1 Časová hodnota peněz

Při výpočtech vycházíme ze standardu 30E/360 (evropský standard) kdy používáme měsíce s 30dny a u jednoho roku uvažujeme 360 dní.

1.1 Inflace, reálná a nominální úroková míra

Při výpočtu reálné úrokové míry vycházíme ze vzorce $i_{real} = \frac{i_{nominal} - i_{inflace}}{1 + i_{inflace}}$.

1.1.1 Řešené příklady

Jaká je reálná úroková míra na termínovém účtu, pokud je nominální úroková míra na tomto účtu 12,5 % a míra inflace činí 10,5 %.
Řešení

$$i_{real} = \frac{i_{nominal} - i_{inflace}}{1 + i_{inflace}}$$

$$i_{real} = \frac{0,125 - 0,105}{1 + 0,105}$$

$$i_{real} = 0,018$$

Reálná úroková míra na termínovém účtu je 1,8%.

1.1.2 Neřešené příklady

- Reálná úroková míra činí -0,05 %, nominální úroková míra byla 3,8 %. Jaká byla v daném roce výše inflace v ekonomice?
  [$i_{inflace}$=**3,85%**]

- Dle makroekonomické predikce MF bylo možné v roce 2001 očekávat inflaci 5,1 % a v roce 2002 inflaci ve výši 4,6%. Jakou cenu můžeme očekávat na konci roku 2002 u zboží, které na konci roku 2000 stálo 10.000 Kč. Pokud změna ceny zboží bude odpovídat pouze inflaci v ekonomice. [**10.993,46 Kč**]

1.2 Jednoduché úročení

Základní vzorec pro jednoduché úročení:

$$u = P \cdot i \cdot t.$$

Kde P je počáteční investice, i je úroková míra p.a. a t je doba úročení.

1.2.1 Řešené příklady

Jakou částku musíme vrátit bance, pokud jsme si půjčili 35.000 Kč na 6 měsíců při roční úrokové sazbě 8 %?

Řešení

$P = 35.000$, $t = 6$, $i = 8$ % p.a.

$$u = P \cdot t \cdot i$$

$$u = 35.000 \cdot \frac{6}{12} \cdot 0,08$$
$$u = 1.400$$

Dlužník tedy musí vrátit půjčenou sumu navýšenou o úrok, tedy $P_n = 1.400 + 35.000$ tj. 36.400 Kč. Pro výpočet lze rovněž použít upravený vzorec $P_n = P \cdot (1 + i \cdot n)$, kde P_n je výše kapitálu, kterou musí dlužník vrátit tzv. splatná částka.

$$P_n = 35.000 \cdot (1 + 0,08 \cdot \frac{6}{12})$$

$$P_n = 35.000 + 1.400$$

$$P_n = 36.400$$

Za jakou dobu vzroste vklad 1.000 Kč na 1.050 Kč při roční úrokové míře 10 % p.a. a při standardu 30E/360.

Řešení

$P = 1.000$, $P_n = 1.050$, t, $i = 10$ % p.a.

$$u = 1.050 - 1.000$$

$$u = 50$$

$$u = P \cdot t \cdot i$$

$$50 = 1.000 \cdot \frac{t}{360} \cdot 0,1$$

$$t = 180$$

Vklad vzroste z 1.000 Kč na 1.050 Kč za 181 dní.
Respektive je možno vycházet také z druhého vzorce.

