

# **3. PRODUKČNÍ ANALÝZA FIRMY**

# OBSAH

---

- základní východiska analýzy firmy
- krátkodobá produkční funkce
- výroba v dlouhém období, optimum firmy
- optimum firmy při různých úrovních nákladů a při změnách cen VF
- výnosy z rozsahu
- příklady produkčních funkcí

# LITERATURA K TÉMATU

---

Soukupová et al.: Mikroekonomie. Kapitola 5,  
str. 149 - 188

# ZÁKLADNÍ VÝCHODISKA ANALÝZY FIRMY

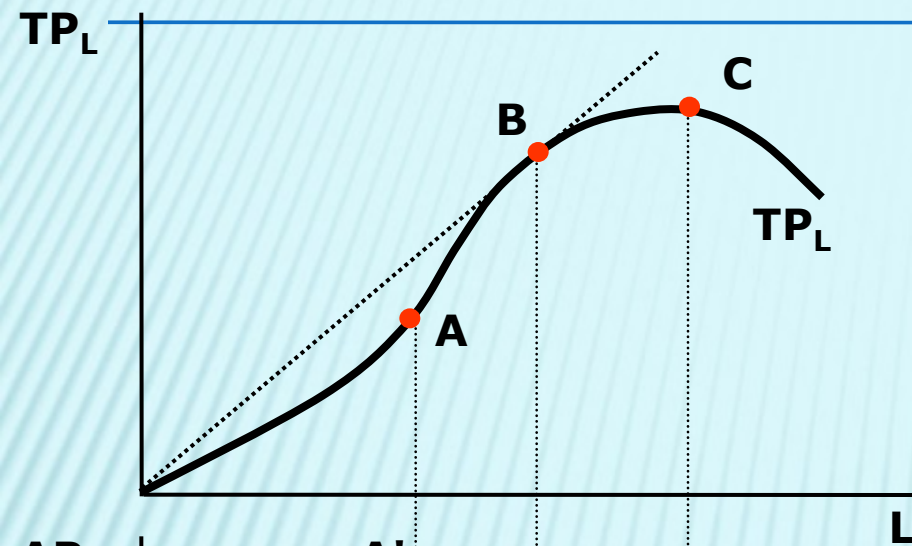
- firma = subjekt specializující se na výrobu, tj. na přeměnu zdrojů ve statky a služby
- firma: nakupuje výrobní faktory (VF), organizuje jejich přeměnu ve výstup, prodává svůj výstup
- cílem firmy je maximalizace zisku
- ekonomický vs. účetní zisk
- ekonomický zisk = účetní zisk minus implicitní náklady

# ZÁKLADNÍ VÝCHODISKA ANALÝZY FIRMY

---

- limity výroby – technologické a finanční možnosti firmy
- produkční funkce – vztah mezi množstvím VF a výstupem těmito VF dosaženým v daném období
- tradiční VF: práce (L) a kapitál (K)
- ostatní VF: půda (P) a úroveň technologie ( $\tau$ )
- produkční funkce:  $Q = f(K,L)$
- v krátkém období je objem kapitálu fixní
- v dlouhém období jsou kapitál i práce variabilní

# VÝROBA V KRÁTKÉM OBDOBÍ (SR)

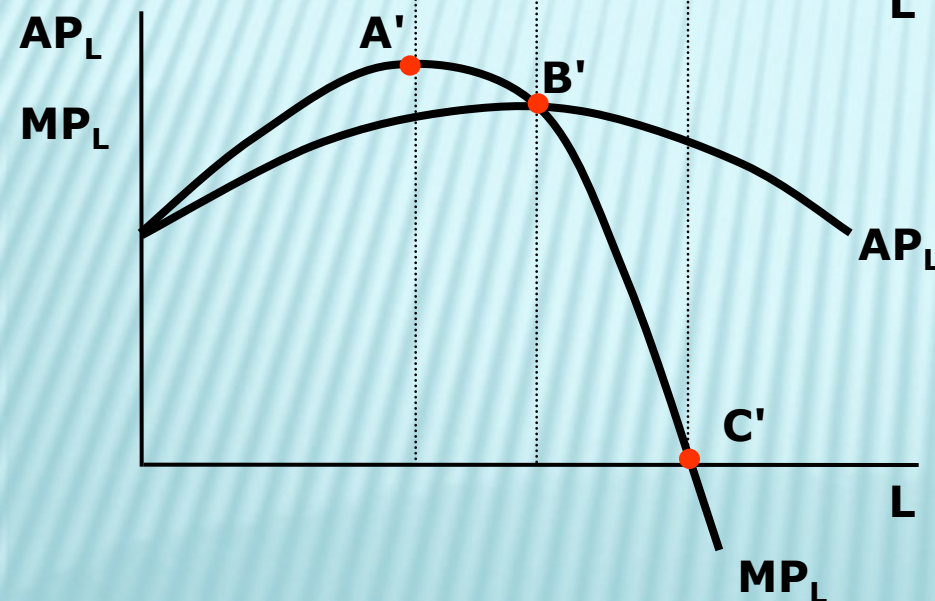


do bodu A se prosazují rostoucí výnosy z variabilního vstupu práce

do bodu B – 1. stadium výroby – průměrný produkt práce i kapitálu roste, firma bude zvyšovat výrobu, fixní vstupy neúplně využity

mezi body B a C – 2. stadium výroby – průměrný produkt práce klesá, ale průměrný produkt kapitálu stále roste

za bodem C – 3. stadium výroby – klesá průměrný produkt práce i kapitálu i celkový produkt



**firma usiluje o 2. stadium výroby**

# ČÍM JE OVLIVNĚN PRŮBĚH FUNKCE $MP_L$

- ➡  $MP_L$  = přírůstek produkce vlivem zapojení dodatečné jednotky práce do výroby
- ➡ zapojujeme: a) dodatečné hodiny práce nebo b) dodatečné pracovníky?
- ➡ ad a): průběh  $MP_L$  ovlivněn vlastnostmi člověka
- ➡ ad b): průběh  $MP_L$  ovlivněn charakterem výroby

