

# Rozpočtové omezení, preferenze a užitek

Varian, Mikroekonomie: moderní přístup, kapitoly 2, 3 a 4  
Varian, Intermediate Microeconomics, 8e, Chapters 2, 3 a 4

# Teorie spotřebitele

Spotřebitelé si volí nejlepší spotřební koš, který si mohou dovolit.

Příštích pět přednášek:

- rozpočtové omezení, preference a užitek
- volba a projevené preference
- poptávka a Slutského rovnice
- přebytek spotřebitele a tržní poptávka
- nejistota



## Na této přednášce se dozvíte

- co je to linie rozpočtu a jak ji ovlivňují změny v příjmu a cenách,
- co jsou spotřebitelské preference a jaké mají vlastnosti,
- jak můžeme preference reprezentovat užitkovou funkcí,
- co je to monotónní transformace užitkové funkce,
- co je to mezní míra substituce a jak ji můžeme odvodit z užitkové funkce.



# Rozpočtové omezení

Předpokládáme, že si spotřebitel vybírá spotřební koš  $(x_1, x_2)$ , kde  $x_1$  a  $x_2$  jsou množství statků 1 a 2.

Rozpočtové omezení spotřebitele je  $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$ , kde

- $p_1$  a  $p_2$  jsou ceny obou statků 1 a 2,
- a  $m$  je příjem.

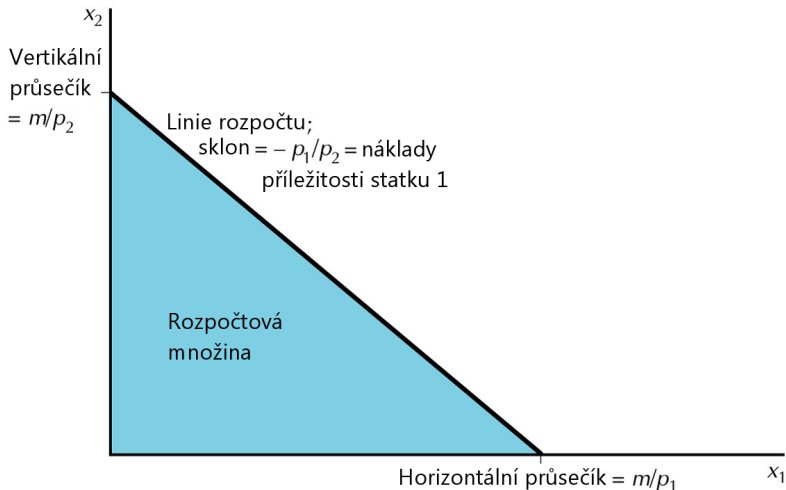
**Rozpočtová množina** – koše, pro které platí, že  $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$ .

**Linie rozpočtu** (BL) – koše, pro které platí, že  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ .



# Rozpočtová množina a linie rozpočtu (graf)

Linie rozpočtu  $p_1x_1 + p_2x_2 = m \iff x_2 = m/p_2 - (p_1/p_2)x_1$ .



# Kompozitní statek

Teorie funguje pro víc než dva statky.

Jak to nakreslit do 2D grafu? Jeden ze statků může být kompozitní statek.

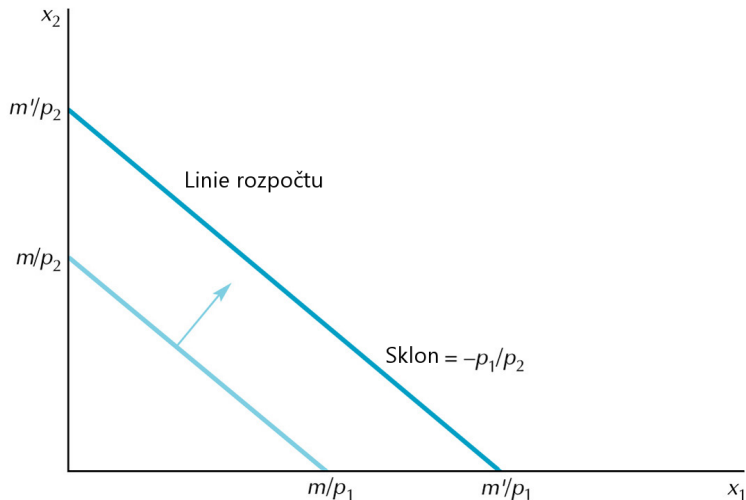
**Kompozitní statek** = ostatní spotřebovávané statky vyjádřené v peněžní hodnotě.

Cena kompozitního statku  $p_2 = 1 \implies$   
BL s kompozitním statkem je  $p_1x_1 + x_2 = m$ .