$$P_n = P \cdot (1 + i \cdot t)$$

$$1.050 = 1.000 \cdot (1 + 0,1 \cdot \frac{t}{360})$$

$$t = 180$$

1.2.2 Neřešené příklady

- Jaké jsou úrokové náklady úvěru ve výši 200.000 Kč, který je jednorázově splatný za 8 měsíců tj. 240 dní a to včetně úroků. Pokud víme, že úroková sazba je 9 % p.a.
  [**12.000 Kč**]
- Odběratel nezaplatil fakturu na částku 193.000 Kč, která byla splatná 7. července 2009. Penále je stanoveno na 0,05 % z fakturované částky za každý den. Jak vysoké bude penále k 9. září 2009?
  [**5.983 Kč**]
- Jaký bude stav na účtu s 1.000.000 Kč za 210 dní, pokud je úrok stanoven na 1,5 % p.a.?
  [**1.008.750 Kč**]
- Jak velký byl počáteční vklad, který od 12.4.2009 do 24.6. 2009 vzrostl o 1.500 Kč. Pokud víme, že úroková sazba jsou 2 % p.a. a úroky jsou připočítávány jednou ročně?
  [**375.000 Kč**]
- Vypočítejte dobu splatnosti při jednoduchém úročení, pokud vklad ve výši 3.960 Kč narostl na 4.000 Kč. Úroková míra činí 2 % p.a.
  [**181 Kč**]
- Jak dlouho byla po splatnosti faktura, pokud původní fakturovaná částka 65.000 Kč narostla započítáním penále na 68.000 Kč. Penále bylo stanoveno na 0,05 % denně z fakturované částky.
  [**92 dnů**]
- Po jakou dobu byl úročen vklad ve výší 3.960 Kč, jestliže vzrostl pří úrokové sazbě 2 % p.a. připsáním úroků na konci roku na hodnotu 4.000 Kč.
  [**181 dní**]
- Při jaké úrokové sazbě bude činit úrok z vkladu 100.000 Kč za 7 měsíců 1.500 Kč?
  [**2,57 %**]

1.3 Jednoduché diskontování

Základní vzorec pro jednoduché diskontování:

$$D = P_n \cdot i_d \cdot t$$

Kde D je, kde P_n je, i_d je a t je.

1.3.1 Řešené příklady

Podnikatel eskontoval dne 15.9.2009 na banku směnku znějící na částku 1.500.000 Kč se splatností dne 15.10.2009. Jakou částku mu banka dne 15.9. připsala na účet? banka používá diskontní míru 10 % p.a.

Řešení

$$D = P_n \cdot i_d \cdot t$$

$$D = 1.500.000 \cdot 0,1 \cdot \frac{30}{360}$$
$$D = 12.500$$

Banka podnikateli vyplatí hodnotu uvedenou na směnce sníženou o diskont, tzn. 1.500.000 − 12.500 = 1.487.500 Kč.
Rovněž je tento příklad možno řešit vzorcem $P = P_n \cdot (1 - i_d \cdot t)$, kde P představuje současnou hodnotu kapitálu neboli jistinu.

$$P = 1.500.000 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{30}{360}\right)$$
$$P = 1.487.500$$

Oběma vzorci dojdeme ke stejnému výsledku. Na účet bude připsána částka 1.487.500 Kč.

Banka odkoupila směnku znějící na 230.000 Kč s dobou splatnosti 1 rok. Jakou banka používá diskontní sazbu, pokud za směnku vyplatila 200.000 Kč?
Vyjdeme ze vzorce $D = P_n \cdot I_d \cdot t$

$$230.000 - 200.000 = 230.000 \cdot i_d \cdot 1$$
$$i_d = \frac{230.000 - 200.000}{230.000}$$
$$i_d = 0,1304$$

Diskontní sazba banky je 13 %.

1.3.2 Neřešené příklady

- Osoba A vystavila směnku na osobu B. Směnka je na částku 10.000 Kč s dobou splatností 1 rok a diskontní mírou 8 %. Jak vysoký úvěr osoba A obdrží?
  [**9.200 Kč**]
- Dlužník postupuje bance směnku znějící na 100.000 Kč a zavazuje se ji splatit za 3 měsíce. Jakou má banka diskontní sazbu, pokud dlužník obdrží úvěr ve výši 97.000 Kč.
  [**12 %**]
- Kolik dní před dnem splatnosti eskontovala banka směnku, pokud její nominální hodnota byla 1.000.000 Kč a klient získá úvěr ve výši 996.111 Kč. Diskontní sazba banky jsou 4 %.
  [**35 dní**]

1.4 Složené úročení

Základní vzorec pro složené úročení:

$$P_n = P \cdot (1 + i)^n.$$

Kde P je počáteční vklad, P_n je konečná částka, i roční úroková sazba je a n počet období úročení.

1.4.1 Řešené příklady

Na dvouletý termínovaný vklad u Komerční banky jste uložili 10.000 Kč. Úroky jsou připisovány pololetně. Kolik si budete moci vybrat za 2 roky, pokud je úroková sazba 4 % p.a.?

$$P_n = P \cdot (1+i)^n$$

$$P_n = 10.000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^4$$

$$P_n = 10.824,3$$

Za dva roky si klient může vybrat 10.824,3 Kč.

