

Vzorový zkušební test z Matematické mikroekonomie - verze 00/2010

1. indexní čísla

1. Zapište výraz pro zřetězené Edgeworthovo indexní číslo a spočítejte jeho velikost pro následující hodnoty:

statky 1, 2, 3 :	p_1	p_2	p_3	q_1	q_2	q_3
jedn.ceny/množství v roce 2001 v US\$ /t:	5	8	2	10	12	20
jedn.ceny/množství v roce 2002 v US\$ /t:	4	10	3	16	14	22
jedn.ceny/množství v roce 2003 v US\$ /t:	3	12	4	12	10	24

2A. Vytvořte – po vzoru Fisherova indexu – analogické konstrukty z obou v něm vystupujících (cenových) indexních čísel, tentokrát však průměrovaná aritmetickým, resp. harmonickým způsobem. Vyšetřete, zda tato indexní vyhovují testům záměny faktorů a záměny období. Komentujte zjištěné výsledky ve vztahu k Fisherovu cenovému indexu.

2B. Vytvořte – po vzoru konstrukce Stuelova indexního čísla (prvního typu) – analogický index tak, že – při zachování požadavku na platnost testu záměny faktorů – vztáhnete druhou podmínku ne k Laspeyresovým (cenovému, resp. množstevnímu) indexům, nýbrž k indexům Paascheho. Zjistěte, zda takto získaná indexní dvojice vyhovuje testům silné identity a proporčnosti.

2. teorie hodnoty/užitku

3A. Mějme užitkovou funkci tvaru $u(x_1, x_2) = 2 \cdot \ln \left(\frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{4} \right)$. Spočítejte oba mezní užítky

a mezní míru substituce mezi statky x_1, x_2 . Nechť má spotřebitel příjem 24 [15] a jednotkové ceny komodit jsou $p_1 = 3[3]$, $p_2 = 8[15]$. Nalezněte pro tuto situaci rovnovážný bod, charakterizujte jeho povahu ve vztahu k Hicksovým podmínkám stability a určete poptávkové funkce po komoditách x_1, x_2 v tomto bodě, případně i výdajovou funkci (v Hicksově pojetí) $E(u, p_1, p_2)$. Uveďte, zda tvar poptávkových funkcí je v souladu s očekáváním, resp. s mikroekonomickou teorií. Zjistěte, zda je přímá užitková funkce homogenní nějakého stupně.

Pokuste se zjistit povahu vztahu mezi oběma statky.

3B. Odvodte pro **užitkovou funkci** tvaru $u(r, s) = \log(2r^2 + 4s^2)$ příslušné poptávkové funkce po statcích r, s a odvodte k ní **nepřímou užitkovou funkci nebo výdajovou funkci**. Dále ve vztahu k rozpočtovému omezení $8r + 5s = 48$ najděte rovnovážný bod a ověřte splnění **Hicksových podmínek stability**. Situaci znázorněte jednoduchým obrázkem.

4. Vyšetřete realističnost vlastností **tranzitivitu, úplnosti, konvexnosti a spojitosti** u (neostré) preferenční relace srovnávající prvky (komoditního) květinového prostoru, tvořeného řezanými květinami, z nichž se má sestavit větší kytice (např. předávaná k narozeninám). Omezme se v uvažování na kytice do hodnoty 600 Kč. (Představte si přitom větší květinářství s nabídkou cca 20 druhů řezaných květin). Ztotožněme případnou rozdílnost hodnocení užítku pro příjemce a dárce. Při sestavování kytice budou naše preference (odděleně) posuzovat estetičnost provedení kytice (včetně „vyváženosti kompozice“) a sladění vůní (pokud ta-ktérá květina vydává vůni).

Poznámka 1: Jak se osobně díváte na **tranzitivitu** a **úplnost** při posuzování vůní).

Poznámka 2: Uvažování „spojitosti“ v diskrétním prostoru (květina pro účely sestavení kytice je nedělitelná) modifikujeme tak, zda přidání květiny vede vždy k vyšší preferenci nové kytice (berme přitom v úvahu, že kytice k narozeninám má mít počet květin lichý).

3. teorie produkce

5. Máme dānu nepřímou produkční funkci tvaru

$$\Psi\left(\frac{M}{p_K}, \frac{M}{p_L}\right) = \gamma \cdot \frac{\alpha^\alpha \cdot \beta^\beta}{(\alpha + \beta)^{\alpha + \beta}} \left(\frac{M}{p_K}\right)^\alpha \left(\frac{M}{p_L}\right)^\beta$$

Odvodte (pomocí Royovy identity) poptávkové funkce po výrobních faktorech a vyšetřete, pokud je to možné, vztah obou výrobních faktorů (derivací poptávkových funkcí podle cen faktorů). Vывodte rovněž nákladovou funkci.

6A. Máme dānu nákladovou funkci tvaru

$$C(y, \cdot) = (y + 4)^{3/4} (2 \cdot \ln p_1 \cdot \ln p_2 + 3 \cdot \ln p_2 \cdot \ln p_3 + 4 \cdot \ln p_1 \cdot \ln p_3)$$

kde konstantu 4 můžeme interpretovat jako úroveň fixních nákladů. Pokuste se odvodit nutné podmínky pro minimalizaci nákladů. Dále vyšetřete splnění teoretických podmínek kladených na nákladovou funkci a odvodte poptávkovou funkci po výrobním faktoru x_1 .

6B. Spočtete mezní produktivity, pružnosti produkce vzhledem k pracovní síle a ke kapitálu a mezní míru substituce mezi oběma těmito faktory u produkční funkce tvaru

$$G(L, K) = 2,4 \cdot K + 2,6 \sqrt{K} \cdot \sqrt{L} + 2,8L \quad (\text{zobecněná Leontiefova produkční funkce})$$

Spočtete dále u této produkční funkce (s využitím vztahu

$$s_{KL} = \frac{F_K \cdot F_L}{F_{KL} \cdot F(K, L)} \quad \text{pružnost substituce}$$

Prověřte dále, zda lze tento vzorec korektně uplatnit.