R.HUŠEK: Ekonometrická analýza: strana 158, příklad 4

Máme třírovnicový model s identitou:

(1) $C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 . C_{t-1} + u_{t1}$ spotřební funkce (s důchodem a zpožď. spotřebou)

(2) $I_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + \beta_3 I_{t-1} + u_{t2}$ investiční funkce (s úrokovou mírou)

(3) $r_t = \gamma_1 + \gamma_2 Y_t + \gamma_3 M_t + u_{t3}$ funkce úrokové míry (s peněžní zásobou)

(4) $Y_t = C_t + I_t + G_t$ bilanční identita důchodu

Kategorizace proměnných

Běžné ENDOGENNÍ: C_t - spotřeba, I_t - investice, r_t - úroková míra, Y_t - důchod

EXOGENNÍ: "1" - jedničkový vektor, G_t - veřejné výdaje, M_t peněžní zásoba

PREDETERMINOVANÉ: "1" , G_t , M_t , C_{t-1} , I_{t-1} -spotřeba , resp investice zpožděné 1 období

$m = 4, q = 5$

URČENÍ REDUKOVANÉHO TVARU SOUSTAVY

po vyloučení identity: způsobem $I_t = Y_t - C_t - G_t$; dosadíme do **(2)**:

(2) $Y_t - C_t - G_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + \beta_3 I_{t-1} + u_{t2}$ investiční funkce (s úrokovou mírou)

(2’) $Y_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + \gamma_2 I_{t-1} + C_t + G_t + u_{t2}$ a upravíme do tvaru, kde na levé straně budou přítomny jen běžné endogenní proměnné:

(2´´) $Y_t - C_t - \beta_2 r_t = \beta_1 + \gamma_2 I_{t-1} + G_t + u_{t2}$: podobně u druhé a třetí rovnice

(1) $C_t - \alpha_2 Y_t = \alpha_1 + \alpha_3 . C_{t-1} + u_{t1}$

(3) $r_t - \gamma_2 Y_t = \gamma_1 + \gamma_3 M_t + u_{t3}$

Soustavu **(1)**, **(2´´)**, **(3)** nyní přepíšeme do maticové podoby strukturního tvaru

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -\beta_2 \\ -\alpha_2 & 1 & 0 \\ -\gamma_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Y_t \\ C_t \\ r_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \gamma_2 & 0 & 1 & 0 \\ \alpha_1 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ I_{t-1} \\ C_{t-1} \\ G_t \\ M_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -\beta_2 \\ -\alpha_2 & 1 & 0 \\ -\gamma_2 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} 1 & -(-1) & \beta_2 \\ -(-\alpha_2) & 1-\beta_2\gamma_2 & (-\alpha_2\beta_2) \\ \gamma_2 & -(-\gamma_2) & 1-\alpha_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \beta_2 \\ \alpha_2 & 1-\beta_2\gamma_2 & -\beta_2 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & 1-\alpha \end{bmatrix}$$

$$\det B = 1 + 0 + 0 - \beta_2\gamma_2 - 0 - \alpha_2 = 1 - \alpha_2 - \beta_2\gamma_2$$

$$\begin{pmatrix} Y_t \\ C_t \\ M_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \beta_2 \\ \alpha_2 & 1-\beta_2\gamma_2 & -\beta_2\alpha_2 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & 1-\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 & \gamma_2 & 0 & 1 & 0 \\ \alpha_1 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} 1 \\ I_{t-1} \\ C_{t-1} \\ G_t \\ M_t \end{pmatrix}$$

$$+ \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \beta_2 \\ \alpha_2 & 1-\beta_2\gamma_2 & -\beta_2\alpha_2 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & 1-\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} \beta_1 + \alpha_1 + \beta_2\gamma_1 & \gamma_2 & \alpha 3 & 1 & \beta_2\gamma_3 \\ \alpha_2\beta_1 + \alpha_1 - \alpha_1\beta_2\gamma_2 - \gamma_1\beta_2\alpha_2 & \alpha_2\gamma_2 & \alpha_3 - \alpha_3\beta_2\gamma_2 & \alpha_2 & -\beta_2\alpha_2\gamma_3 \\ \beta_1\gamma_2 + \alpha_1\gamma_2 + \gamma_1 - \alpha_2\gamma_1 & \gamma_2^2 & \gamma_2\alpha_3 & \gamma_2 & \gamma_3 - \alpha_2\gamma_3 \end{bmatrix} .$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ I_{t-1} \\ C_{t-1} \\ G_t \\ M_t \end{pmatrix} +$$

