

Bayesiánská analýza

VII. Lineární regresní model s panelovými daty

Obsah tématu

- 1 Souhrnný model
- 2 Model individuálních vlivů
- 3 Model náhodných koeficientů
- 4 Chibova metoda porovnání modelů
- 5 Empirická ilustrace
- 6 Model stochastických hranic

- Panelová data — časová i prostorová dimenze.
- Souhrnný model (pooled model), model individuálních vlivů (individual effects model), model náhodných koeficientů (random coefficients model).
- Chibova metoda marginální věrohodnosti.
- Model stochastických mezí (stochastic frontier model).

Značení

- y_{it} a ϵ_{it} : t -té pozorování (pro $t = 1, \dots, T$) pro i -tého jednotlivce ($i = 1, \dots, N$).
- $X_i = [{}_t \tilde{X}_i]$.
- TN -rozměrné vektory:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N \end{bmatrix} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \epsilon_N \end{bmatrix}$$

- Matice $TN \times K$:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ X_N \end{bmatrix}$$

Obsah tématu

- 1 Souhrnný model
- 2 Model individuálních vlivů
- 3 Model náhodných koeficientů
- 4 Chibova metoda porovnání modelů
- 5 Empirická ilustrace
- 6 Model stochastických hranic

Princip

- Stejný regresní vztah pro všechny jednotlivce:

$$y_i = X_i\beta + \epsilon_i.$$

- Předpoklady:

- 1 $\epsilon_i \sim N(0_T, h^{-1}I_T)$.
 - 2 ϵ_i a ϵ_j jsou nezávislé pro $i \neq j$.
 - 3 Všechny prvky X_i jsou pevná čísla (tj. nenáhodné veličiny) nebo v případě, že jsou náhodnými veličinami, jsou nezávislé na všech prvcích ϵ_j a mají hustotu pravděpodobnosti $p(X_i|\lambda)$ kde λ je vektor parametrů, který neobsahuje β ani h .
- ϵ_{it} a ϵ_{is} jsou vzájemně nezávislé pro $t \neq s \rightarrow$ zobecnění ϵ_i má kovarianční matici Ω (řešení jako SUR model).

Bayesovská analýza

- Věrohodnostní funkce:

$$p(y|\beta, h) = \prod_{i=1}^N \frac{h^{\frac{T}{2}}}{(2\pi)^{\frac{T}{2}}} \left\{ \exp \left[-\frac{h}{2} (y_i - X_i\beta)' (y_i - X_i\beta) \right] \right\}.$$

- Přepsání do podoby:

$$p(y|\beta, h) = \frac{h^{\frac{NT}{2}}}{(2\pi)^{\frac{NT}{2}}} \left\{ \exp \left[-\frac{h}{2} (y - X\beta)' (y - X\beta) \right] \right\}.$$

- Např. nezávislá apriorní normální-gama hustota $\beta \sim N(\underline{\beta}, \underline{V})$ a $h \sim G(\underline{s}^{-2}, \underline{\nu}) \rightarrow$ Gibbsův vzorkovač.

Obsah tématu

- 1 Souhrnný model
- 2 Model individuálních vlivů**
- 3 Model náhodných koeficientů
- 4 Chibova metoda porovnání modelů
- 5 Empirická ilustrace
- 6 Model stochastických hranic

Princip

- Příklad z oblasti marketingu: y_{it} je prodej nápoje značky i v čase t .
- Prodeje závisí např na ceně + existují i nezachytitelné kvantify (věrnost značce):

$$y_{it} = \alpha_i + \beta x_{it} + \epsilon_{it}$$

- α_i = individuální vliv (*individual effect*).

Věrohodnostní funkce

- Regresní model:

$$y_i = \alpha_i \iota_T + \tilde{X}_i \tilde{\beta} + \epsilon_i$$

- Z předpokladů:

$$p(y|\alpha, \tilde{\beta}, h) = \prod_{i=1}^N \frac{h^{\frac{T}{2}}}{(2\pi)^{\frac{T}{2}}} \left\{ \exp \left[-\frac{h}{2} (y_i - \alpha_i \iota_T - \tilde{X}_i \tilde{\beta})' (y_i - \alpha_i \iota_T - \tilde{X}_i \tilde{\beta}) \right] \right\}.$$

- $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)'$.