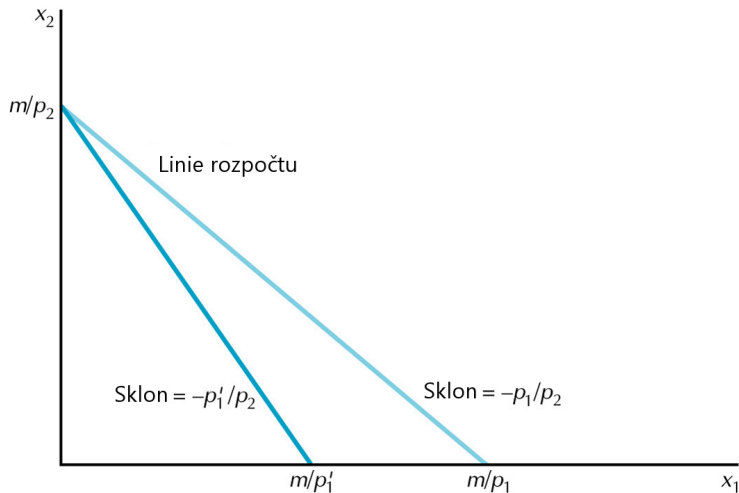
# Změna příjmu

Růst příjmu z  $m$  na  $m' \implies$  rovnoběžný posun ven.



# Změna ceny

Růst ceny z  $p_1$  na  $p'_1 \implies$  otočení dolů okolo svislého průsečíku.





# Změna ve více proměnných

Vynásobením všech cen a příjmu  $t$  nezmění linii rozpočtu:

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = tm \iff p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Vynásobit všechny ceny  $t$  je stejné jako podělit příjem  $t$ :

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = m \iff p_1x_1 + p_2x_2 = \frac{m}{t}.$$



# Numeraire

Libovolnou cenu nebo příjem můžeme znormovat na hodnotu 1 a upravit ostatní proměnné tak, aby se nezměnila linie rozpočtu.

**Numeraire** = veličina znormovaná na hodnotu 1.

Linie rozpočtu  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ :

- Stejná linie rozpočtu pro  $p_1 = 1$ :

$$x_1 + \frac{p_2}{p_1}x_2 = \frac{m}{p_1}$$

- Stejná linie rozpočtu pro  $p_2 = 1$ :

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$

- Stejná linie rozpočtu pro  $m = 1$ :

$$\frac{p_1}{m}x_1 + \frac{p_2}{m}x_2 = 1$$

Tři typy daní:

- **Množstevní** daň – spotřebitel zaplatí množství  $t$  za každou jednotku statku, kterou nakoupí.  
→ Cena statku 1 se zvýší na  $p_1 + t$ .
- Daň **ad valorem** – spotřebitel platí určitý podíl  $\tau$  z ceny.  
→ Cena statku 1 se zvýší na  $p_1 + \tau p_1 = (1 + \tau)p_1$ .
- **Paušální** daň – množství daně je nezávislé na volbě spotřebitele.  
→ Příjem spotřebitele se sníží o hodnotu daně.



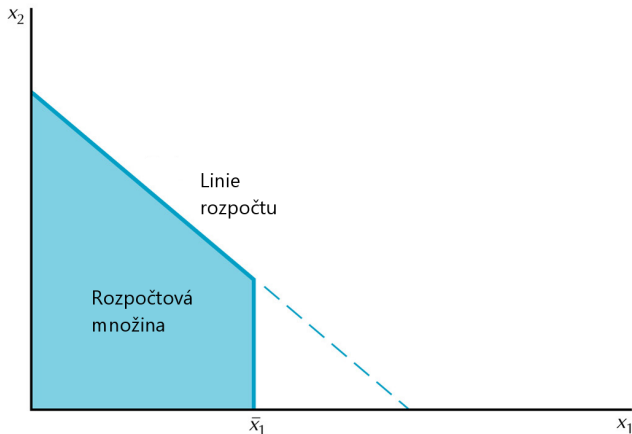
Dotace – opačný efekt než u daní

- množstevní dotace  $s$  na statek 1  
→ Cena statku 1 se sníží na  $p_1 - s$ .
- dotace ad valorem ve velikosti  $\sigma$  na statek 1  
→ Cena statku 1 se sníží na  $p_1 - \sigma p_1 = (1 - \sigma)p_1$ .
- paušální dotace  
→ Příjem se zvýší o hodnotu dotace.



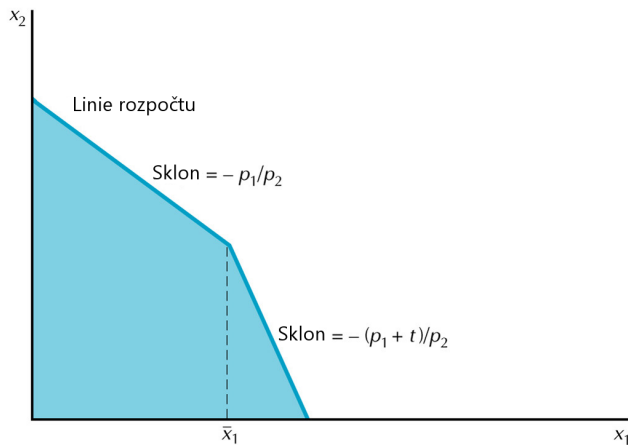
# Přídělový systém

Pokud statek 1 podléhá přídělovému systému, žádný spotřebitel nemůže spotřebovat větší množství statku 1 než  $\bar{x}_1$ .