# VÝROBA V SR – NĚKTERÉ IDENTITY

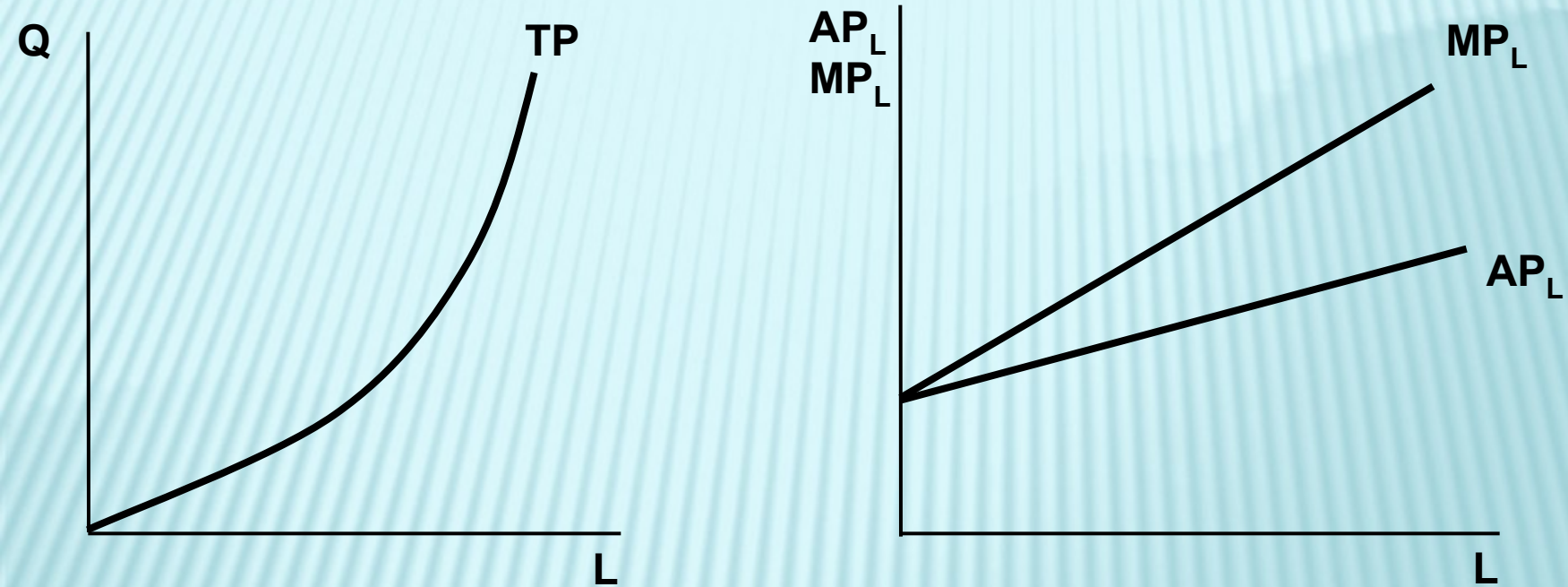
☞  $Q = f(K_{\text{fix}}, L)$

☞  $AP_L = Q/L$        $AP_K = Q/K$

☞  $MP_L = \partial Q / \partial L$      $MP_K = \partial Q / \partial K$

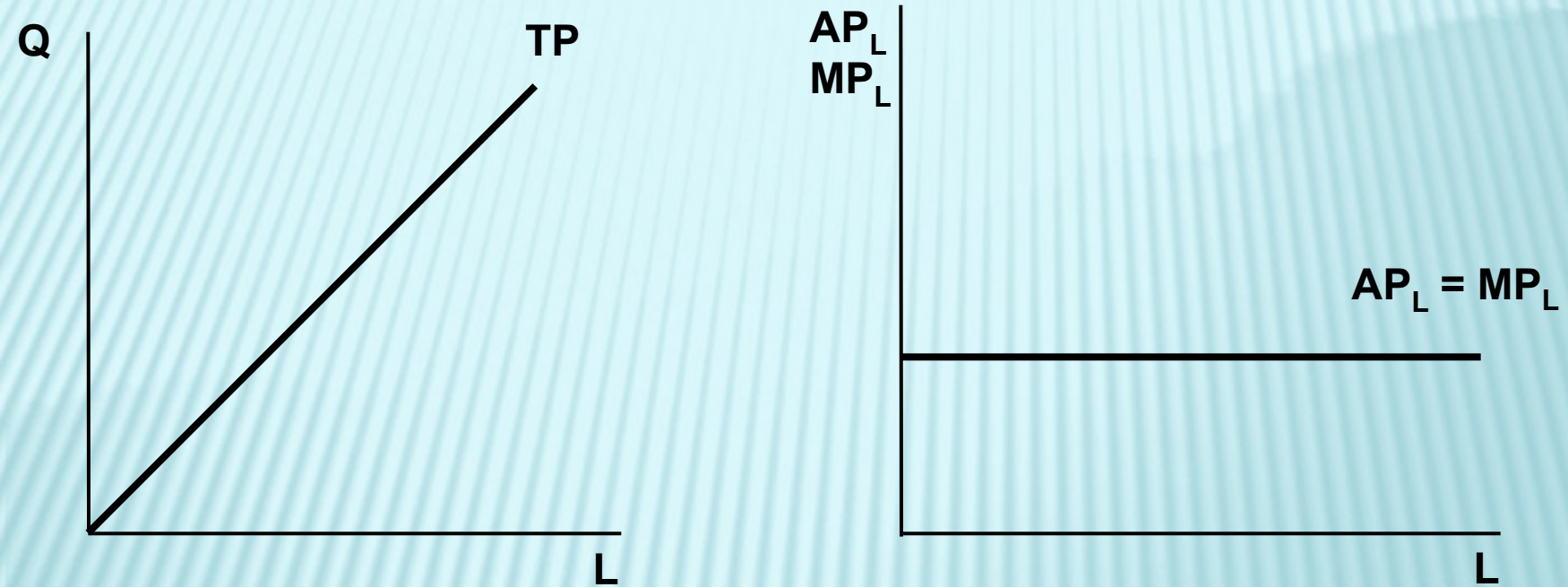


# VÝROBA V SR – ROSTOUCÍ VÝNOSY Z VARIABILNÍHO VSTUPU



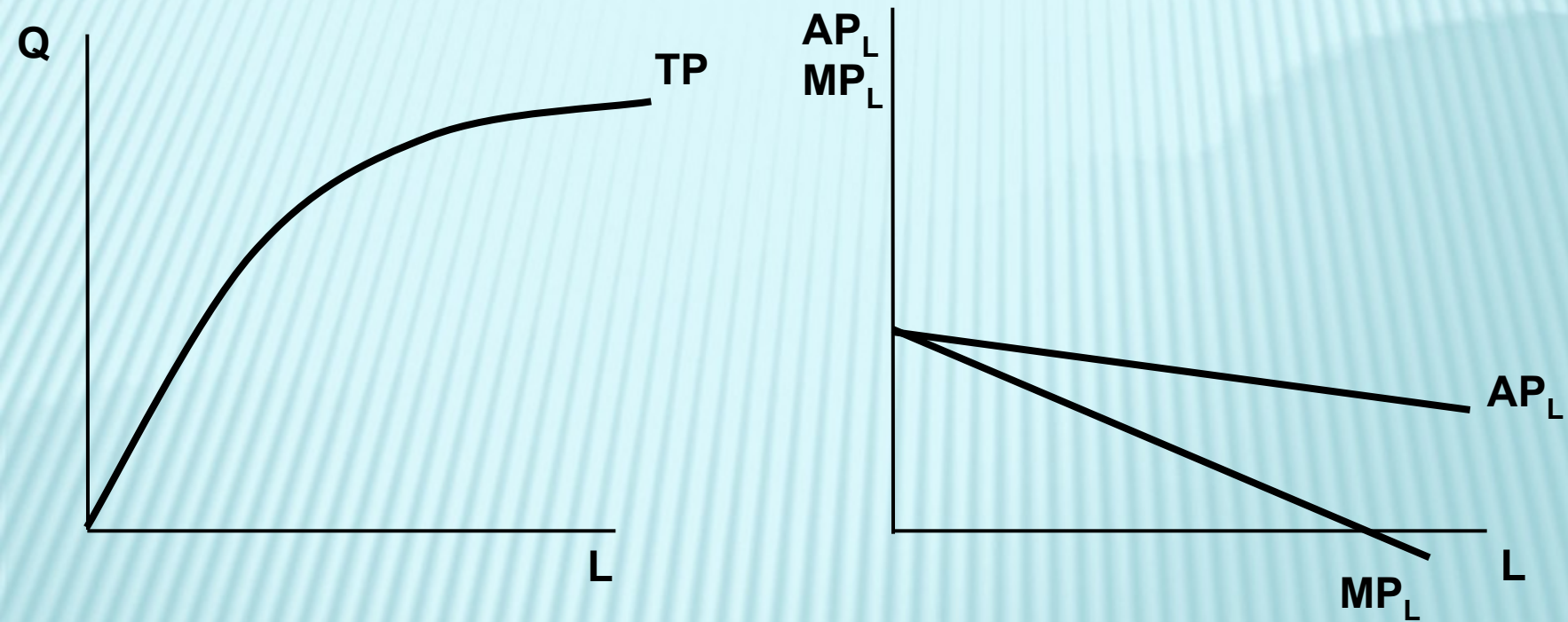
**Celkový výstup roste rostoucím tempem – tj. rychleji než počet zapojených jednotek práce**