Při jaké výši roční úrokové sazby se zúročí částka za 5 let z 50.000 na 70.000 Kč. Úroky jsou připisovány čtvrtletně.

$$P_n = P \cdot (1+i)^n$$

$$P_n = P \cdot (1+i)^{20}$$

$$\frac{70.000}{50.000} = (1+i)^{20}$$

$$\sqrt[20]{\frac{70.000}{50.000}} = (1+i)$$

$$i = 0,017$$

Výsledná úroková míra je ovšem čtvrtletní - p.q., pokud ji chceme převést na roční pak $i = 4 \cdot 0.017 = 0,0678$ tj. 6,78 %.

1.4.2 Neřešené příklady

- Jaký bude rozdíl za 3 roky v konečné výši kapitálu, pokud byl počáteční vklad 120.000 Kč, úroková míra činí 1,5 % p.a. a pokud jsou úroky připisovány:
  - půlročně
  - ročně

  [**125.502,3 Kč a 125.481,4 Kč, rozdíl činí 20,9 Kč**]

- Jaká byla roční úroková sazba z vkladu 20.000 Kč, pokud za 4 roky máme na účtě 23.400 Kč. Úroky byly připisovány jednou ročně a byly ponechány na účtu k dalšímu zhodnocení. [$i = 4$ **%**]

- Uložili jsme částku 12.000 Kč. Jaká bude konečná výše vkladu za 4 roky při složeném úročení, jestliže úroková sazba činí 11,4 % p.a. a úroky jsou připisovány čtvrtletně. [**18.813 Kč**]

1.5 Efektivní úroková míra

Základní vzorec pro výpočet efektivní úrokové míry:

$$i_{efekt} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1.$$

Kde i_{efekt} je efektivní úroková míra, i je roční úroková sazba a m je frekvence úročení (kolikrát do roka jsou připisovány úroky)

1.5.1 Řešené příklady

Chcete si uložit peníze a máte možnost si zvolit ze tří účtů:

1. banka A nabízí úrokovou sazbu 13 % p.a. a denní připisování úroků
2. banka B nabízí úrokovou sazbu 13,5 % p.a. s půlročním připisováním úroků
3. banka C nabízí úrokovou sazbu 14 % p.a. s ročním připisováním úroků

Kterou banku si vyberete?

1. $$i_{efekt_A} = \left(1 + \frac{0,13}{360}\right)^3 60 - 1$$
2. $$i_{efekt_B} = \left(1 + \frac{0,135}{2}\right)^2 - 1$$
3. $$i_{efekt_C} = \left(1 + \frac{0,14}{1}\right)^1 - 1$$

1. $i_{efekt_A} = 0,1388$ tj. 13,88 %
2. $i_{efekt_B} = 0,1396$ tj. 13,96 %
3. $i_{efekt_B} = 0,14$ tj. 14 %

1.5.2 Neřešené příklady

- Jaké jsou efektivní úrokové sazby obvyklých obdobích připisování úroků pro nominální sazbu $i = 12$ %, při konvenci 30E/360? Obvyklými obdobími chápeme:
  1. den
  2. měsíc
  3. čtvrtroku

4. půlroku
5. rok

[**12,74 %, 12,68 %, 12,55 %, 12,36 %, 12,00 %**]

- Chcete si uložit 10.000 Kč na 3 roky. Máte dvě možnosti:

  1. i=12 % p.a, připisování úroků pololetně
  2. i=11 % p.a, připisování úroků čtvrtletně

  Kterou možnost si vyberete?
  [$i_{efekt} = 12,36$ **%,** $i_{efekt} = 11,46$ **%**] **klient si zvolí možnost číslo 1**

1.6 Současná a budoucí hodnota anuity

Pro výpočet současné hodnoty polhůtní anuity vycházíme ze vzorce $PVA = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$. Pro výpočet současné hodnoty předlhůtní anuity vycházíme ze vzorce $PVA = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i)$

1.6.1 Řešené příklady

Jaká je současná hodnota důchodu, která nám zajistí polhůtní důchod 16.000 Kč ročně po dobu 20let při úrokové sazbě 4 % p.a. s ročním připisováním úroků.
Vycházíme ze vzorce $PVA = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$
$PVA = 16.000 \cdot \frac{1-(1+0,04)^{-20}}{0,04}$
$PVA = 217.445,22$ Kč. Současná hodnota takového důchodu je 217.445,22 Kč.