## Zdanění větší spotřeby než $\bar{x}_1$

Pokud je zdaněna pouze spotřeba statku 1 větší než  $\bar{x}_1$ ,  
linie rozpočtu je strmější napravo od  $\bar{x}_1$ .



# PŘÍPAD: Program potravinových poukázek v USA

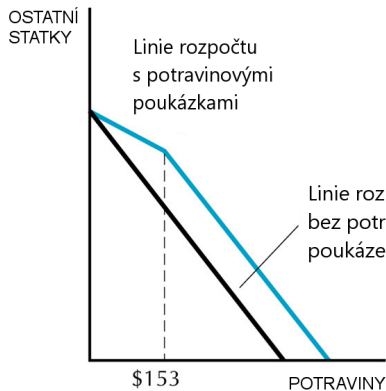
Před rokem 1979 – dotace ad valorem na jídlo + přidělový systém

- dotace – lidé platili část hodnoty potravinové poukázky
- přidělový systém – maximální množství poukázek

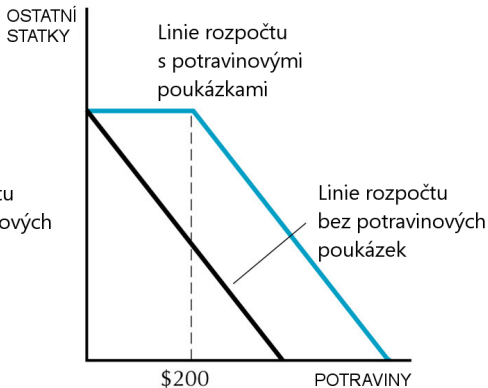
Po roce 1979 – určitý počet potravinových poukázek zdarma



# PŘÍPAD: Program potravinových poukázek v USA (graf)



**A**



**B**



Spotřebitel srovnává koše podle svých preferencí.

Preferenční relace budeme zapisovat následovně:

- koš  $X$  je **striktně preferovaný** před košem  $Y$ :

$$(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$$

- koš  $X$  je **slabě preferovaný** před košem  $Y$   
(koš  $X$  je alespoň tak dobrý jako koš  $Y$ ):

$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$$

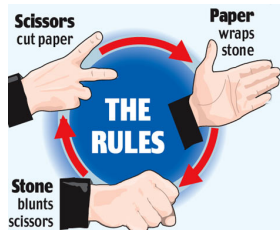
- spotřebitel je **indiferentní** mezi koši  $X$  a  $Y$ :

$$(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$$

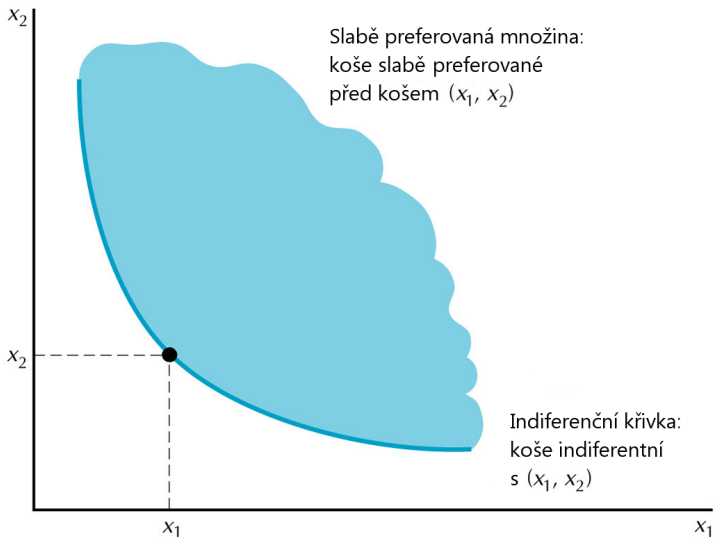
# Předpoklady o preferencích

Předpoklady, díky kterým je možné seřadit koše podle preferencí:

- **Úplnost** — můžeme srovnat každé dva spotřební koše:  $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ , nebo  $(x_1, x_2) \preceq (y_1, y_2)$ , nebo oboje.
- **Reflexivita** — každý spotřební koš je alespoň tak dobrý jako on sám:  $(x_1, x_2) \succeq (x_1, x_2)$
- **Tranzitivita** — pokud  $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$  a  $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2)$ , potom  $(x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2)$ .

