Makroekonomické modelování – přednáška 4

1 Chování v prostředí nejistoty

Teorie očekávaného užitku

- Prostředí nejistoty – preference spotřebitele podle seřazení jednotlivých loterií (her), podle očekávané hodnoty užitku
- 1 statek, spotřeba c, užitková funkce $u(c)$
- 2 loterie, $i = A, B$.
- Loterie i přinese c_i^1 jednotek spotřeby s pravděpodobností p_i a c_i^1 jednotek spotřeby s pravděpodobností $(1 - p_i)$, kde $0 < p_i < 1$.

Definice

Očekávaný užitek z loterie i (součet pravděpodobnosti x užitek)

$$p_i u(c_i^1) + (1 - p_i) u(c_i^2)$$

Spotřebitel striktně prefereuje loterii A před B

$$p_A u(c_A^1) + (1 - p_A) u(c_A^2) > p_B u(c_B^1) + (1 - p_B) u(c_B^2)$$

preferuje B před A pokud $<$ a je indiferentní pokud $=$.

1.1 Chování v prostředí rizika

Spotřebitel, (který maximalizuje užitek) je rizikově averzní, když je jeho užitková funkce (striktně) konkávní. Pokud je $u(c)$ striktně konkávní, implikuje to Jensenovu nerovnost

$$u[E(c)] \geq E[u(c)] \tag{1}$$

kde E je operátor očekávání (můžete chápat jako střední hodnotu). Jensenova nerovnost nám říká, že spotřebitel preferuje očekávanou hodnotu loterie (s jistotou) před loterií samotnou. Je rizikově averzní – je ochoten zaplatit za vyhnutí se riziku. Pokud spotřebitel obdrží konstantní spotřebu $\bar{c}$ s jistotou, tak potom (1) platí jako rovnost. V případě, že spotřeba je náhodná veličina, potom platí (1) se striktní nerovností. Vezmi tečnu k funkci $u(c)$ v bodě (E(c), u(E[c]). Tečna je dána funkcí

$$g(c) = \alpha + \beta c$$

když vezmeme očekávání (α a β jsou konstatny)

$$\alpha + \beta E[c] = u(E[c]) \tag{2}$$

Protože $u(c)$ je striktně konkávní, pak máme

$$\alpha + \beta c \geq u(c) \tag{3}$$

pro $c \geq 0$ a se striktní nerovností pokud $c \neq E(c)$. Dále pro striktní nerovnost. Operátor očekávání je lineární operátor, můžeme vzít očekávání rovnice (3) a vzhledem k tomu, že c je náhodná veličina dostaneme

$$\alpha + \beta E[c] > E[u(c)]$$

nebo použitím rovnice (2) dostaneme

$$u[E(c)] > E[u(c)]$$

Ukázali jsme, že Jensenova nerovnost platí.

Příklad

Loterie přinese spotřebiteli c_1 s pravděpodobností p a c_2 s s pravděpodobností $1-p$. kde $0 < p < 1$ a $c_2 > c_1$.

$$u(pc_1 + (1-p)c_2) > pu(c_1) + (1-p)u(c_2)$$

Užitek z očekávané hodnoty loterie $u[E(c)] >$ *očekávaný užitek* ze hry $E[u(c)]$

Bod AB označuje očekávaný užitek pro danou pravděpodobnost p. Jensenova nerovnsot je fakt, že AB leží pod funkcí $u(c)$. Vzdálenost DE je disutilita spojená s rizikem. Vzdálenost roste s větším zakřivením užitkové funkce – větší averze k riziku.

1.1.1 Měření averze k riziku

Při maximalizaci očekávaného užitku jsou výběry dělané v podmínkách nejistoty invariantní (neměnné) při afinních transformacích užitkových funkcí.

$$v(c) = \alpha + \beta u(c)$$

kde α, β jsou konstanty, $\beta > 0$. Pak platí

$$E[v(c)] = \alpha + \beta E[u(c)]$$

protože E je lineární operátor. Z toho vyplývá, že loterie jsou seřazeny stejným způsobem, až uvažujeme funkci $v(c)$ nebo transformovanou $u(c)$.
Jakékoliv měřítko averze vůči riziku by mělo zahrnovat druhou derivaci $u''(c)$, protože averze roste, když se zvyšuje zakřivení funkce. Ale, pro transformovanou funkci $v(c)$ máme

$$v''(c) = \beta u''(c)$$

Druhá derivace není invariantní vůči afinním transformacím. Měřítko, které naopak je invariantní vůči afinním transformacím je:

1.1.2 Absolutní averze vůči riziku

$$ARA(c) = -\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

např. funkce, která má konstatní ARA pro všechna c je

$$u(c) = -e^{-\alpha c}$$

(empiricky + experimentálně, užitková funkce s klesající ARA)

1.1.3 Relativní averze vůči riziku

$$RRA(c) = -c\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

např. funkce s konstatní RRA (CRRA) pro všechna c je

$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1 - \gamma}$$

U mezičasového výběru, tzv. ISO elastická funkce, elasticita intertemporální substituce $\sigma = \frac{1}{\gamma}$.
Speciální případ je logaritmická funkce ($RRA(c) = 1$). Důchodový a substituční efekt se vykrátí.

Rizikově neutrální spotřebitel

Užitková funkce je lineární ve spotřebě $u(c) = \beta c$, $\beta > 0$. Riziko zde nehraje žádnou roli.

$$ARA(c) = RRA(c) = 0$$

Anomálie

Teorie očekávaného užitku – vysvětluje chování lidí v riziku (např. při nákupu pojištění). Teorie se běžně v ekonomii používá, ale existují určité jevy, které nejsou s touto teorií konzistenstní. např. Allaisův paradox.