Nehierarchická apriorní hustota

- Model:

$$y = X^* \beta^* + \epsilon.$$

- X^* : matice rozměru $TN \times (N + k - 1)$.

$$X^* = \begin{bmatrix} \iota_T & 0_T & \cdot & \cdot & 0_T & \tilde{X}_1 \\ 0_T & \iota_T & \cdot & \cdot & \cdot & \tilde{X}_2 \\ \cdot & 0_T & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0_T & \cdot \\ 0_T & \cdot & \cdot & \cdot & \iota_T & \tilde{X}_N \end{bmatrix} \quad \beta^* = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_N \\ \tilde{\beta} \end{bmatrix}.$$

- Klasická ekonometrie = fixed effects model (X^* s umělými proměnnými).
- Např. nezávislá normální-gama apriorní hustota:

$$\beta^* \sim N(\underline{\beta}, \underline{V}),$$

$$h \sim G(\underline{s}^{-2}, \underline{\nu}).$$

Hierarchická apriorní hustota

- Velká dimenze vektoru parametrů \rightarrow hierarchická apriorní hustota.
- $N + k$ parametrů \rightarrow problém pokud T relativně malé vzhledem k N .
- Obvyklý předpoklad pro $i = 1, \dots, N$:

$$\alpha_i \sim N(\mu_\alpha, V_\alpha)$$

- α_i a α_j vzájemně nezávislé pro $i \neq j$.
- Hierarchická struktura: pokud μ_α a V_α neznámé parametry.

Konkretizace apriorních hustot

- Předpokládáme nezávislost μ_α a V_α :

$$\begin{aligned}\mu_\alpha &\sim N(\underline{\mu}_\alpha, \underline{\sigma}_\alpha^2), \\ V_\alpha^{-1} &\sim G(\underline{V}_\alpha^{-1}, \underline{\nu}_\alpha).\end{aligned}$$

- Zbylé parametry s nehierarchickou apriorní hustotou (nezávislé normální-gama rozdělení):

$$\begin{aligned}\tilde{\beta} &\sim N(\underline{\beta}, \underline{V}_\beta), \\ h &\sim G(\underline{s}^{-2}, \underline{\nu}).\end{aligned}$$

- Klasická ekonometrie: tzv. random effects model.

Posterioční analýza při nehierarchickém prioru

- LRM s nezávislou normální-gama apriorní hustotou (Gibbs):

$$\beta^* | y, h \sim N(\bar{\beta}^*, \bar{V}),$$

$$h | y, \beta^* \sim G(\bar{s}^{-2}, \bar{\nu}),$$

$$\bar{V} = (\underline{V}^{-1} + hX^{*'}X^*)^{-1},$$

$$\bar{\beta}^* = \bar{V}(\underline{V}^{-1}\underline{\beta}^* + hX^{*'}y),$$

$$\bar{\nu} = TN + \underline{\nu},$$

$$\bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \alpha_{i,T} - \tilde{X}_i \tilde{\beta})'(y_i - \alpha_{i,T} - \tilde{X}_i \tilde{\beta}) + \underline{\nu} s^2}{\bar{\nu}}.$$

- Standardní analýza konvergence, predikční analýza a porovnání modelů.
- Numerický problém, pokud N příliš velké (\bar{V} matice rozměru $(N + k - 1) \times (N + k - 1)$ + inverze) \rightarrow teorém o inverzi dělené matici (snížení dimenze invertovaných matic).

Posterioční analýza při hierarchickém prioru

- Odvození = násobení věrohodnostní funkce a apriorních hustot a analýzu výsledného výrazu pro $\tilde{\beta}$, h , α , μ_α a $V_\alpha \rightarrow$ jádrové (podmíněné) hustoty \rightarrow Gibbsův vzorkovač.
- Posterioční rozdělání pro $\tilde{\beta}$ a h podmíněné veličinou α analogické jako LRM s nezávislou normální-gama apriorní hustotou.
- $p(\tilde{\beta}|y, h, \alpha, \mu_\alpha, V_\alpha)$ a $p(h|y, \tilde{\beta}, \alpha, \mu_\alpha, V_\alpha)$ nezávisí na μ_α a $V_\alpha \rightarrow$ ekvivalence vzhledem k $p(\tilde{\beta}|y, h, \alpha)$ a $p(h|y, \tilde{\beta}, \alpha)$.

