KONEČNÝ(FINÁLNÍ) TVAR EKONOMETRICKÉHO MODELU

KONEČNÝ TVAR **je taková forma ekonometrického modelu, u které se na pravých stranách v jednotlivých rovnicích vyskytují** (pouze) **zpožděné a nezpožděné exogenní proměnné, počáteční zadané hodnoty endogenních proměnných a zpožděné a nezpožděné náhodné složky rovnic[1].**
Při odvozování konečného tvaru se vychází buď ze strukturního nebo (*je-li znám*) **z redukovaného tvaru. Vyjdeme-li ze strukturního tvaru, rozlišíme v zápisu zpoždění u jednotlivých *exogenních* i *endogenních* proměnných :**

$$(I-B)y_t = C_1 y_{t-1} + \dots + C_p y_{t-p} + C_0 z_t + C_{p+1} z_{t-1} + \dots + C_{p+r} z_{t-r} + \varepsilon_t$$

$y_{t\,[m;1]}$ **je vektor *m* běžných endogenních proměnných soustavy *m* rovnic**

$y_{t-1[m;1]}$ **je vektor *m* endogenních proměnných zpožděných o *1* období**

$y_{t-p\,[m;1]}$ **je vektor *m* endogenních proměnných zpožděných o *p* období**

$z_{t\,[q;1]}$ **je vektor *m* běžných exogenních proměnných soustavy *m* rovnic**

$z_{t-1[q;1]}$ **je vektor *m* exogenních proměnných zpožděných o *1* období**

$z_{t-q\,[q;1]}$ **je vektor *m* exogenních proměnných zpožděných o *r* období**

$\varepsilon_{t\,[m;1]}$ **je vektor *m* náhodných složek (*poruch, disturbancí*) soustavy**

$B_{[m,m]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními proměnnými soustavy**

$C_{1\,[m,m]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými a o *1* období zpožděnými endogenními proměnnými soustavy**

$C_{p\,[m,m]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými a o *p* období zpožděnými endogenními proměnnými soustavy**

$C_{0\,[m,q]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními a nezpožděnými exogenními proměnnými soustavy**

$C_{p+1[m,q]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endogenními a o *1* období zpožděnými exogenními proměnnými**

$C_{p+r[m,q]}$ **je matice koeficientů udávajících vztahy mezi běžnými endog. a o *r* období zpožděnými exogenními proměnnými**

Poznámka S ohledem na skutečnost, že zdaleka ne ve všech rovnicích se budou vyskytovat vysvětlující proměnné se (všemi) proměnnými, bude v reálných situacích převážná část prvků matic $C_1,..,C_p, C_0, C_{p+1},.., C_{p+r}$ **nulových.**

---

[1] **Konečný tvar je jediná z forem ekonometrického modelu, u níž se ukazuje jako vhodnější přijmout členění modelových proměnných: *exogenní* a *endogenní*, nikoliv jinak obvyklejší členění na *běžné endogenní* a *predeterminované*.**

Řešením tohoto modelu dostaneme redukovaný tvar

$$y_t = (I-B)^{-1}[C_1 y_{t-1} + ... + C_p y_{t-p} + C_0 z_t + C_{p+1} z_{t-1} + ... + C_{p+r} z_{t-r} + \varepsilon_t]$$

neboli jinak zapsáno **(2)**

$$y_t = \Pi_1 . y_{t-1} + ... + \Pi_p y_{t-p} + \Pi_0 z_t + \Pi_{p+1} z_{t-1} + ... + \Pi_{p+r} z_{t-r} + v_{vt}$$ **, kde**

$$\Pi_1 = (I-B)^{-1} C_1,\ \Pi_p = (I-B)^{-1} C_p,\ \Pi_0 = (I-B)^{-1} C_0,\ \Pi_{p+1} = (I-B)^{-1} C_{p+1}$$

$$v_t = (I-B)^{-1} \varepsilon_t .$$

Nyní ukážeme, jak přejdeme ke konečnému tvaru modelu. Stačí přitom vyjít z jednoduchého zápisu redukovaného tvaru

$$y_t = \Pi_1 . y_{t-1} + \Pi_0 z_t + v_t \qquad (4)$$

(zapíšeme ho ve vektorovém vyjádření bez pozorování **)**

$$\begin{pmatrix} y_1^{\,t} \\ y_2^{\,t} \\ .... \\ y_m^{\,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_{11}^{\,1} & \pi_{12}^{\,1} & ..... & \pi_{1m}^{\,1} \\ \pi_{21}^{\,1} & \pi_{22}^{\,1} & ...... & \pi_{2m}^{\,1} \\ ..... & ...... & .... & ...... \\ \pi_{m1}^{\,1} & \pi_{m2}^{\,1} & ...... & \pi_{mm}^{\,1} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} y_1^{\,t-1} \\ y_2^{\,t-1} \\ .... \\ y_m^{\,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi_{11}^{\,0} & \pi_{12}^{\,0} & ..... & \pi_{1q}^{\,0} \\ \pi_{21}^{\,0} & \pi_{22}^{\,0} & ...... & \pi_{2q}^{\,0} \\ ..... & ...... & .... & ...... \\ \pi_{m1}^{\,0} & \pi_{m2}^{\,0} & ...... & \pi_{mq}^{\,0} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} z_1^{\,t} \\ z_2^{\,t} \\ .... \\ z_q^{\,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1^{\,t} \\ v_2^{\,t} \\ ..... \\ v_m^{\,t} \end{pmatrix} \qquad \textbf{(5)}$$