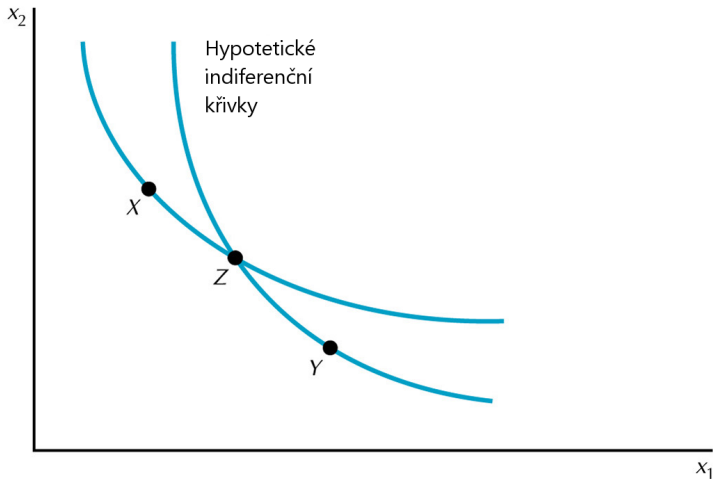


# Slabě preferovaná množina a indifferenční křivka



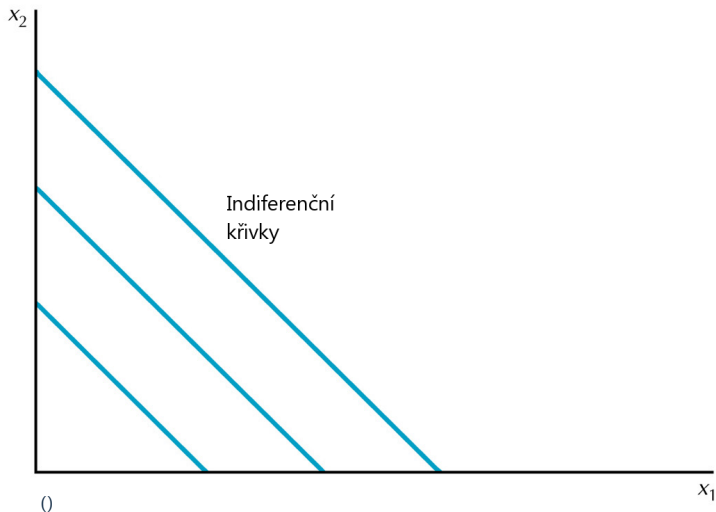
## Dvě různé indifferenční křivky se nemohou křížit

Dvě různě IC takové, že  $X \succ Y$ . Proč se nemohou křížit?  
Z tranzitivity vyplývá, když  $X \sim Z$  a  $Z \sim Y$ , pak  $X \sim Y$ .



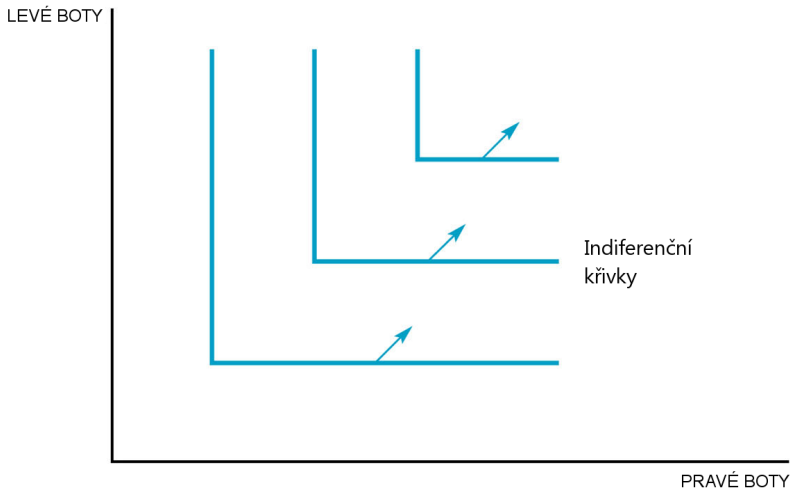
## Příklady preferencí – dokonalé substituty

Spotřebitel je ochotný nahrazovat jeden statek druhým v konstantním poměru  $\implies$  konstantní sklon indifferenční křivky (ne nutně  $-1$ ).



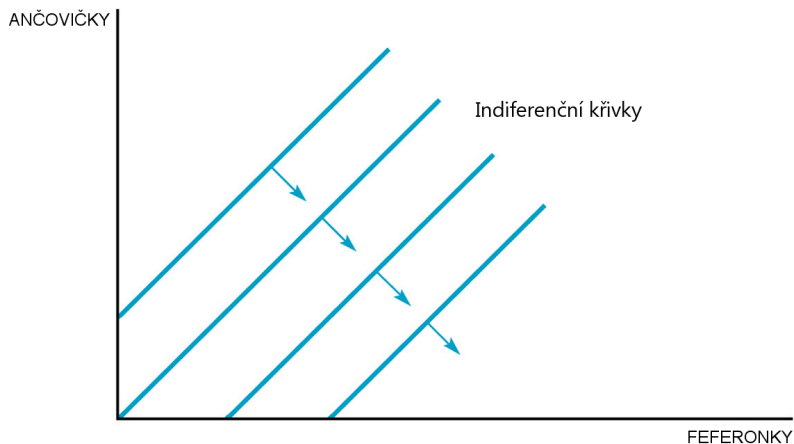
# Příklady preferencí – dokonalé komplementy

Spotřeba v pevných proporcích (ne nutně 1:1).