Posteriorní analýza pro β a h

$$\tilde{\beta} | y, h, \alpha, \mu_\alpha, V_\alpha \sim N(\bar{\beta}, \bar{V}_\beta),$$

$$h | y, \tilde{\beta}, \alpha, \mu_\alpha, V_\alpha \sim G(\bar{s}^{-2}, \bar{\nu}),$$

$$\bar{V}_\beta = \left(\underline{V}_\beta^{-1} + h \sum_{i=1}^N \tilde{X}_i' \tilde{X}_i \right)^{-1},$$

$$\bar{\beta} = \bar{V}_\beta \left(\underline{V}_\beta^{-1} \underline{\beta} + h \sum_{i=1}^N \tilde{X}_i' [y_i - \alpha_i \iota_T] \right),$$

$$\bar{\nu} = TN + \underline{\nu},$$

$$\bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \alpha_i \iota_T - \tilde{X}_i \tilde{\beta})' (y_i - \alpha_i \iota_T - \tilde{X}_i \tilde{\beta}) + \underline{\nu} s^2}{\bar{\nu}}.$$

Posteriorní analýza pro α

- Podmíněná posteriorní hustota pro α_i je nezávislá na α_j pro $i \neq j$:

$$\alpha_i | y, \tilde{\beta}, h, \mu_\alpha, V_\alpha \sim N(\bar{\alpha}_i, \bar{V}_i),$$

$$\bar{V}_i = \frac{V_\alpha h^{-1}}{TV_\alpha + h^{-1}},$$

$$\bar{\alpha}_i = \frac{V_\alpha (y_i - \tilde{X}_i \tilde{\beta})' t_T + h^{-1} \mu_\alpha}{TV_\alpha + h^{-1}}.$$

Posterioční analýza pro hierarchické parametry

- Podmíněné hustoty pro hierarchické parametry μ_α a V_α :

$$\mu_\alpha | y, \tilde{\beta}, h, \alpha, V_\alpha \sim N(\bar{\mu}_\alpha, \bar{\sigma}_\alpha^2),$$

$$V_\alpha^{-1} | y, \tilde{\beta}, h, \alpha, \mu_\alpha, V_\alpha \sim G(\bar{V}_\alpha^{-1}, \bar{\nu}_\alpha),$$

$$\bar{\sigma}_\alpha^2 = \frac{V_\alpha \underline{\sigma}_\alpha^2}{V_\alpha + N \underline{\sigma}_\alpha^2}$$

$$\bar{\mu}_\alpha = \frac{V_\alpha \underline{\mu}_\alpha + \underline{\sigma}_\alpha^2 \sum_{i=1}^N \alpha_i}{V_\alpha + N \underline{\sigma}_\alpha^2},$$

$$\bar{\nu}_\alpha = \underline{\nu}_\alpha + N,$$

$$\bar{V}_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^N (\alpha_i - \mu_\alpha)^2 + V_\alpha \underline{\nu}_\alpha}{\bar{\nu}_\alpha}.$$

Obsah tématu

- 1 Souhrnný model
- 2 Model individuálních vlivů
- 3 Model náhodných koeficientů**
- 4 Chibova metoda porovnání modelů
- 5 Empirická ilustrace
- 6 Model stochastických hranic

Princip

- Uvolněný předpoklad o společném sklonu regresní (nad)roviny:

$$y_i = X_i\beta_i + \epsilon_i.$$

- Problém odhadu pro malé T (vzhledem k N) \rightarrow hierarchická konstrukce apriorní hustoty.
- Motivace: příklad z marketingu \rightarrow navíc odlišný marginální efekt změny ceny na prodeje (věrnost značce skrze mezní vlivy ceny).

Věrohodnostní funkce

- Z předpokladů o chybovém členu a tvaru regresního modelu:

$$p(y|\beta, h) = \prod_{i=1}^N \frac{h^{\frac{T}{2}}}{(2\pi)^{\frac{T}{2}}} \left\{ \exp \left[-\frac{h}{2} (y_i - X_i \beta_i)' (y_i - X_i \beta_i) \right] \right\}.$$

- $\beta = (\beta_1', \dots, \beta_N)'$ označuje všechny regresní koeficienty.