# VÝROBA V SR – KONSTANTNÍ VÝNOSY Z VARIABILNÍHO VSTUPU



**Celkový výstup roste konstantním tempem – tj. stejně rychle jako počet zapojených jednotek práce**

# VÝROBA V SR – KLESAJÍCÍ VÝNOSY Z VARIABILNÍHO VSTUPU

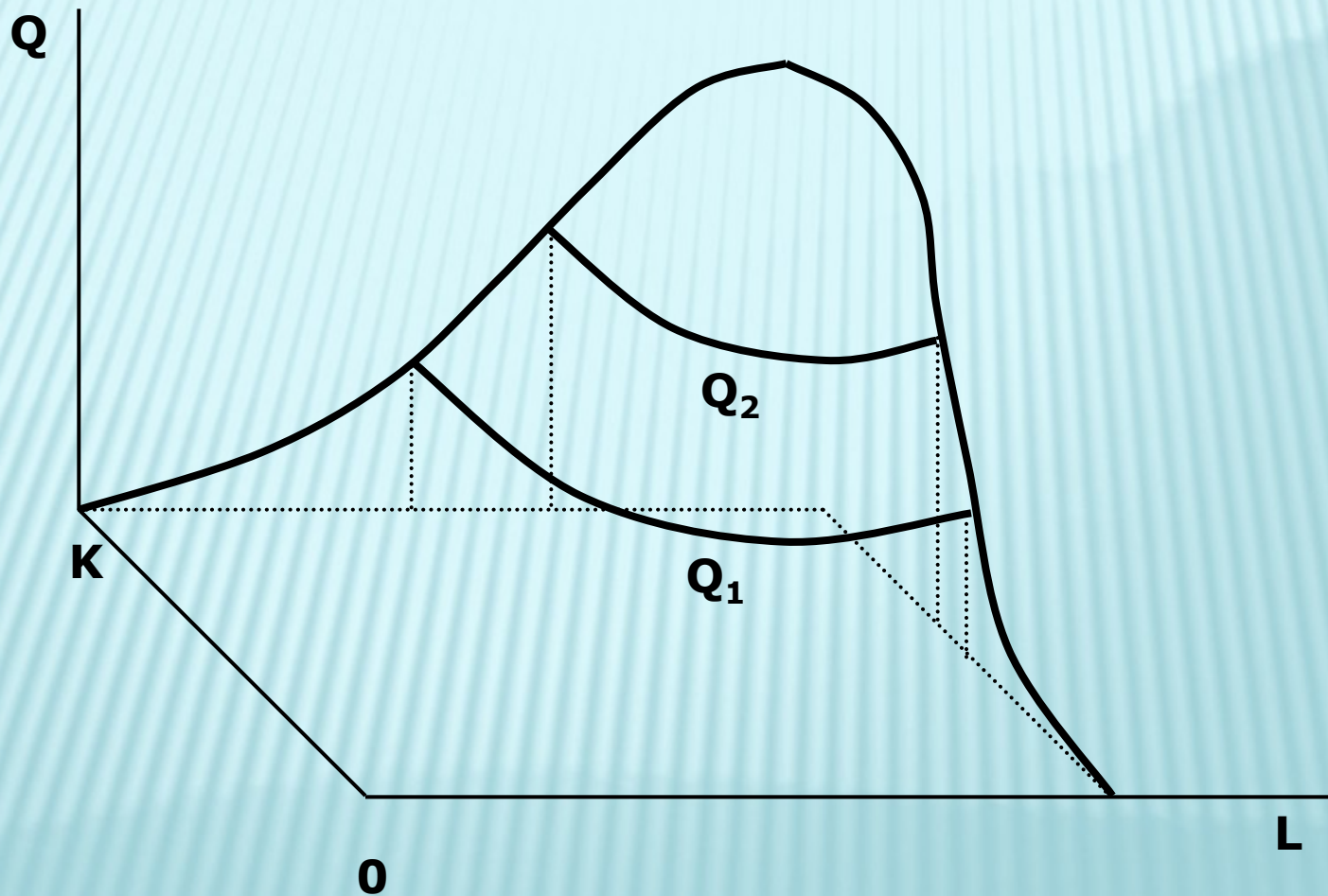


**Celkový výstup roste klesajícím tempem – tj. pomaleji než počet zapojených jednotek práce**

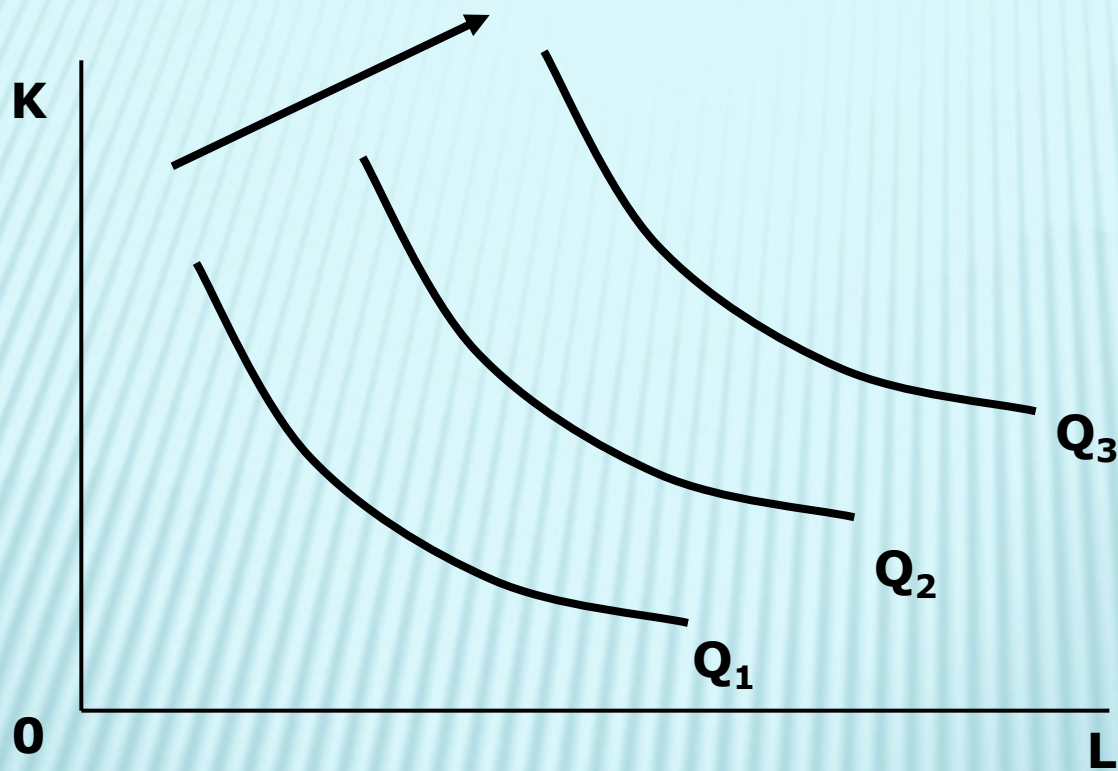
# VÝROBA V DLOUHÉM OBDOBÍ (LR)

- ➡ firma může měnit množství všech VF – práce i kapitál jsou variabilní
- ➡  $Q = f(K, L)$
- ➡ dlouhodobá produkční funkce je zobrazena mapou izokvant – 3D obrázek se nazývá produkční kopec
- ➡ izokvanta = křivka znázorňující kombinace vstupů, které vedou k výrobě stejného objemu výstupu (analogie indifferenční křivky)

# DLOUHODOBÁ PRODUKČNÍ FUNKCE – PRODUKČNÍ KOPEC



# DLOUHODOBÁ PRODUKČNÍ FUNKCE – MAPA IZOKVANT



**V případě obou VF normálních roste výstup ve směru šipky**

# VLASTNOSTI IZOKVANT

---

- ☞ analogie indiferenčních křivek
- ☞ izokvanty jsou seřazeny z kardinalistického pohledu (objem výstupu můžeme přesně určit)
- ☞ izokvanty se neprotínají
- ☞ izokvanty jsou klesající a konvexní směrem k počátku

# MEZNÍ MÍRA TECHNICKÉ SUBSTITUCE

☞ *Marginal Rate of Technical Substitution (MRTS)*