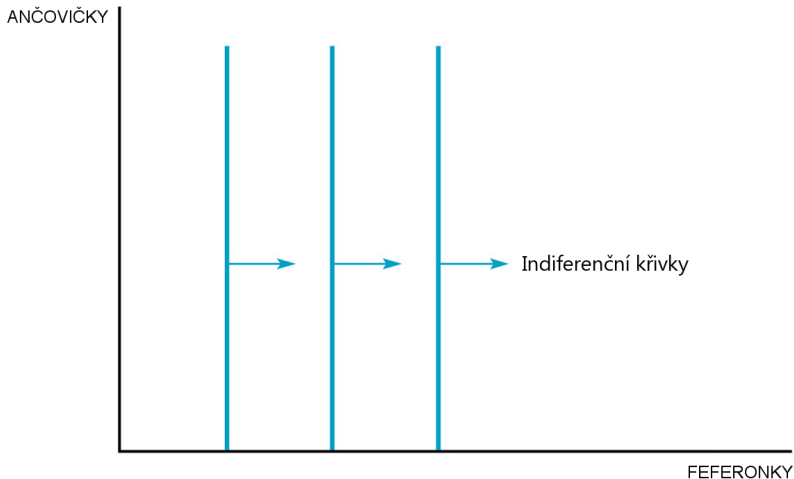
## Příklady preferencí – nežádoucí statek

Spotřebitel má rád feferonky a ančovičky jsou pro něj **nežádoucí statek** = statek, který nemá rád.



## Příklady preferencí – lhostejný statek

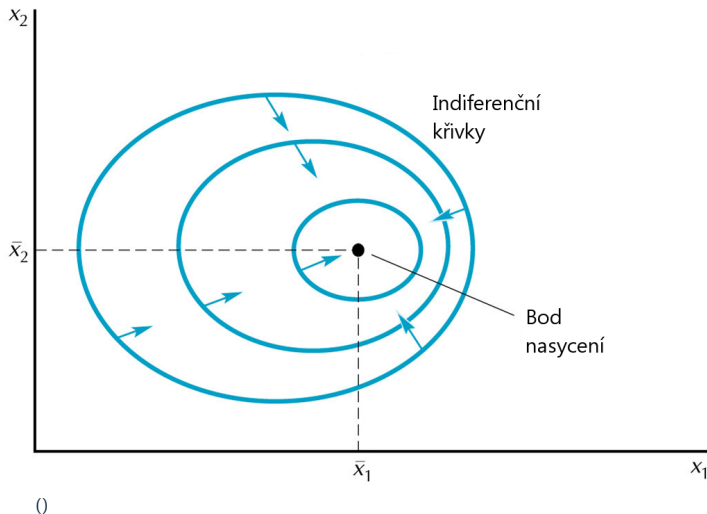
Spotřebitel má rád feferonky a ančovičky jsou pro něj **lhostejný statek** = je mu jedno, zda jej spotřebovává.





## Příklady preferencí – bod nasycení

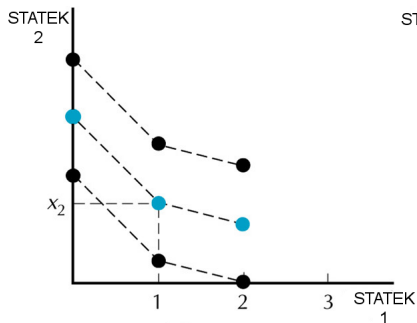
**Bod nasycení** je nejvíce preferovaný spotřební koš  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ . Když je spotřeba jednoho statku moc velká, stává se z něj nežádoucí statek.



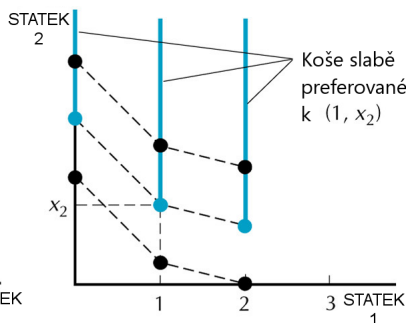
# Příklady preferencí – diskrétní statky

**Diskrétní statek** není dělitelný – spotřeba v celých jednotkách.

- indifferenční “křivky” – množina diskrétních bodů
- slabě preferovaná množina – množina polopřímek



A Indifferenční “křivky”

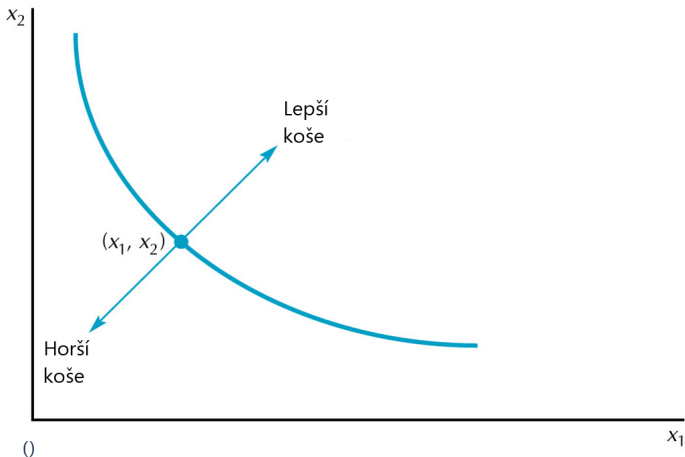


B Slabě preferovaná množina

# Rozumné (well-behaved) preference

Předpoklady rozumných preferencí: monotónnost a konvexnost

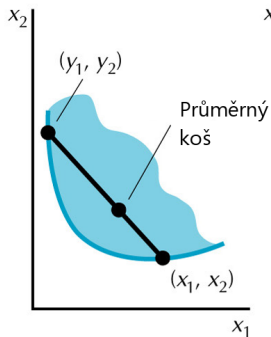
**Monotónnost** – čím víc, tím lépe (vylučuje nežádoucí statky)  $\implies$  indifferenční křivky mají negativní sklon.



