

# Zkušební test z Matematické ekonomie - verze 04/2007

## Indexní čísla

1. Putnovo indexní číslo je definováno jako vážený geometrický průměr s vahami

$$w_i = 1/2 \cdot \frac{q_i(0)}{\sum_{j=1}^N q_j(0)} + 1/2 \cdot \frac{q_i(1)}{\sum_{j=1}^N q_j(1)}$$

Vyšetřete, zda tento index vyhovuje testům záměny faktorů (F2), záměny období (F3) a (silné) proporčnosti (F7) a posuďte jeho vypovídací schopnost porovnáním s Tornquistovým indexem.

2. Vyjádřete příslušným vztahem von Bortkiewiczův poměr, vysvětlete výrazy/symboly v něm uplatněné a vyvoďte z něj vztahy, které platí mezi Laspeyresovým a Paascheho kvantovými indexními čísly.

## Teorie užítku

3. Zdůvodněte, za jakých okolností může nastat Giffenův efekt a zda se vyskytuje pro případ „substitučního“ členu

$X_{rr} = -0,42$ , úrovni poptávky  $x_r = 3,6$  a příjmové změně  $\frac{\partial x_r}{\partial M} = -0,28$ ? K jaké změně  $x_r$  by muselo dojít, aby tento efekt nastal (resp. nenastal)?

4. Nalezněte pro užitkovou funkci  $u(v, w) = \log(2u^2 + 4v^2)$  rovnovážný bod, pokud má rozpočtové omezení tvar  $2v + 3w = 24$ .

a) Kam se rovnovážný bod přesune, jestliže se tvar omezení změní na  $4v + 3w = 18$ ? Může ve druhém případě ( $p_1=4$ ,  $p_2=3$ ,  $M=18$ ) ležet rovnovážný bod na stejné či vyšší hladině užítku než v prvním ( $p_1=2$ ,  $p_2=3$ ,  $M=24$ )? Provéřte podmínky stability rovnovážného bodu.

b) Pro obecný případ (libovolné  $p_1, p_2, M$ ) odvoďte marshallovské poptávkové funkce, nepřímou užitkovou funkci a spočítejte její hodnotu v rovnovážném bodě.

5) Formulujte pro konkrétní situaci a subjekty příklady preferenčních relací, které splňují vlastnosti reflexivity, tranzitivity a konvexnosti. Formulujte i protipříklady, kdy výše uvedené vlastnosti splněny nebudou a subjekt se přesto bude chovat racionálně.

## Teorie produkce

6). Jaké musí být hodnoty parametrů  $\alpha, \beta$  Cobb-Douglasovy produkční funkce tvaru

$$F(K, L) = 3,6 \cdot K^\alpha L^\beta, \text{ aby}$$

byla hodnota elasticity produkce vzhledem k práci rovna 0,20 a elasticity produkce vzhledem ke kapitálu čtyřnásobná. Vyjádřete příslušné marginální produktivity obou těchto výrobních faktorů a určete mezní míru a pružnost substituce u této funkce.

7). Nechť máme definovanou nákladovou funkci ve tvaru

$$C(y, p_1, p_2) = y^{3/4} \cdot (\alpha_1 \cdot \log p_1 + \alpha_2 \cdot \log p_2 + \alpha_{12} \log p_1 \log p_2) \text{ pro } \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$$

a odvoďte příslušné poptávkové funkce po výrobních faktorech. Zjistěte dále, zda tato funkce vyhovuje teoretickým vlastnostem nákladové funkce. Zapište tvar jednotkové nákladové funkce.