Hierarchická apriorní hustota

- β_i pro $i = 1, \dots, N$ jsou nezávislé výběry z normálního rozdělení:

$$\beta_i \sim N(\mu_\beta, V_\beta).$$

- Druhá fáze hierarchické apriorní hustoty:

$$\mu_\beta \sim N(\underline{\mu}_\beta, \underline{\Sigma}_\beta),$$

$$V_\beta^{-1} \sim W(\underline{\nu}_\beta, \underline{V}_\beta^{-1}).$$

- Wishartovo rozdělení: $E(V_\beta^{-1}) = \underline{\nu}_\beta \underline{V}_\beta^{-1} +$ neinformativní varianta pro $\underline{\nu}_\beta = 0$.
- Přesnost chyby:

$$h \sim G(\underline{s}^{-2}, \underline{\nu}).$$

Posterioční analýza při nehierarchickém prioru – β

- Gibbsův vzorkovač (standardní odvození):
- Vzájemně nezávislé podmíněné posterioční hustoty parametrů β_i , pro $i = 1, \dots, N$:

$$\beta_i | y, h, \mu_\beta, V_\beta \sim N(\bar{\beta}_i, \bar{V}_i),$$

$$\bar{V}_i = (hX_i'X_i + V_\beta^{-1})^{-1},$$

$$\bar{\beta}_i = \bar{V}_i(hX_i'y_i + V_\beta^{-1}\mu_\beta).$$

Posterioční analýza při nehierarchickém prioru – μ_β a V_β

- Relevantní hustoty pro μ_β a V_β :

$$\mu_\beta | y, \beta, h, V_\beta \sim N(\bar{\mu}_\beta, \bar{\Sigma}_\beta)$$

$$V_\beta^{-1} | y, \beta, h, \mu_\beta \sim W(\bar{\nu}_\beta, [\bar{\nu}_\beta \bar{V}_\beta]^{-1}),$$

$$\bar{\Sigma}_\beta = \left(N V_\beta^{-1} + \underline{\Sigma}_\beta^{-1} \right)^{-1},$$

$$\bar{\mu}_\beta = \bar{\Sigma}_\beta \left(V_\beta^{-1} \sum_{i=1}^N \beta_i + \underline{\Sigma}_\beta^{-1} \underline{\mu}_\beta \right),$$

$$\bar{\nu}_\beta = N + \underline{\nu}_\beta,$$

$$\bar{V}_\beta = \sum_{i=1}^N (\beta_i - \mu_\beta)(\beta_i - \mu_\beta)' + \underline{V}_\beta.$$

- Výraz $\sum_{i=1}^N \beta_i$: k -rozměrný vektor obsahující součty prvků β_i .

Posterioční analýza při nehierarchickém prioru – h

- Podmíněná posterioční hustota pro přesnost chyby:

$$h|y, \beta, \mu_\beta, V_\beta \sim G(\bar{s}^{-2}, \bar{\nu}),$$

$$\bar{\nu} = TN + \underline{\nu},$$

$$\bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - X_i \beta_i)' (y_i - X_i \beta_i) + \underline{\nu} \underline{s}^2}{\bar{\nu}}.$$

- Gibbsův vzorkovač: výběry z normálního, gama a Wishartova rozdělení.
- Predikční analýza a konvergenční testy proveditelné standardním způsobem.

Obsah tématu

- 1 Souhrnný model
- 2 Model individuálních vlivů
- 3 Model náhodných koeficientů
- 4 Chibova metoda porovnání modelů**
- 5 Empirická ilustrace
- 6 Model stochastických hranic

Úvod

- Bude časem doplněno. . .

Obsah tématu

- 1 Souhrnný model
- 2 Model individuálních vlivů
- 3 Model náhodných koeficientů
- 4 Chibova metoda porovnání modelů
- 5 Empirická ilustrace**
- 6 Model stochastických hranic

Úvod

- Bude časem doplněno. . .

Obsah tématu

- 1 Souhrnný model
- 2 Model individuálních vlivů
- 3 Model náhodných koeficientů
- 4 Chibova metoda porovnání modelů
- 5 Empirická ilustrace
- 6 Model stochastických hranic**

Princip

- Ekonomická teorie: stochastic frontier model.
- Model individuálních vlivů s odlišnou hierarchickou apriorní hustotou.
- Analýza efektivity produkce firem či jiných agentů.
- Ekonomická teorie → ekonometrický model.