## Rozumné (well-behaved) preference (pokračování)

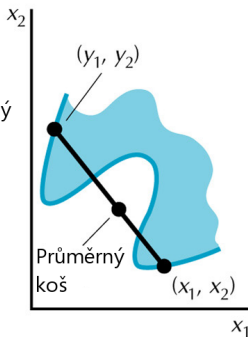
**Konvexnost** – pokud  $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ , pak pro všechna  $0 \leq t \leq 1$  platí, že  $[tx_1 + (1 - t)y_1, tx_2 + (1 - t)y_2] \succeq (x_1, x_2)$ .

**Striktní konvexnost** – pokud  $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ , pro všechna  $0 \leq t \leq 1$  platí, že  $[tx_1 + (1 - t)y_1, tx_2 + (1 - t)y_2] \succ (x_1, x_2)$ .

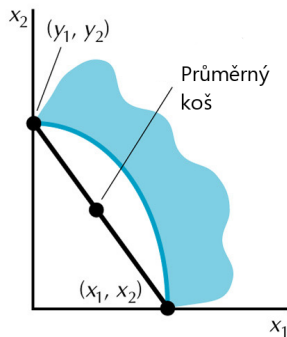


**A** Konvexní preference

()



**B** Nekonvexní preference



**C** Konkávní preference

## Mezní míra substituce

**Mezní míra substituce** (MRS) = sklon indifferenční křivky:

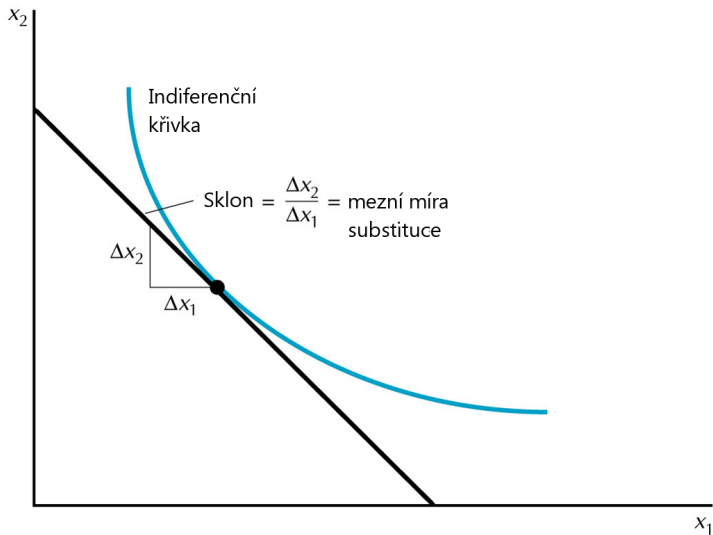
$$\text{MRS} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{dx_2}{dx_1}.$$

**Snižující se mezní míra substituce** – absolutní hodnota MRS klesá, když se posouváme podél indifferenční křivky doprava dolů.

Interpretace:

- Kolika jednotek statku 2 jsem ochotný se vzdát, abych získal dodatečnou jednotku statku 1?
- **Mezní ochota zaplatit** – Kolik jsem ochotný zaplatit za dodatečnou jednotku statku 1? (Pokud je statek 2 kompozitní statek měřený v penězích.)

# Mezní míra substituce (graf)



# Užitek

Dvě pojetí užitku:

**Kardinální užitek** - přisuzuje určitý význam velikosti rozdílu mezi užitky z různých košů.

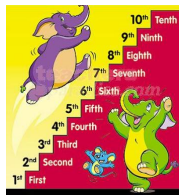
- obtížné stanovit velikost užitku
- mnoho dalších problémů

Nebudeme používat.

**Ordinální užitek** - popisuje preference, důležité je pouze pořadí spotřebních košů.

- snadné stanovit velikost užitku - preferovaný koš má vyšší užitek
- lze odvodit kompletní teorii poptávky

Numbers	
1 one 	6 six 
2 two 	7 seven 
3 three 	8 eight 
4 four 	9 nine 
5 five 	10 ten 



## Ordinální užitek

**Užitková funkce** přiřazuje každému spotřebnímu koši určité číslo – více preferované spotřební koše dostávají vyšší čísla.

Jestliže  $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ , potom  $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ .

