

3. seminář:

Celočíselné programování, distribuční úlohy (metoda SZ rohu, indexová a VAM), přiřazovací úlohy (maďarská metoda)

Příklad 1: Sestavte matematický model úlohy celočíselného programování a pomocí Řešitele nalezněte optimální řešení (nezapomeňte v Omezujících podmínkách přidat podmínky celočíselnosti):

a) Úloha o bramborách

Potravinářská firma se zabývá zpracováním brambor. Jejími produkty jsou bramborové lupínky, které prodává po 120 Kč/kg, a hranolky po 76 Kč/kg. Na výrobu 1 kg lupínek se spotřebuje 2 kg brambor a 0,4 l oleje a na výrobu 1 kg hranolků 1,5 kg brambor a 0,2 l oleje. Navrhněte výrobní program tak, aby byl při nákupních cenách surovin 12 Kč/kg brambor a 40 Kč/l oleje maximální ZISK (zanedbáme náklady na práci, energii, apod.) a přitom nebyla překročena kapacita dodavatele (100 kg brambor a 16 l oleje). Jak se změní optimální řešení, je-li odběratel ochoten odebírat zboží pouze v baleních (lupínky á 3kg a hranolky á 15kg)?

b) Úloha o řezném plánu

Firma vyrábějící kovové součástky nakupuje v libovolném množství trubky o délce 65 cm. K výrobě součástek potřebuje alespoň 1200 ks trubek o délce 20 cm a alespoň 900 ks trubek o délce 15 cm. Jakým způsobem má firma rozřezat nakoupené trubky tak, aby spotřeba nakoupeného materiálu byla minimální?

c) Úloha o dopravě

Dopravní společnost v městě S zásobuje paletovaným zbožím 4 stejně vzdálená sousední města A, B, C a D. Dnes má rozvézt 110 palet do města A, 70 do B, 58 do C a 62 do D. Má dva typy nákladních aut s fixními cenami jízdy: 6 malých aut s kapacitou 33 palet a cenou jízdy 120 Kč a 4 velká auta s kapacitou 60 palet a cenou jízdy 190 Kč. Každé auto stihne za den jen jednu cestu. Která auta mají kam jet, aby cena dopravy byla minimální?

d) Úloha o pracovním rozvrhu služeb

Správa sbírkového fondu a provozní potřeba galerie vyžadují, aby v jednotlivých dnech byly v galerii ve službě tyto počty osob:

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
22	17	13	14	15	18	24

Pracující nastupují do zaměstnání tak, že odpracují vždy 5 po sobě jdoucích dní, po kterých následují dva dny volna. Nástupy se mohou uskutečnit kterýkoliv den v týdnu.

Úkolem je stanovit co nejmenší počet zaměstnanců a rozvrhnout jejich nástupy do 5-denních pracovních cyklů tak, aby byly každý den v týdnu pokryty provozní potřeby.

e) Úloha o zakázkách

Podnik může převzít 6 různých zakázek, které se liší spotřebou času výrobního zařízení. Je znám zisk z jednotlivých zakázek a materiálová spotřeba. Zásoba materiálu a času je omezená. Parametry zakázek jsou shrnuty v tabulce:

č. zakázky	1	2	3	4	5	6	disponibilní kapacita
zisk	11	63	9	5	4	8	$\rightarrow \max.$
spotřeba času [směny]	1	7	1	1	1	5	15 směn
spotřeba materiálu [kg]	15	70	10	5	3	2	100kg

Navrhnete, které zakázky má podnik realizovat, aby byl jeho zisk maximální.

Příklad 2: Finanční úřad vypsal konkurz na místa vedoucích tří oddělení, vyžadující odlišné schopnosti a vědomosti. Do konkurzu se přihlásilo pět uchazečů, u kterých byly pomocí testů s maximálním počtem bodů 30 zjištovány předpoklady pro výkon jednotlivých funkcí. Výsledky testu jsou uvedeny v tabulce.

oddělení	uchazeč				
	A	B	C	D	E
O_1	25	27	24	27	28
O_2	28	23	25	24	27
O_3	22	21	23	20	24

Přiřaďte pomocí mad'arské metody 3 z uchazečů na příslušná vedoucí místa tak, aby jejich předpoklady pro práci na jednotlivých odděleních byly co nejvyšší.

Příklad 3: Dealer, sídlící ve městě A, má za úkol během dne nabízet zboží ve městech B, C, D, E, jejichž vzájemné vzdálenosti jsou uvedeny v tabulce.

	A	B	C	D	E
A	X	50	70	40	60
B	50	X	40	30	80
C	70	40	X	40	60
D	40	30	40	X	50
E	60	80	60	50	X

V jakém pořadí má tato města navštívit, aby ujel co nejméně kilometrů? Řešte mad'arskou metodou, při které kontrolujte, zda se optimální řešení nerozpadá na dva samostatné okruhy. (nutnou podmínkou je nevybírat nezávislé nuly na pozicích symetrických dle hlavní diagonály).

Příklad 4: Firma *Glass bottle, a.s.* vyrábí 4 typy pivních lahví ($S10^\circ$, $G12^\circ$, $P12^\circ 1/2l$ a $P12^\circ 1/3l$) na třech výrobních linkách A,B,C. Vzhledem k jejich rozdílnému výkonu jsou jednotkové náklady rozdílné, viz tabulka:

	$S10^\circ$	$G12^\circ$	$P12^\circ 1/2l$	$P12^\circ 1/3l$	kapacita
linka A	2,20	2,50	2,50	1,80	100
linka B	2,00	2,30	2,40	1,70	150
linka C	1,95	2,20	2,30	1,70	130
požadavek	200	50	80	30	

Měsíční výrobní kapacita linek A, B, C je po řadě 100, 150 a 130 tisíc ks.

Na základě smluv je třeba dodat 200, 50, 80 a 30 tisíc ks lahví $S10^\circ$, $G12^\circ$, $P12^\circ 1/2l$ a $P12^\circ 1/3l$. Cílem je rozvrhnout produkci na jednotlivých linkách tak, aby byly minimalizovány výrobní náklady.

Vaším úkolem je:

- rozhodnout, o jaký typ úlohy se jedná
- najít přípustné řešení metodou SZ rohu, indexovou metodou a VAM
- získaná řešení porovnat s optimálním řešením získaným pomocí Řešitele