☞ poměr, ve kterém firma nahrazuje kapitál prací, aniž se změní velikost celkového výstupu

☞  $MRTS = -\Delta K / \Delta L$

☞  $-\Delta K \cdot MP_K = \Delta L \cdot MP_L \rightarrow -\Delta K / \Delta L = MP_L / MP_K \rightarrow$   
 $MRTS = MP_L / MP_K$



# ELASTICITA SUBSTITUCE

---

- procentní změna poměru vstupů (K/L) ku procentní změně MRTS
- určuje zakřivení izokvant
- $\sigma = \frac{d(K/L)/K/L}{dMRTS/MRTS}$
- $\sigma = \infty$  pro dokonale nahraditelné VF
- $\sigma = 0$  pro VF v dokonale komplementárním vztahu

# OPTIMÁLNÍ KOMBINACE VSTUPŮ

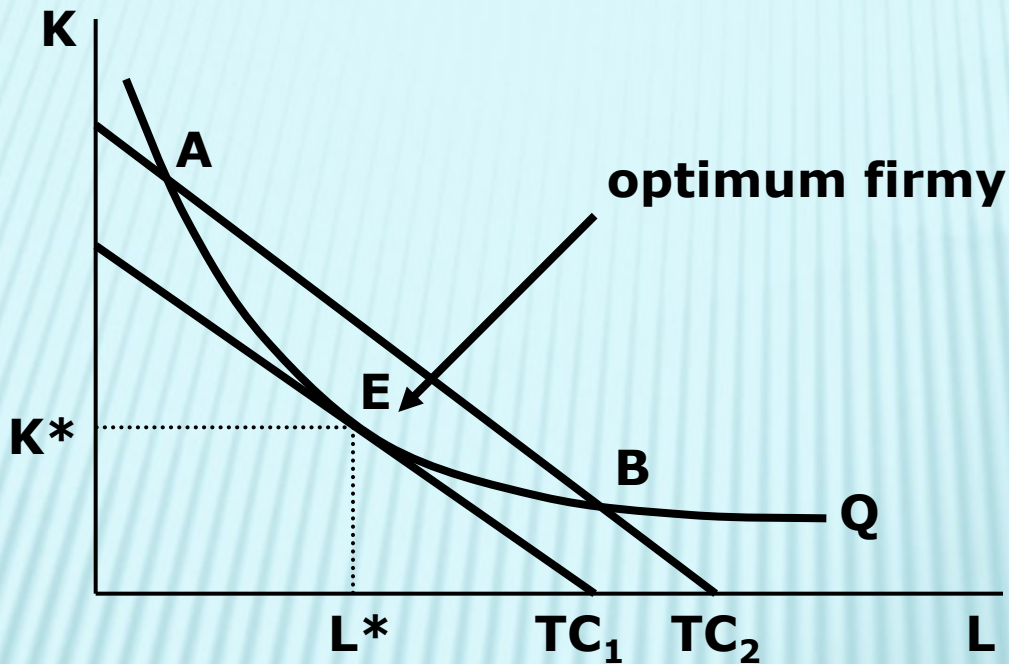
---

- ☞ opět jde o analogii optima spotřebitele
- ☞ firma je rovněž limitována svým rozpočtem
- ☞ rozpočtové omezení je dáno finančními prostředky firmy a cenami výrobních faktorů
- ☞ linie rozpočtu firmy (izokosta) je dána:  
 $TC = w.L + r.K$ , kde  
w.....mzdová sazba (cena VF práce)  
r.....úroková sazba (cena VF kapitálu)

# OPTIMÁLNÍ KOMBINACE VSTUPŮ – VNITŘNÍ ŘEŠENÍ

- ➡ tam, kde se dotýká izokvanta s izokostou, čili:
- ➡ tam, kde se rovnají směrnice izokvanty (MRTS) a izokosty ( $w/r$ )
- ➡ optimum:  $MRTS = w/r$  , a tedy:
- ➡  $MP_L/MP_K = w/r$
- ➡ pouze v bodě optima vyrábí firma daný výstup s minimálními náklady, neboli:
- ➡ pouze v bodě optima vyrábí firma s danými náklady maximální možný výstup

