

3. písemka - Matematika I, VZOR

90 minut na vypracování, maximum bodů=30, minimum bodů=15

Poznámka: první, druhý a pátý příklad bude tvořen vždy jednou z uvedených alternativ.

1. Alternativa I

Napsat libovolnou soustavu rovnic, která má nekonečně mnoho, právě jedno, nebo nemá žádné řešení.

Alternativa II

Nalézt řešení soustavy lineárních rovnic. Ukázka zadání viz vzor druhého testu příklad 2 alternativa I.

Alternativa III

Vybrat ze zadaných vektorů maximální podmnožinu lineárně nezávislých vektorů. Ukázka zadání viz vzor druhého testu příklad 2 alternativa II.

2. Alternativa I

Nalezněte vlastní čísla a vlastní vektory matice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Alternativa II

Výpočet inverzní matice. Ukázka zadání viz vzor druhého testu příklad 4 alternativa I.

3. Výpočet determinantu. Ukázka zadání viz vzor druhého testu příklad 3.

4. Vypočtete

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cotgx - \frac{1}{x} \right)$$

5. Alternativa I

Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce $f(x) = \frac{x}{x^3+1}$ v bodě $T = [1, ?]$.

Alternativa II

Derivujte a upravte

$$f(x) = e^{\frac{2}{x}} \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2} \right)$$

6. Vyšetřete průběh funkce¹

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - x$$

¹Pro zajímavost a procvičení si můžete vyšetřit i funkci $f(x) = x - 2\arctg x$, která má různé asymptoty se směrníci. Nicméně tento příklad je mírně náročnější než příklad vzorový a příklady, které budou v testu.