Úvod do modelu

- Ekonomický model produkce: výstup firmy i v čase t , Y_{it} , je vyráběn s využitím vektoru vstupů, X_{it}^* , kde $i = 1, \dots, N$ a $t = 1, \dots, T$.
- Firmy využívají běžnou, nejlepší možnou dostupnou technologii závislou na neznámých parametrech, β :

$$Y_{it} = f(X_{it}^*; \beta).$$

- *Hranice výrobních možností (production frontier).*
- Odchylka skutečného výstupu od maximálně dosažitelného = měřítko neefektivity:

$$Y_{it} = f(X_{it}^*; \beta) \tau_i.$$

- $0 < \tau_i \leq 1$: míra efektivity specifická pro jednotlivé firmy.
- $\tau_i = 1$: firma i plně efektivní.
- Předpoklad: každá firma úroveň efektivity neměnnou v čase (lze uvolnit).

Úvod do modelu (pokračování)

- Chybový člen ζ_{it} :

$$Y_{it} = f(X_{it}^*; \beta) \tau_i \zeta_{it}.$$

- Zahrnutí chybového členu (chyb měření) = stochastická hranice.
- Pokud hranice výrobních možností, $f()$, v log-lineární podobě (např. Cobb-Douglasova produkční funkce nebo produkční funkce TRANSLOG) \rightarrow logaritmování:

$$y_{it} = X_{it}\beta + \epsilon_{it} - z_i,$$

- $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)'$, $y_{it} = \ln(Y_{it})$, $\epsilon_{it} = \ln(\zeta_{it})$, $z_i = -\ln(\tau_i)$ a X_{it} je protějškem X_{it}^* (vstupy transformovány logaritmy).
- Veličina z_i = neefektivita a díky $0 < \tau_i \leq 1$ nezáporná náhodná veličina.
- X_{it} s úrovnovou konstantou a koeficientem β_1 .

Úvod do modelu (dokončení)

- Podoba modelu individuálních vlivů: výraz $\beta_1 - z_i$ odpovídá α_i .
- Ekonomická teorie dává vodítko k výběru hierarchické apriorní hustoty.
- Pro nelog-lineární produkční funkci (např. CES produkční funkce) potřeba kombinace s technikami M-H algoritmu.
- Setřizení proměnných a matic:

$$y_i = X_i\beta + \epsilon_i - z_i\iota_T.$$

Věrohodnostní funkce

- Předpoklad nezávislosti z_i a ϵ_j pro všechna i a j :

$$p(y|\beta, h, z) = \prod_{i=1}^N \frac{h^{\frac{T}{2}}}{(2\pi)^{\frac{T}{2}}} \left\{ \exp \left[-\frac{h}{2} (y_i - X_i\beta + z_i\iota_T)' (y_i - X_i\beta + z_i\iota_T) \right] \right\}.$$

- $z = (z_1, \dots, z_N)'$.
- z : vektor neznámých parametrů.
- „klasická“ ekonometrie: věrohodnostní funkce definována jako $p(y|\beta, h, \theta) = \int p(y|\beta, h, z)p(z|\theta)dz$, kde $p(z|\theta)$ odpovídá předpokladu o rozdělení neefektivity (závisí na vektoru neznámých parametrů θ).
- Matematicky ekvivalentní postup bayesovskému přístupu využívajícímu $p(z|\theta)$ jako hierarchickou apriorní hustotu \Rightarrow volba označení „věrohodnostní funkce“ a „hierarchická apriorní hustota“ je čistě sémantickou záležitostí.

Hierarchická apriorní hustota

- Koeficienty hranice výrobních možností a přesnost chyby:

$$\beta \sim N(\underline{\beta}, \underline{V}),$$

$$h \sim G(\underline{s}^{-2}, \underline{\nu}).$$

- Míra neefektivity: hierarchická apriorní hustota.
- $z_i > 0 \rightarrow$ ne hierarchická hustota odpovídající normální hustotě pravděpodobnosti.
- Obvykle omezené normálnímu rozdělení nebo rozdělení z rodiny gama rozdělení, zde exponenciální rozdělení (z_i a z_j a priori nezávislé pro $i \neq j$):

$$z_i \sim G(\mu_z, 2).$$

- $z_i > 0 \Rightarrow \mu_z > 0$ (snadnější práce s μ_z^{-1} než přímo s μ_z):