# OPTIMUM FIRMY – VNITŘNÍ ŘEŠENÍ



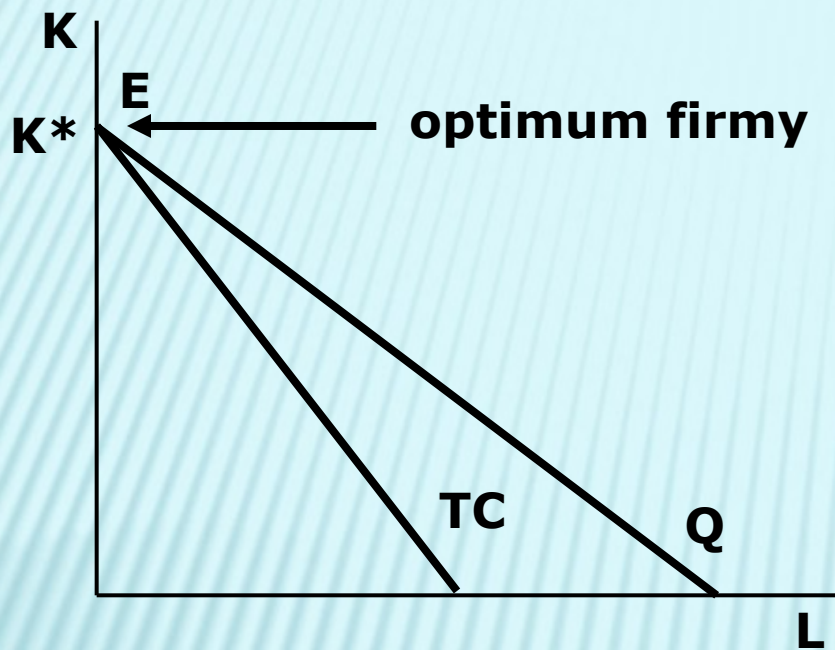
**V bodech A a B firma nevyrábí daný výstup s minimálními náklady**

**V bodech A a B firma s danými náklady nevyrábí maximální možný výstup**

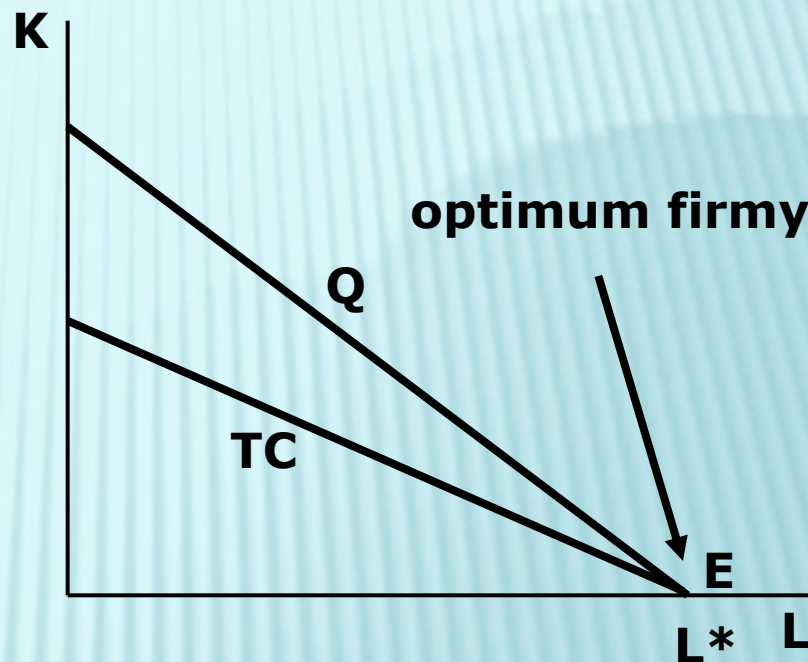
# OPTIMÁLNÍ KOMBINACE VSTUPŮ – ROHOVÉ ŘEŠENÍ

- ☞ obvykle v případě dokonale nahraditelných vstupů (průsečík izokvanty a izokosty – nikoli bod dotyku)
- ☞ neplatí rovnost MRTS a poměru cen VF
- ☞ může nastat:  $MRTS > w/r$ ,  $MRTS < w/r$  (v absolutním vyjádření)