Tabulka: různá přiřazení užitku, která popisují stejné preference:

Koš	$U_1$	$U_2$	$U_3$
A	3	17	-1
B	2	10	-2
C	1	.002	-3



## Monotónní transformace

**Pozitivní monotónní transformace**  $f(u)$  je libovolná rostoucí funkce.

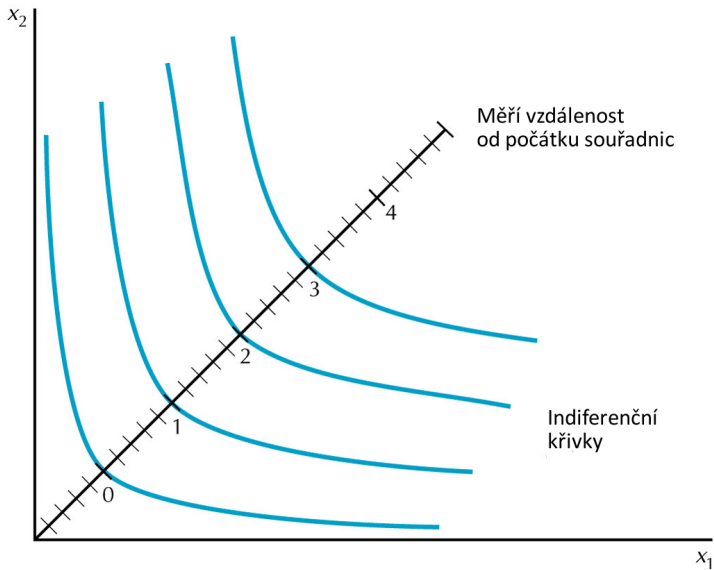
Příklady funkce  $f(u)$ :  $f(u) = 3u$ ,  $f(u) = u + 3$ ,  $f(u) = u^3$ .

Monotónní transformace užitékové funkce  $u(x_1, x_2)$   $f[u(x_1, x_2)]$  popisuje stejné preference jako užitéková funkce  $u(x_1, x_2)$ .

Proč?

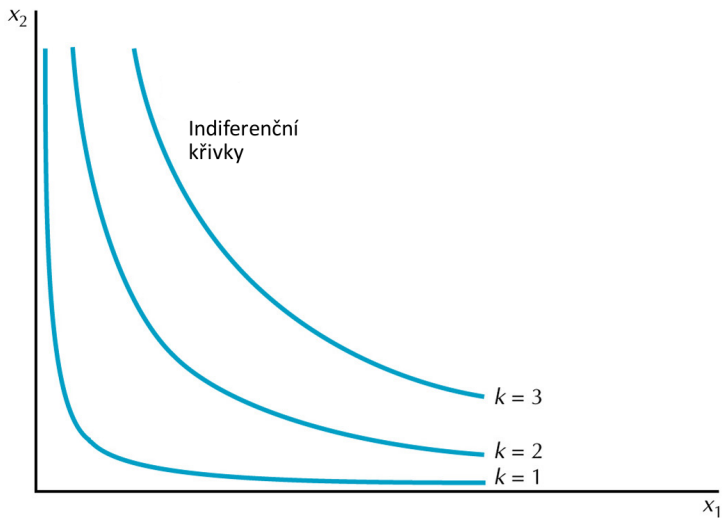
$u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ , jen když  $f[u(x_1, x_2)] > f[u(y_1, y_2)]$ .

# Konstrukce užitkové funkce z indiferenčních křivek



# Konstrukce indiferenčních křivek z užitkové funkce

Užitková funkce  $u(x_1, x_2) = x_1 x_2 \implies$  indiferenční křivky  $x_2 = \frac{k}{x_1}$ .



## Příklady užitkových funkcí

**Dokonalé substituty** – spotřebitel je ochotný směřovat

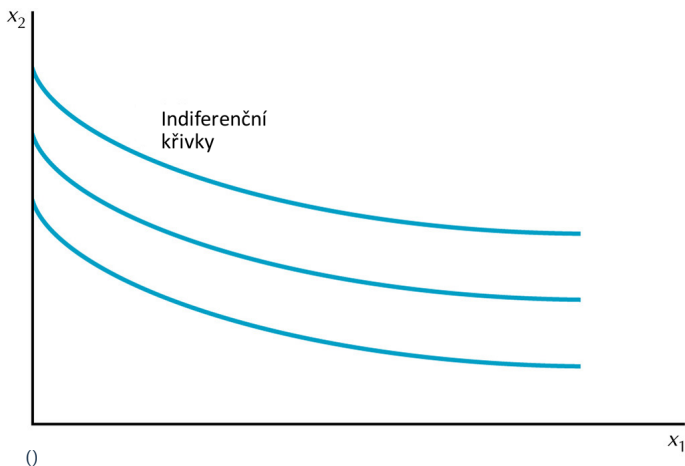
- statky v poměru 1:1 – důležitý je celkový počet:  
např.  $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ .
- 2 statky 2 za 1 statek 1 – statek 1 má dvojnásobnou váhu:  
např.  $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$ .

**Dokonalé komplementy** – spotřebitel poptává statky 1 a 2

- v poměru 1:1 – důležité menší množství:  
např.  $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$
- v poměru 1:2 – statku 1 je potřeba poloviční množství:  
např.  $u(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$ .

