

# BAYESIÁNSKÁ ANALÝZA – CVIČENÍ 0

## 21.9.2011

Toto cvičení je založeno přílohách A a B z učebnice Koop (2003): *Bayesian econometrics*, případně na odpovídajících přílohách podkladového učebního textu *Bayesiánská analýza*.

### Co bude náplní cvičení?

- ✎ Připomenutí základů maticové algebry.
- ✎ Připomenutí základů matematické statistiky.
- ✎ Seznámení se s Matlabem:
  - spuštění a nastavení cest k dodatečným toolboxům, příkazové okno skripty a funkce;
  - základní operace s maticemi;
  - cykly;
  - generování náhodných čísel.
- ✎ Princip Monte Carlo integrace a numerická standardní chyba (NSE).

### Zadání příkladů

1. (*Monte Carlo simulace*) Proved'te Monte Carlo simulaci pro zjištění podílu šancí v příkladu prezentovaného v článku [Eddy, Sean R. \(2004\) – What is Bayesian statistics?](#)
2. (*NSE Monte Carlo odhad*) Monte Carlo integraci lze využít k odhadu  $E[\theta|y]$  jako  $\hat{\theta} = \sum_{s=1}^S \theta^{(s)} / S$ . Pro konečné  $S$  nám tento postup nabízí odhad posteriorní střední hodnoty parametru  $\theta$ . Využijte centrální limitní větu k odvození standardní chyby (známé jako numerical standard error, NSE) spojené s odhadem, která může být využita pro zhodnocení přesnosti odhadu pro zvolené  $S$ .
3. (*Monte Carlo integrace*) Předpokládejme, že posteriorní hustota pro parametr  $\theta$  je z normálního standardizovaného rozdělení  $N(0, 1)$ :
  - (a) Vytvořte program, který provede Monte Carlo integraci k odhadu posteriorní střední hodnoty a posteriorního rozptylu parametru  $\theta$ .
  - (b) Kolik replikací je třeba, aby bylo zajištěno, že Monte Carlo odhady střední hodnoty a rozptylu budou rovny svým skutečným hodnotám s přesností na tři desetinná místa?

- (c) Ke svému programu doplňte část, která umožní počítat numerickou standardní chybu. Zkuste počítat posteriorní střední hodnotu, rozptyl a NSE pro různě velké velikosti vzorku (10, 100, 1000, 10000, ...). Je NSE dobrým indikátorem přesnosti aproximace odhadů pomocí Monte Carlo integrace?
4. (*Další standardní rozdělení*) V rámci posteriorních simulací bude třeba vytvářet náhodné vzorky i z jiných rozdělení než je standardizované normální. Vytvořte náhodné výběry o velikosti 10, 100 a 100000 (popř. i jiné velikosti např. 1000) pro níže uvedená rozdělení (značení je dle přílohy B z Koop (2003)). Spočítejte výběrový průměr a směrodatnou odchylku a porovnejte je se skutečnými hodnotami. Nezapomeňte si ověřit, jak je dané rozdělení definováno v MATLABU.
- (a) Normální rozdělení  $N(1, 4)$
  - (b) Uniformní rozdělení  $U(2, 5)$
  - (c) Gamma rozdělení  $G(2, 10)$
  - (d) Exponenciálního rozdělení se střední hodnotou 5
  - (e) Chí-kvadrát rozdělení  $\chi^2(5)$
  - (f) Studentovo  $t$ -rozdělení  $t(0, 1, 10)$  popř.  $t(10)$
  - (g) Beta rozdělení  $B(3, 2)$