# OPTIMUM FIRMY – ROHOVÉ ŘEŠENÍ



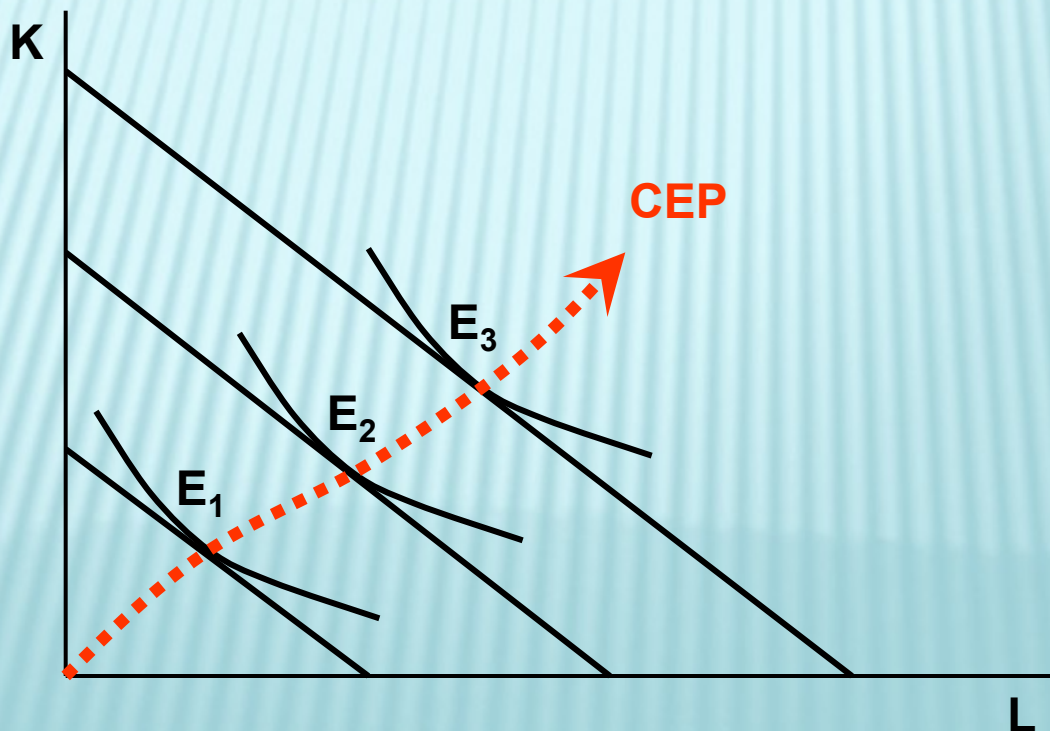
$MRTS < w/r$



$MRTS > w/r$

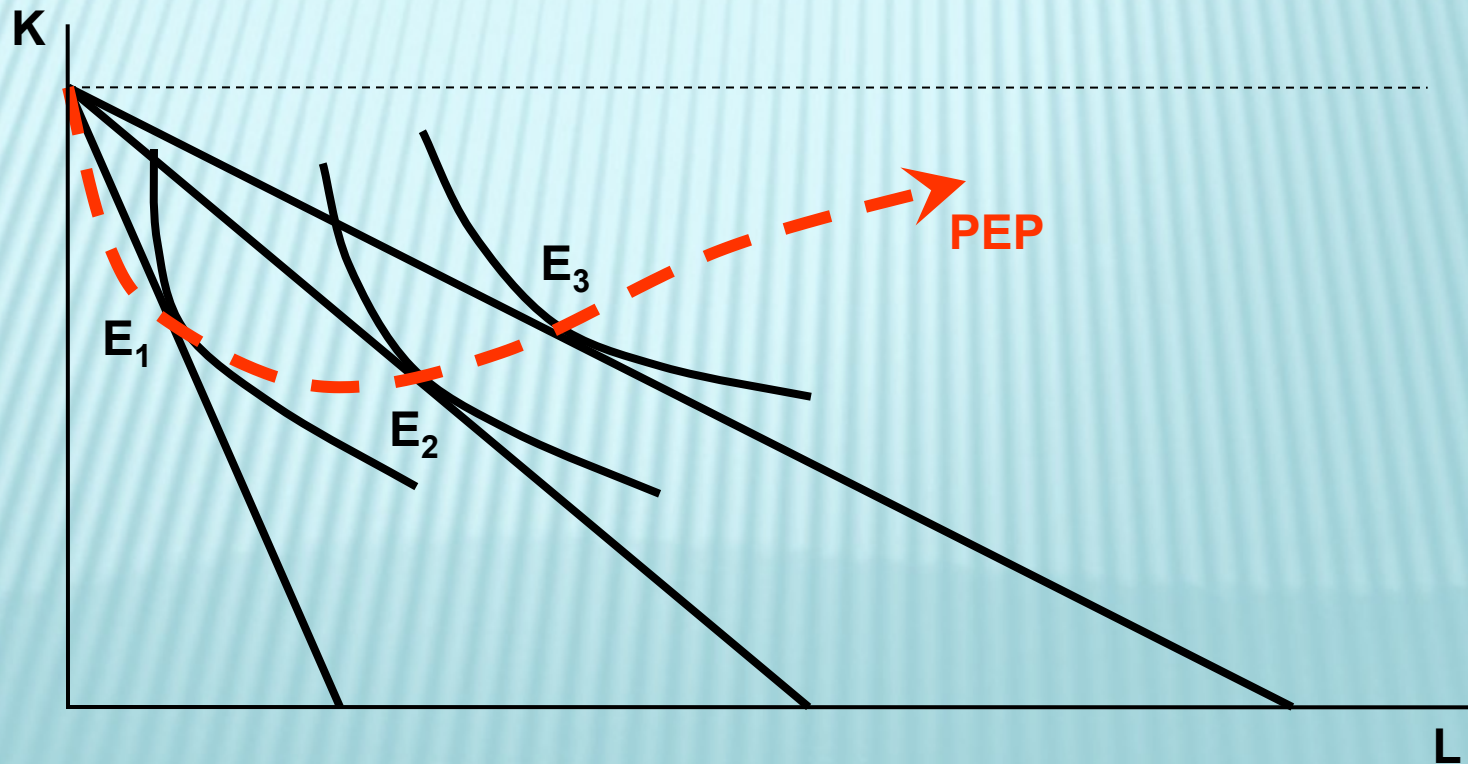
# NÁKLADOVÁ STEZKA EXPANZE

- ☞ *Cost Expansion Path (CEP)*
- ☞ množina bodů optima firmy při různých úrovních celkových nákladů
- ☞ analogie s ICC u spotřebitele



# CENOVÁ STEZKA EXPANZE

- ☞ *Price Expansion Path (PEP)*
- ☞ množina bodů optima firmy při různých cenách jednoho z VF
- ☞ analogie s PCC u spotřebitele





# VLIV ZMĚNY CENY VF NA MNOŽSTVÍ JEHO NASAZENÍ

## - SUBSTITUČNÍ A PRODUKČNÍ EFEKT

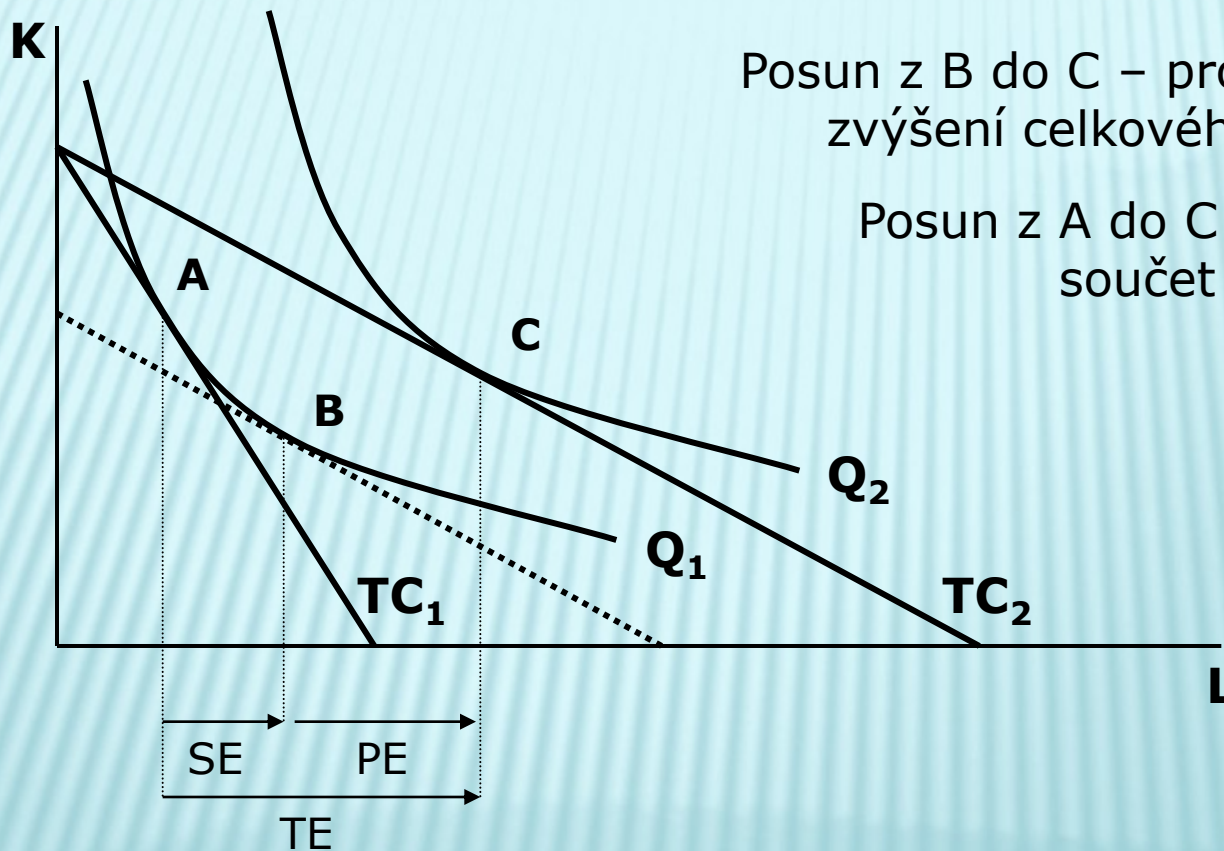
- ☞ substituční efekt (SE) – nahrazování VF relativně dražšího relativně levnějším
- ☞ produkční efekt (PE) – analogie důchodového efektu u spotřebitele (někdy se též používá označení „nákladový efekt“)