$$\mu_z^{-1} \sim G(\underline{\mu}_z^{-1}, \underline{\nu}_z).$$

Apriorní hustota pro hyperparametry

- Apriorní hyperparametry pro $\underline{\mu}_z^{-1}$ a $\underline{\nu}_z$ na základě předpokladů o rozdělení efektivity.
- Např. necht' τ^* označuje apriorní medián tohoto rozdělení.
- Pokud očekáváme spíše efektivní firmy v našem vzorku: hodnota τ^* vysoká (např. 0.95), jinak nižší.
- Literatura: $\underline{\nu}_z = 2$ implikuje relativně neinformativní prior.
- Z nastavení $\underline{\mu}_z = -\ln(\tau^*)$: medián apriorního rozdělení efektivity τ^* .
- Strategie stanovení priorů prostřednictvím snadno interpretovatelných hyperparametrů v kontextu výchozí ekonomické teorie (např. τ^*) + následná zpětná transformace pro nalezení hyperparametrů použitých v modelu (např. $\underline{\mu}_z$ a $\underline{\nu}_z$).
- Omezení z ekonomické teorie: např. restrikce, že hranice výrobních možností je monotónně rostoucí ve vstupech nebo nákladová funkce je konkávní nebo možnost technologického úpadku \Rightarrow omezení parametrů ve tvaru nerovností.

Bayesovský výpočet

- Gibbsův vzorkovač: podmíněné hustoty jako v modelu individuálních vlivů s hierarchickou apriorní hustotou (s výjimkou z a μ_z).
- Parametry hranice výrobních možností:

$$\beta|y, h, z, \mu_z \sim N(\bar{\beta}, \bar{V}),$$

$$\bar{V} = \left(\underline{V}^{-1} h \sum_{i=1}^N X_i' X_i \right)^{-1},$$

$$\bar{\beta} = \bar{V} \left(\underline{V}^{-1} \underline{\beta} + h \sum_{i=1}^N X_i' [y_i + z_i t_T] \right).$$

Bayesovský výpočet (pokračování)

- Standardní výsledky pro přesnost chyby:

$$h|y, \beta, z, \mu_z \sim G\left(\bar{s}^{-2}, \bar{\nu}\right),$$

$$\bar{\nu} = TN + \underline{\nu},$$

$$\bar{s}^{-2} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i + z_i \iota_T - X_i \beta)' (y_i z_i \iota_T - X_i \beta) + \underline{\nu} \underline{s}^2}{\bar{\nu}}.$$

- Nezávislé podmíněné posteriorní hustoty pro neefektivitu odpovídají normálnímu rozdělení omezenému na kladné hodnoty:

$$p(z_i | y_i, X_i, \beta, h, \mu_z) \propto f_N\left(z_i | \bar{X}_i \beta - \bar{y}_i - (Th\mu_z)^{-1}, (Th)^{-1}\right) 1(z_i \geq 0).$$

- $\bar{y}_i = \frac{\sum_{t=1}^T y_{it}}{T}$ a \bar{X}_i je matice rozměru $(1 \times k)$ obsahující průměrné hodnoty každé vysvětlující proměnné pro každého jednotlivce i .
- $1(z_i \geq 0)$ je indikační funkce rovna jedničce pokud $z_i \geq 0$ a nule v ostatních případech.

Bayesovský výpočet (dokončení)

- Podmíněná posteriorní hustota pro μ_z^{-1} :

$$\mu_z^{-1} | y, \beta, z \sim G(\bar{\mu}_z, \bar{\nu}_z),$$

$$\bar{\nu}_z = 2N + \nu_z,$$

$$\bar{\mu}_z = \frac{N + \frac{\nu_z}{2}}{\sum_{i=1}^N z_i \mu_z}.$$

- Výběry z omezeného normálního rozdělení (neomezené + vyhození $z_i < 0$ nebo specifické algoritmy).
- Tradiční způsob predikční analýzy a provedení MCMC diagnostik; porovnání modelů např. pomocí Chibovy metody.
- Metody i pro čistě průřezovou verzi tohoto modelu (tzn. $T = 1 \times$ nepřijatelné použití určitých nepravých priorů \rightarrow nepravé posteriory).
- Intuitivně: $T = 1 \Rightarrow$ parametry $z, \mu_z, \beta, h = N + K + 2$ parametrů \times jen N pozorování.

Empirická ilustrace

- Bude časem doplněno. . .