisí na hodnotách „a“ a „b“, if:

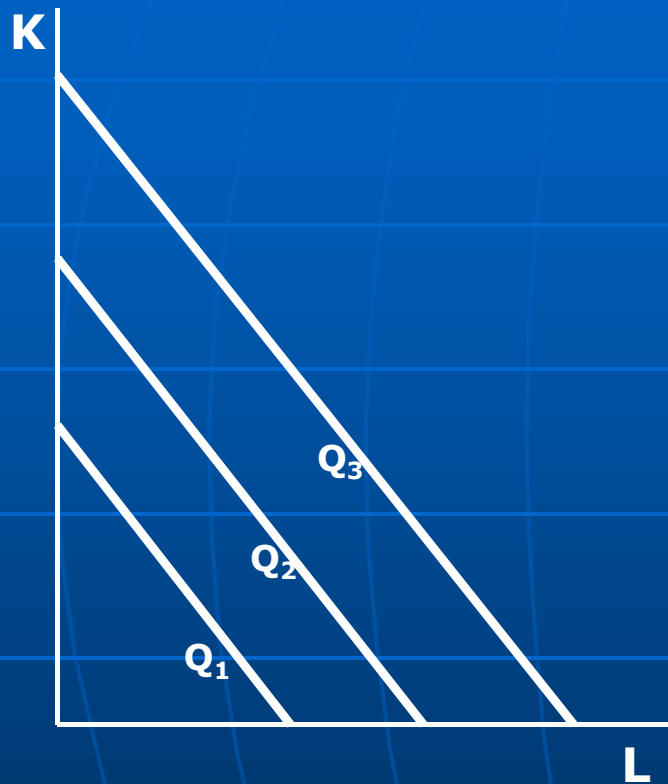
$a+b=1$  → konstantní výnosy z rozsahu

$a+b>1$  → rostoucí výnosy z rozsahu

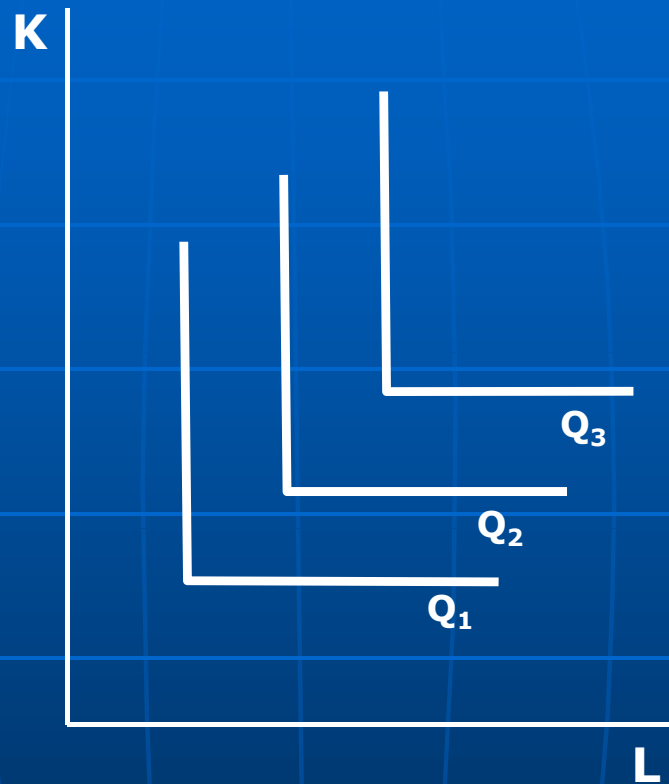
$a+b<1$  → klesající výnosy z rozsahu

☞ izokvanty jsou konvexní směrem k počátku

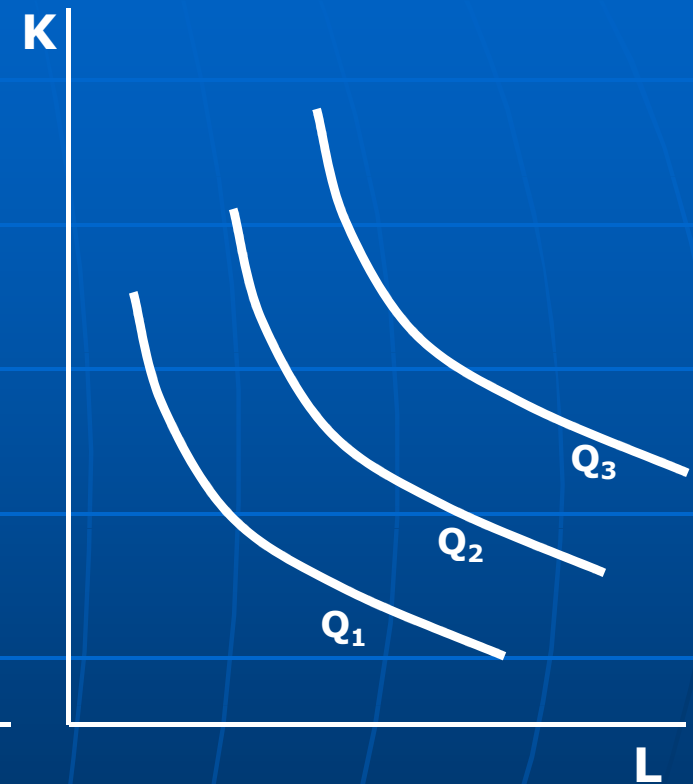
# Příklady produkční funkcí



**Lineární produkční funkce**



**Produkční funkce s fixní proporcí vstupů**



**Cobb-Douglasova produkční funkce**

# Otázka k zamyšlení

Výnosy z rozsahu – Soukupová str. 178:

☞ rostoucí výnosy z rozsahu

$$f(t.K, t.L) > t.f(K, L) = t.Q$$

☞ klesající výnosy z rozsahu

$$f(t.K, t.L) < t.f(K, L) = t.Q$$

**JE TAM CHYBA OR NOT??**