# SUBSTITUČNÍ A PRODUKČNÍ EFEKT ZLEVNĚNÍ PRÁCE

Posun z A do B – substituční efekt,  
nemění se celkový výstup

Posun z B do C – produkční efekt,  
zvýšení celkového výstupu

Posun z A do C – celkový efekt,  
součet SE a PE

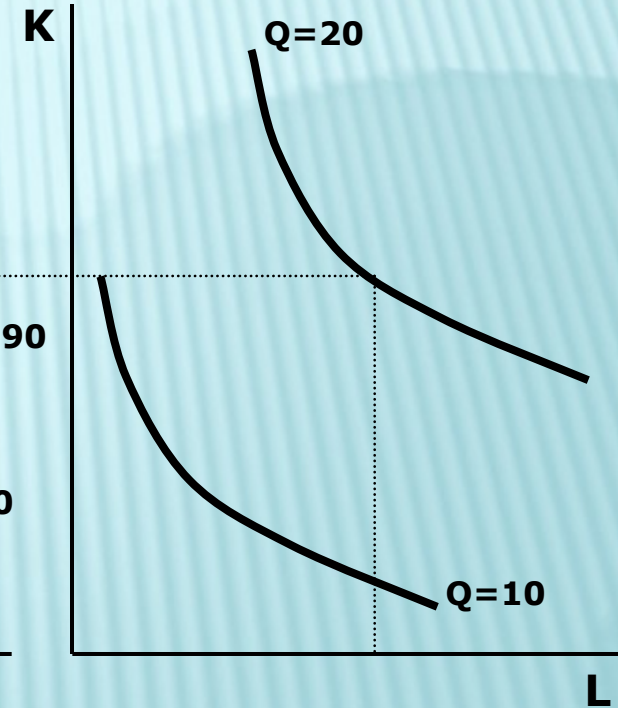
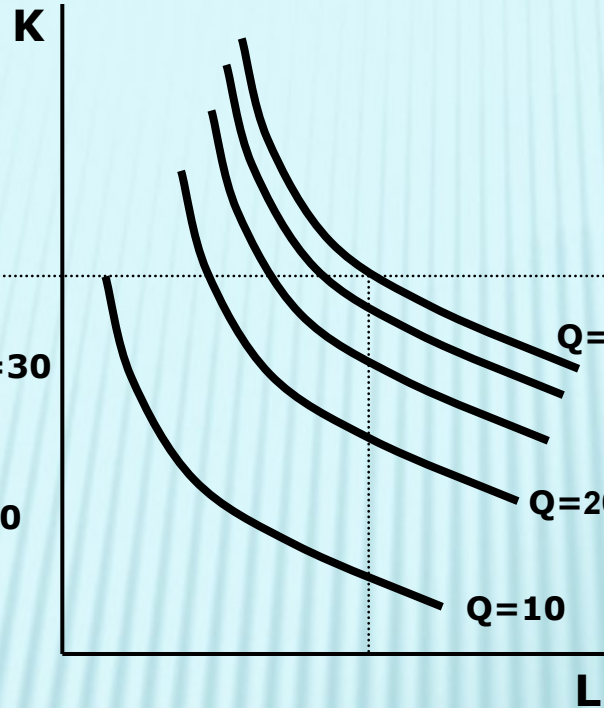
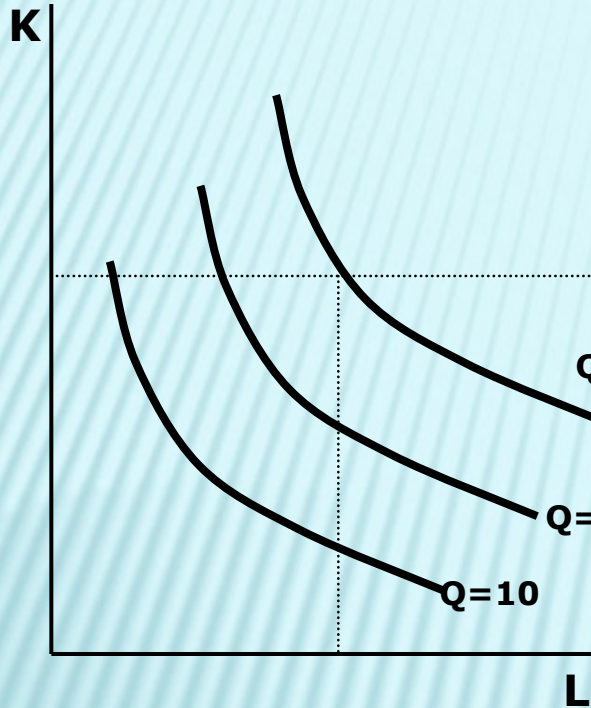


# VÝNOSY Z ROZSAHU

---

- ➡ jde o vztah mezi změnami vstupů a změnami výstupu - o kolik % se zvýší výstup, zvýšíme-li množství vstupů o 1 %
- ➡ klesající, konstantní nebo rostoucí
- ➡ klesající: výstup roste pomaleji než množství vstupů
- ➡ konstantní: výstup roste stejným tempem jako množství vstupů
- ➡ rostoucí: výstup roste rychleji než množství vstupů

# KONSTANTNÍ, ROSTOUCÍ A KLESAJÍCÍ VÝNOSY Z ROZSAHU



konstantní výnosy z rozsahu – izokvanty stejně daleko od sebe (na daný přírůstek  $Q$  je třeba stále stejný relativní přírůstek  $L$  a  $K$ )

rostoucí výnosy z rozsahu – izokvanty se přibližují (na daný přírůstek  $Q$  je třeba stále menší relativní přírůstek  $L$  a  $K$ )

klesající výnosy z rozsahu – izokvanty se oddalují (na daný přírůstek  $Q$  je třeba stále větší relativní přírůstek  $L$  a  $K$ )

