R.HUŠEK: Ekonometrická analýza: strana 141, příklad 2

Máme třírovnicový model s identitou:

(1) $C_t = \alpha_1 + \beta_1 Y_t + u_{t1}$

(2) $I_t = \alpha_2 + \beta_2 r_t + \gamma_2 Y_{t-1} + u_{t2}$

(3) $M_t = \alpha_3 + \beta_3 r_t + \beta_3^* Y_t + u_{t3}$

(4) $Y_t = C_t + I_t + G_t$

Kategorizace proměnných

Běžné ENDOGENNÍ: C_t - spotřeba, I_t - investice, M_t - peněžní zásoba, Y_t - důchod

EXOGENNÍ: "1" - jedničkový vektor, r_t - úroková míra, G_t - veřejné (vládní) výdaje

PREDETERMINOVANÉ: "1" , r_t , G_t , Y_{t-1} - zpožděný GDP o 1 období

URČENÍ REDUKOVANÉHO TVARU SOUSTAVY

po vyloučení identity: způsobem $I_t = Y_t - C_t - G_t$; dosadíme do **(2)**:

(2') $Y_t - C_t - G_t = \alpha_2 + \beta_2 r_t + \gamma_2 Y_{t-1} + u_{t2}$

(2') $Y_t = \alpha_2 + \beta_2 r_t + \gamma_2 Y_{t-1} + C_t + G_t + u_{t2}$ a upravíme levou stranu

---

(1) $C_t - \beta_1 Y_t = \alpha_1 + u_{t1}$

(2') $Y_t - C_t = \alpha_2 + \beta_2 r_t + \gamma_2 Y_{t-1} + G_t + u_{t2}$

(3) $M_t - \beta_3^* Y_t = \alpha_3 + \beta_3 r_t + u_{t3}$

Soustavu přepíšeme do maticové struktury koeficientů

$$\begin{bmatrix} 1 & -\beta_1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -\beta_3^* & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \\ M_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 1 \\ \alpha_3 & \beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\beta_1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -\beta_3^* & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1-\beta_1} \begin{bmatrix} 1 & -(-\beta_1) & 0 \\ -(-1) & 1 & 0 \\ \beta_3^* & -(-\beta_3^*) & 1-\beta_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\beta_1} \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \beta_3^* & \beta_3^* & 1-\beta_1 \end{bmatrix}$$

$$\det B = 1 + 0 + 0 - \beta_1 - 0 - 0 = 1 - \beta_1$$

$$\begin{pmatrix} C_t \\ Y_t \\ M_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-\beta_1} \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \beta_3^* & \beta_3^* & 1-\beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 1 \\ \alpha_3 & \beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \frac{1}{1-\beta_1} \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \beta_3^* & \beta_3^* & 1-\beta_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{1-\beta_1} \begin{bmatrix} \alpha_1 + \beta_1\alpha_2 & \beta_1\beta_2 & \beta_1\gamma_2 & \beta_1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 1 \\ \alpha_1\beta_3^* + \alpha_2\beta_3^* + \alpha_3(1-\beta_1) & \beta_3\beta_3^* + \beta_3(1-\beta_1) & \beta_3^*\gamma_2 & \beta_3^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{1-\beta_1} \begin{bmatrix} u_{t1} + \beta_1 u_{t2} \\ u_{t1} + u_{t2} \\ \beta_3^*(u_{t1} + u_{t2}) + (1-\beta_1)u_{t3} \end{bmatrix}$$

Alternativní postup s vyloučením proměnné C_t:

Z rovnice **(4)** dosadíme $C_t = Y_t - I_t - G_t$ a dosadíme do rovnice **(1)**:

$$Y_t - I_t - G_t = \alpha_1 + \beta_1 Y_t + u_{t1}$$

$$-I_t = \alpha_1 + (\beta_1 - 1)Y_t + G_t + u_{t1}$$

$$I_t = -\alpha_1 + (1-\beta_1)Y_t - G_t - u_{t1}$$

a spolu s rovnicemi **(2), (3)** dostaneme

$$M_t = \alpha_3 + \beta_3 r_t + \beta_3^* Y_t + u_{t3}$$

$$I_t = \alpha_2 + \beta_2 r_t + \gamma_2 Y_{t-1} + u_{t2}$$

$I_t = -\alpha_1 + (1-\beta_1)Y_t - G_t - u_{t1}$, přepíšeme do maticového zápisu :

$$\begin{bmatrix} 0 & -\beta_3^* & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & \beta_1 - 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \\ M_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_3 & \beta_3 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 0 \\ -\alpha_1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{t3} \\ u_{t2} \\ -u_{t1} \end{pmatrix}$$

. Odtud máme

$$\begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \\ M_t \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\beta_3^* & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & \beta_1 - 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1}} \begin{bmatrix} \alpha_3 & \beta_3 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 0 \\ -\alpha_1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\beta_3^* & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & \beta_1 - 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} u_{t3} \\ u_{t2} \\ -u_{t1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \\ M_t \end{pmatrix} = \frac{1}{\beta_1 - 1} \begin{bmatrix} 0 & \beta_1 - 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ \beta_1 - 1 & -\beta_3^* & \beta_3^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 & \beta_3 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 0 \\ -\alpha_1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{\beta_1 - 1} \begin{bmatrix} 0 & \beta_1 - 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ \beta_1 - 1 & -\beta_3^* & \beta_3^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{t3} \\ u_{t2} \\ -u_{t1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_t \\ Y_t \\ M_t \end{pmatrix} = \frac{1}{\beta_1 - 1} \begin{bmatrix} \alpha_2\beta_1 - \alpha_2 & \beta_1\beta_2 - \beta_2 & \beta_1\gamma_2 - \gamma_2 & 0 \\ -\alpha_2 - \alpha_1 & -\beta_2 & -\gamma_2 & -1 \\ \alpha_3\beta_1 - \alpha_3 - \alpha_2\beta_3^* - \alpha_1\beta_3^* & \beta_1\beta_3 - \beta_3 - \beta_2\beta_3^* & -\beta_3^*\gamma_2 & -\beta_3^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{\beta_1 - 1} \begin{pmatrix} (\beta_1 - 1)u_{t2} \\ -u_{t2} - u_{t1} \\ (\beta_1 - 1)u_{t3} - u_{t2}\beta_3^* - \beta_3^* u_{t1} \end{pmatrix}$$

. Jak patrno, u proměnných Y_t, M_t dochází k souladu koeficientů u „stejnolehlých“ proměnných s prvním postupem.