$$+\frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2}\begin{bmatrix}1 & 1 & \beta_2\\ \alpha_2 & 1-\beta_2\gamma_2 & -\beta_2\alpha_2\\ \gamma_2 & \gamma_2 & 1-\alpha_2\end{bmatrix}\begin{pmatrix}u_{t1}\\ u_{t2}\\ u_{t3}\end{pmatrix}=$$

$$+\frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2}\begin{pmatrix}u_{t1+}+u_{t2}+\beta_2.u_{t3}\\ \alpha_2u_{t1}+(1-\beta_2\gamma_2)u_{t2}-\beta_2\alpha_2u_{t3}\\ \gamma_2u_{t1}+\gamma_2u_{t2}+(1-\alpha_2)u_{t3}\end{pmatrix}$$

Alternativní postup s vyloučením proměnné C_t:

po vyloučení identity: způsobem $C_t = Y_t - I_t - G_t$; dosadíme do **(1)**:

(1´) $Y_t - I_t - G_t = \alpha_1 + \alpha_2.Y_t + \alpha_3.C_{t-1} + u_{t1}$, přičemž

rovnici **(1)** upravíme do tvaru, kde na levé straně budou přítomny jen běžné endogenní proměnné:

(1´´) $(1-\alpha_2)Y_t - I_t = \alpha_1 + \alpha_3.C_{t-1} + G_t + u_{t1}$.

Totéž učiníme u druhé a třetí rovnice:

(2) $I_t - \beta_2 r_t = \beta_1 + \beta_3 I_{t-1} + u_{t2}$ investiční funkce (s úrokovou mírou), resp.

(3) $r_t - \gamma_2 Y_t = \gamma_1 + \gamma_3 M_t + u_{t3}$

Všechny tři rovnice nyní přepíšeme do strukturního tvaru:

$$\begin{bmatrix} 1-\alpha_2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\beta_2 \\ -\gamma_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Y_t \\ I_t \\ r_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \alpha_3 & 1 & 0 \\ \beta_1 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ I_{t-1} \\ C_{t-1} \\ G_t \\ M_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix}$$

Zřejmě $\det B = 1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2 - 0 + 0 + 0 + 0 = 1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2$

$$\begin{bmatrix} 1-\alpha_2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\beta_2 \\ -\gamma_2 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} 1 & -(-1) & \beta_2 \\ -(-\beta_2\gamma_2) & 1-\alpha_2 & -(\alpha_2\beta_2-\alpha_2) \\ \gamma_2 & -(-\gamma_2) & 1-\alpha_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \beta_2 \\ \beta_2\gamma_2 & 1-\alpha_2 & \alpha_2-\beta_2\alpha_2 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & 1-\alpha_2 \end{bmatrix}$$

Touto maticí nyní vynásobíme zleva členy na pravé straně a osamostatníme vektor běžných endogenních proměnných:

$$\begin{pmatrix} Y_t \\ I_t \\ M_t \end{pmatrix} = \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \beta_2 \\ \beta_2\gamma_2 & 1-\alpha_2 & \alpha_2-\beta_2\alpha_2 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & 1-\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \alpha_3 & 1 & 0 \\ \beta_1 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} 1 \\ I_{t-1} \\ C_{t-1} \\ G_t \\ M_t \end{pmatrix}$$

$$+ \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \beta_2 \\ \beta_2\gamma_2 & 1-\alpha_2 & \alpha_2-\beta_2\alpha_2 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & 1-\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix} =$$

$$\frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2} \begin{bmatrix} \beta_1+\alpha_1+\beta_2\gamma_1 & \beta_3 & \alpha_3 & 1 & \beta_2\gamma_3 \\ \alpha_1\beta_2\gamma_2+\beta_1-\beta_1\alpha_2+(1-\beta_2)\alpha_2\gamma_1 & \beta_3(1-\alpha_2) & \alpha_3\beta_2\gamma_2 & \beta_2\gamma_2 & \gamma_3\alpha_2(1-\beta_2) \\ \beta_1\gamma_2+\alpha_1\gamma_2+\gamma_1-\alpha_2\gamma_1 & \gamma_2\beta_3 & \gamma_2\alpha_3 & \gamma_2 & \gamma_3-\alpha_2\gamma_3 \end{bmatrix} .$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ I_{t-1} \\ C_{t-1} \\ G_t \\ M_t \end{pmatrix} + \frac{1}{1-\alpha_2-\beta_2\gamma_2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & \beta_2 \\ \beta_2\gamma_2 & 1-\alpha_2 & \alpha_2-\beta_2\alpha_2 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & 1-\alpha_2 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{pmatrix}$$