# PŘÍKLADY PRODUKČNÍCH FUNKCÍ

---

1. Lineární produkční funkce:

$$Q = f(K,L) = a.K + b.L$$

☞ obsahuje konstantní výnosy z rozsahu, protože:

$$f(t.K,t.L) = a.t.K + b.t.L = t(a.K+b.L) = t.f(K,L)$$

☞ elasticita substituce vstupů:

$\sigma = \infty \rightarrow$  práce a kapitál jsou dokonalé substituty – izokvanty jsou rovnoběžné přímky

# PŘÍKLADY PRODUKČNÍCH FUNKCÍ

---

## 2. Produkční funkce s fixní proporcí vstupů:

$$Q = \min(a.K, b.L)$$

„min“ znamená, že výstup je omezen menší ze dvou hodnot v závorce – mám-li 1 auto a 2 řidiče, přidáním 3. řidiče nezvýším množství přepraveného nákladu

☞ výnosy z rozsahu konstantní:

$$f(t.K, t.L) = \min(a.t.K, b.t.L) = t.\min(a.K, b.L) = t.f(K, L)$$

☞ elasticita substituce vstupů:

$\sigma = 0 \rightarrow K$  a  $L$  jsou doko. komplementy – izokvanty mají tvar písmene „L“

# PŘÍKLADY PRODUKČNÍCH FUNKCÍ

---

3. Cobb-Douglasova produkční funkce:

$$Q = f(K,L) = A.K^a.L^b$$

☞ výnosy z rozsahu:

$$f(t.K,t.L) = A.(t.K)^a(t.L)^b = A.t^{a+b}.K^a.L^b = t^{a+b}.f(K,L)$$

závisí na hodnotách „a“ a „b“, if:

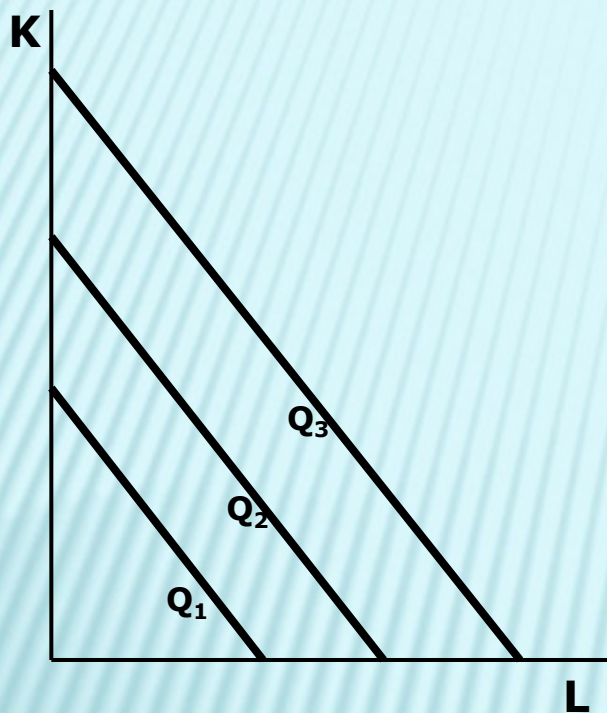
$a+b=1$  → konstantní výnosy z rozsahu

$a+b>1$  → rostoucí výnosy z rozsahu

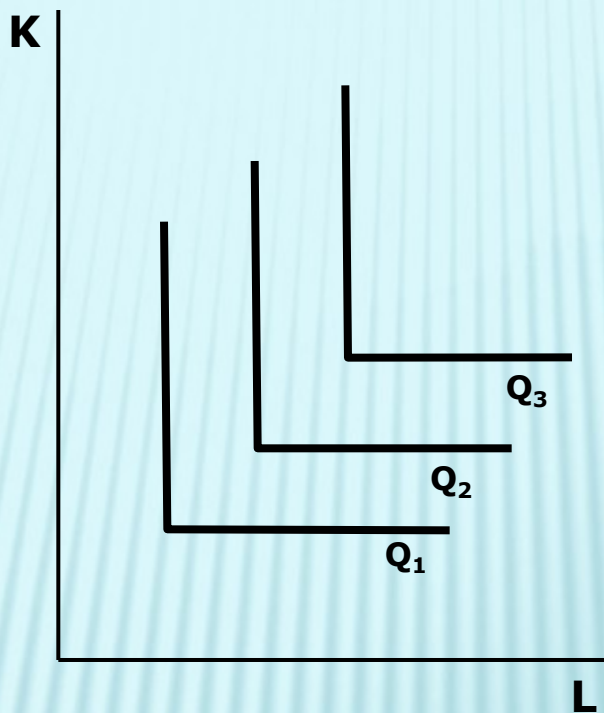
$a+b<1$  → klesající výnosy z rozsahu

☞ izokvanty jsou konvexní vůči počátku os souřadnic

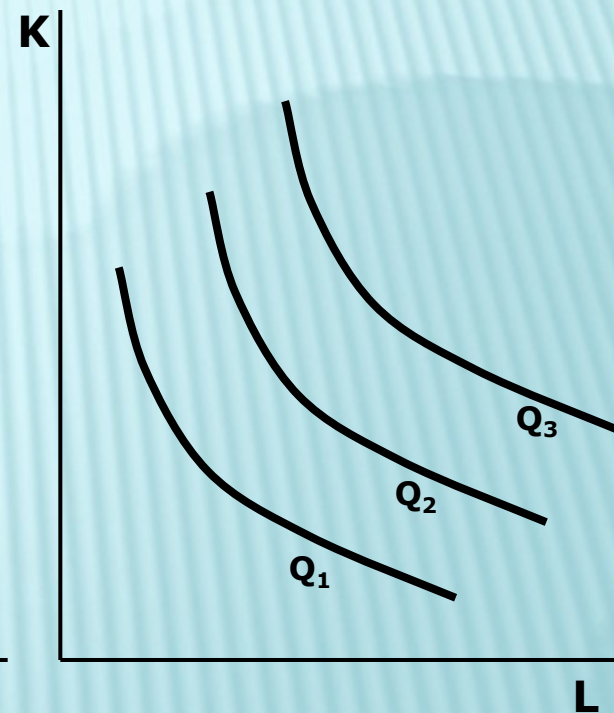
# PŘÍKLADY PRODUKČNÍ FUNKCÍ



**Lineární produkční funkce**



**Produkční funkce s fixní proporcí vstupů**



**Cobb-Douglasova produkční funkce**



# OTÁZKA K ZAMYŠLENÍ

---

Výnosy z rozsahu – Soukupová str. 178:

☞ rostoucí výnosy z rozsahu

$$f(t.K, t.L) > t.f(K, L) = t.Q$$

☞ klesající výnosy z rozsahu

$$f(t.K, t.L) < t.f(K, L) = t.Q$$

**JE TAM CHYBA OR NOT??**