Opakovaným dosazováním eliminujeme z této diferenční rovnice postupně všechny zpožděné endogenní proměnné y_{t-1} , y_{t-2} atd. Dosazením za y_{t-1} nejprve dostaneme

$$y_t = \Pi_0 z_t + v_t + \Pi_1 .(\Pi_0 z_{t-1} + v_{t-1} + \Pi_1 y_{t-2}) \qquad (6)$$

Po dalším dosazení za y_{t-2} získáme

$$y_t = \Pi_0 z_t + v_t + \Pi_1 .(\Pi_0 z_{t-1} + v_{t-1} + \Pi_1 (\Pi_0 z_{t-2} + v_{t-2} + \Pi_1 y_{t-3})) \qquad \textbf{(7)}$$

atd. až tímto vylučovacím postupem dospějeme ke <u>konečnému tvaru</u>

$$\begin{aligned} y_t &= \Pi_0 z_t + \Pi_1 \Pi_0 z_{t-1} + \Pi_1^{\,2} \Pi_0 z_{t-2} + \Pi_1^{\,t-1} \Pi_0 z_1 + \\ &\quad + v_t + \Pi_1 . v_{t-1} + \Pi_1^{\,2} . v_{t-2} + ... + \Pi_1^{\,t-1} . v_1 + \Pi_1^{\,t} . y_0 \end{aligned} \qquad \textbf{(8)}$$

V tomto *konečném tvaru* (8) je vektor vysvětlovaných běžných endogenních proměnných vyjádřen pomocí maticových transformací nezpožděné z_t a zpožděných exogenních proměnných z_{t-1} , z_{t-2} , ..., z_1 , dále nezpožděné a zpožděných náhodných složek v_{t-1} , v_{t-2} , ..., v_1 a vektoru počátečních hodnot endogenních proměnných y_0 .

[Poznámka] **I kdybychom vyšli z obecnějšího tvaru než je (4), nedostali bychom** po eliminacích **v principu komplikovanější výraz, než je (8). Pokud bychom vyšli z obecného tvaru (3), dostali bychom nepřehledný výraz** (jako obdobu **(8)), ve kterém by vystupovaly matice** $\Pi_2, \Pi_3, .., \Pi_p$ **a dále matice** $\Pi_{p+1}, \Pi_{p+2}, .., \Pi_{p+r}$ **obecně ve velmi spletitých maticových násobcích. Nepřibyly by však již** žádné další ***vektory proměnných .***

Konečný tvar (8) lze zapsat v úspornějším vyjádření se sumacemi

$$y_t = \Pi_1^{\,t} . y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \Pi_1^{\,j} \Pi_0 z_{t-j} + \sum_{j=0}^{t-1} \Pi_1^{\,j} v_{t-j} \qquad \textbf{(8a)}$$

Vidíme, že **ve vyjádření vektoru vysvětlovaných běžných endogenních proměnných vystupují maticové násobky : t-tá mocnina matice** Π_1**, atd.**

Aby však model vykazoval stabilitu v čase (tzn. aby mnohonásobné maticové součiny nevedly ke stále vyšším a vyšším hodnotám)**, je třeba , aby byla splněna podmínka, že pro** $t \to +\infty$ **musí platit lim** $\Pi_1^{\,t}$ **=** $0_{[m;m]}$**. Jinak by nastal *explozivní vývoj*, matice by měly stále větší prvky a v důsledku toho by neomezeně rostly hodnoty ve vektoru endogenních proměnných. Ke splnění této podmínky je nutné, aby měla matice** Π_1 **všechna vlastní čísla v absolutní hodnotě menší než 1, tzn.** $|\lambda_i| < 1$ **pro každý kořen charakteristické rovnice** $|\Pi_1 - \lambda I_m| = 0$ **.**

Koeficienty u jednotlivých veličin pravé strany mají charakter multiplikátorů :

matice Π_0 **obsahuje *přímé*** (též ***běžné***) ***multiplikátory*** **vyjadřující vliv jednotkové změny exogenních proměnných** z_t **v období *t* na endogenní proměnné obsažené ve vektoru** y_t

součin $\Pi_1 \Pi_0$ **obsahuje *dynamické multiplikátory zpožděné o 1 období*** **udávající průměrnou sílu reakce** y_t **na jednotkové změny vektoru exogenních proměnných v** (předcházejícím) **období *t-1* .**

součiny $\Pi_1^{\,r} \Pi_0$ **obsahují *dynamické multiplikátory zpožděné o r období*** **a vyjadřují průměrný vliv exogenní proměnné** z_{t-r} **na** y_t **.**

součty $\sum_{j=1}^{r-1} \Pi_1^{\,j} \Pi_0$ **jsou *krátkodobé,*** *resp.* ***střednědobé multiplikátory*** (též ***přechodné multiplikátory***) **a vyjadřují kumulovaný účinek jednotkové změny vektoru exogenních proměnných** z_{t-r} **na** y_t.

V součtu $\sum_{j=1}^{\infty} \Pi_1^{\,j} \Pi_0$ **jsou *dlouhodobé multiplikátory*** (též ***celkové multiplikátory***) **vyjadřující souhrnný účinek** (za všechna období) **jednotkové změny vektoru exogenních proměnných** z_{t-r} **na** y_t.**. Nutnou podmínkou existence těchto multiplikátorů (též *rovnovážných*) je konvergence**

posloupnosti matic Π_1^r pro r $\to\infty$.