Kolik budeme ochotni zaplatit za investici s životností 50 let, z které nám vždy počátkem roku bude plynout důchod ve výši 80.000 Kč. Úroková sazba činí 5 %. Vycházíme ze vzorce $PVA = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i)$

$$PVA = 80.000 \cdot \frac{1-(1+0,05)^{-50}}{0,05} \cdot (1+0,05)$$

$$PVA = 1.533.497,7$$

Za investici, která nám ročně ponese 80.000 po dobu 50let jsme ochotni při dané úrokové míře zaplatit 1.533.497,7 Kč.

Po kolik let vynášela počáteční investice ve výši 1.250.000 Kč roční výnos 80.000 Kč, který byl vyplácen počátkem každého roku. Úroková sazba činí 4,5 %. Vycházíme ze vzorce $PVA = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i)$

$$1.250.000 = 80.000 \cdot \frac{1-(1+0,045)^{-n}}{0,045} \cdot (1+0,045)$$

$$0,3271 = (1 + 0,045)^{-n}$$

$$\ln(0,67284) = -n \cdot \ln(1,045)$$

$$n = 25,4$$

Výnos 80.000 Kč z počáteční investice 1.250.000 Kč bude plynout po dobu 25,4 let.

1.6.2 Neřešené příklady

- Jaká je současná hodnota investice, pokud při úrokové míře 3 % z ní bude vždy koncem roku plynout výnos 160.000 Kč a to po dobu 15let.
  [**1.910.070 Kč**]
- Jak velký důchod splatný vždy počátkem roku bude plynout pod dobu 16let z investice ve výši 2.000.000 Kč při úrokové míře 4 %.
  [**165.038,5 Kč**]
- Po kolik let bude plynout roční důchod 120.000 Kč z investice 1.000.000 Kč. Důchod je vyplácen vždy koncem roku. Úroková míra činí 5 %.
  [**11 let**]

Pro výpočet budoucí hodnoty polhůtní anuity vycházíme ze vzorce $FVA = P \cdot \frac{(1+i)^n-1}{i}$. Pro výpočet současné hodnoty předlhůtní anuity vycházíme ze vzorce $FVA = P \cdot \frac{(1+i)^n-1}{i} \cdot (1+i)$

1.6.3 Řešené příklady

Jaká bude hodnota na spořícím účtu, pokud koncem každého roku ukládáme částku 16.000 Kč pod dobu 20let při úrokové sazbě 4 %.
Vycházíme ze vzorce: $FVA = P \cdot \frac{(1+i)^n-1}{i}$.

$$FVA = 16.000 \cdot \frac{(1 + 0,04)^{20} - 1}{0,04}$$

$$FVA = 476.449,23$$

Po 20letech bude na účtu částka 476.449,23 Kč.

Jaká bude hodnota na spořícím účtu, pokud počátkem každého roku ukládáme částku 16.000 Kč pod dobu 20let při úrokové sazbě 4 %.
Vycházíme ze vzorce $FVA = P \cdot \frac{(1+i)^n-1}{i} \cdot (1+i)$

$$FVA = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)$$

$$FVA = P \cdot \frac{(1 + 0,04)^{20} - 1}{0,04} \cdot (1 + 0,04)$$

$$FVA = 495.507,2$$

Po 20letech bude na účtu částka 495.502,22 Kč.

Po jaké době bude na spořícím účtu částka 500.000 Kč, pokud klient koncem každého roku uloží 20.000 Kč. Úroková míra je 3,5 % p.a.
Opět vycházíme ze vzorce $PVA = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

$$FVA = 20.000 \cdot \frac{(1+0,035)^n - 1}{0,035}$$

$$1,875 = (1,035)^n$$

$$ln(1,875) = n \cdot \ln(1,035)$$

$$n = 18,3$$

Na účtu bude 500.000 Kč za 18,3 let.

1.6.4 Neřešené příklady

- Jaká je budoucí hodnota investice, jejíž životnost je 15let a koncem každého roku z ní plyne platba 16.000 Kč. Požadujeme výnosovou míru 9 % p.a.
  [**469.775 Kč**]
- Za kolik let budeme mít na spořícím účtu částku 4.000.000 Kč, pokud počátkem každého roku ukládáme 120.000 Kč a úroková sazba činí 3,8 % p.a.
  [**za 21 let**]