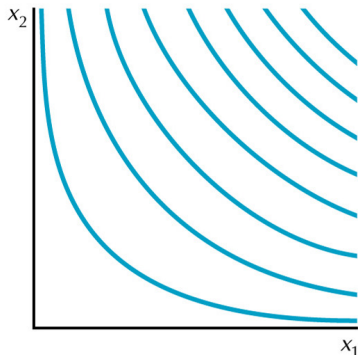
## Příklady užitkových funkcí – kvazilineární preference

- Indiferenční křivky jsou vertikálně paralelní.
- Užitková funkce  $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ ,  
např.  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$  nebo  $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$ .

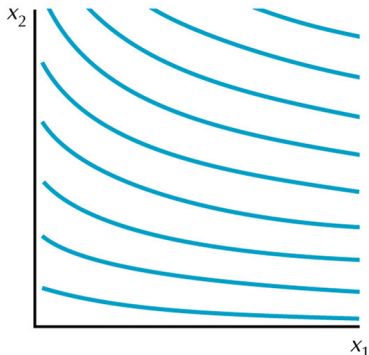


## Příklady užitkových funkcí – Cobb-Douglasovy preference

- Nejjednodušší užitková funkce reprezentující rozumné preference.
- Užitková funkce má tvar  $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$ .
- Výhodné používat transformaci  $f(u) = u^{\frac{1}{c+d}}$  a psát  $x_1^a x_2^{1-a}$ , kde  $a = c/(c+d)$ .



**A**  $c = 1/2$   $d = 1/2$



**B**  $c = 1/5$   $d = 4/5$

## Mezní užitek

**Mezní užitek** ( $MU$ ) je změna užitku z nárůstu spotřeby jednoho statku, zatímco množství ostatních statků je konstantní.

Vypočítáme pomocí parciální derivace  $u(x_1, x_2)$  podle  $x_1$  nebo  $x_2$ .

Příklady:

- Jestliže  $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ , pak  $MU_1 = \partial u / \partial x_1 = 1$ .
- Jestliže  $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$ , pak  $MU_2 = \partial u / \partial x_2 = (1 - a)x_1^a x_2^{-a}$ .

Hodnota  $MU$  se mění při monotónní transformaci užitkové funkce. Pokud např. vynásobíme užitkovou funkci  $2x$ , zvýší se i  $MU$   $2x$ .

## Vztah mezi $MU$ a $MRS$

Chceme změřit  $MRS =$  sklon indifferenční křivky  $u(x_1, x_2) = k$ , kde  $k$  je konstanta.

Zajímá nás taková změna  $(\Delta x_1, \Delta x_2)$ , pro kterou bude užitek konstantní. Tedy

$$MU_1 \Delta x_1 + MU_2 \Delta x_2 = 0.$$

$$MRS = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MU_1}{MU_2}.$$

$MRS$  tedy umíme spočítat z užitkové funkce.

Pozor: Hodnota  $MRS$  se při monotónní transformaci nemění.

Pokud např. vynásobíme užitkovou funkci 2x,  $MRS = -\frac{2MU_1}{2MU_2} = -\frac{MU_1}{MU_2}$ .



## APLIKACE: Užitek z dojíždění

Otázka: Jet do práce autobusem nebo autem?

Každý způsob dopravy představuje koš různých charakteristik, např.

- $x_1$  je doba jízdy do práce autem,
- $x_2$  je doba jízdy do práce autobusem,
- $x_3$  je náklad auta, atd.

Předpokládáme, že užitková funkce má lineární tvar  $U(x_1, \dots, x_n) = \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n$ .

Potom můžeme z pozorovaných rozhodnutí lidí statisticky odhadnout parametry  $\beta_i$ , které nejlépe popisují tato rozhodnutí.



## APLIKACE: Užitek z dojíždění (pokračování)

Domenich a McFadden (1975) odhadli následující užitkovou funkci:

$$U(TW, TT, C) = -0,147 TW - 0,0411 TT - 2,24C,$$

kde

- $TW$  = celkový čas chůze k a od autobusu/auta v minutách,
- $TT$  = celkový čas jízdy v minutách,
- $C$  = celkové náklady na cestu v dolarech.

Konkrétní tvar užitkové funkce můžeme využít k řadě účelů. Můžeme

- spočítat mezní míru substituce mezi dvěma charakteristikami.
- předpovědět reakci zákazníků na změnu ve veřejné dopravě.
- posoudit navrhovanou změnu (cost-benefit analysis).

# Shrnutí

- Množina rozpočtových možností = dosažitelné spotřebních koše při daných cenách a příjmu.
- Linie rozpočtu je  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ .
- Změna příjmu posouvá linii rozpočtu, změna ceny mění její sklon.
- Ekonomové předpokládají, že preference jsou úplné, reflexivní a tranzitivní  $\implies$  spotřebitel umí seřadit spotřební koše podle preferencí.
- Rozumné (well-behaved) preference jsou monotónní a konvexní.



## Shrnutí (pokračování)

- Užitková funkce reprezentuje preference.
- Číselné hodnoty užitku nemají samy o sobě žádný význam. Monotónní transformace užitkové funkce popisuje stejné preference.
- Mezní míra substituce (MRS) měří, kolik jednotek statku 2 je spotřebitel ochoten vyměnit za dodatečnou jednotku statku 1  
 $MRS = \Delta x_2 / \Delta x_1 = -MU_1 / MU_2$ .

