PŘEBYTEK SPOTŘEBITELE A TRŽNÍ POPTÁVKA – řešené příklady

Přebytek spotřebitele

1. Spotřebitel může nakupovat pouze dva statky, statek 1 a statek 2. Jeho užitková funkce je $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$, kde x_1 je množství statku 1 a x_2 je množství statku 2. Příjem spotřebitele je $m = 24$. Původní ceny jsou $(p_1, p_2) = (2, 1)$. Nové ceny jsou $(p_1', p_2) = (3, 1)$. Spočítejte kompenzační a ekvivalentní variaci spotřebitele.

   Řešení

   V tomto případě se kompenzační variace rovná částce, kterou bychom museli po zvýšení ceny dát spotřebiteli, aby na tom byl stejně jako před zvýšením ceny.

   Potřebujeme najít takový důchod $\hat{m}$, při kterém by spotřebitel měl po změně ceny stejný užitek jako před změnou ceny s důchodem $m = 24$. Poptávka po dokonalých komplementech spotřebovávaných v poměru 1:1 je

$$x_1 = x_2 = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

   Pro důchod $\hat{m}$ tedy bude platit, že

$$u\left(\frac{\hat{m}}{p_1' + p_2}, \frac{\hat{m}}{p_1' + p_2}\right) = u\left(\frac{m}{p_1 + p_2}, \frac{m}{p_1 + p_2}\right)$$

$$\frac{\hat{m}}{p_1' + p_2} = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

$$\frac{\hat{m}}{3 + 1} = \frac{24}{2 + 1}$$

$$\hat{m} = 32.$$

   Kompenzační variace se rovná

$$\text{CV} = \hat{m} - m = 32 - 24 = 8.$$

   V tomto případě se ekvivalentní variace rovná částce, kterou bychom museli před zvýšením ceny vzít spotřebiteli, aby na tom byl stejně jako po zvýšení ceny.

   Potřebujeme najít takový důchod m^*, při kterém by spotřebitel měl před změnou ceny stejný užitek jako po změně ceny s důchodem $m = 24$. Pro důchod m^* tedy bude platit, že

$$u\left(\frac{m^*}{p_1 + p_2}, \frac{m^*}{p_1 + p_2}\right) = u\left(\frac{m}{p_1' + p_2}, \frac{m}{p_1' + p_2}\right)$$

$$\frac{m^*}{p_1 + p_2} = \frac{m}{p_1' + p_2}$$

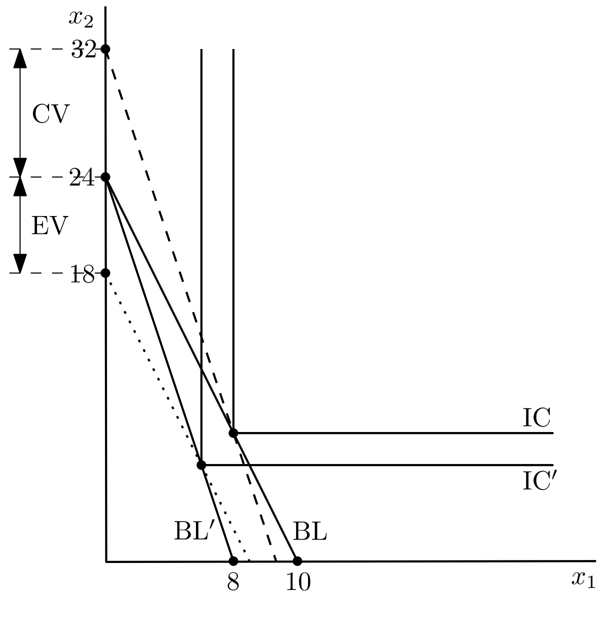
$$\frac{m^*}{2 + 1} = \frac{24}{3 + 1}$$

$$m^* = 18.$$

   Ekvivalentní variace se rovná

$$\text{EV} = m - m^* = 24 - 18 = 6.$$

   Následující obrázek znázorňuje řešení tohoto příkladu. Původní linie rozpočtu je označena BL a nová linie rozpočtu BL′. Čárkovaně je znázorněna linie rozpočtu při nových cenách a příjmu $\hat{m}$. Tečkovaně linie je vyznačena rozpočtu při původních cenách a důchodu m^*.



2. Spotřebitel může nakupovat pouze dva statky, statek 1 a statek 2. Jeho užitková funkce je $u(x_1, x_2) = 10x_1 - x_1^2/2 + x_2$, kde x_1 je množství statku 1 a x_2 je množství statku 2. Statek 2 je kompozitní statek, tedy $p_2 = 1$. Jak se změní přebytek spotřebitele, když se cena statku 1 sníží z $p_1 = 5$ na $p_1' = 3$.

   <u>Řešení</u>

   Abychom mohli zjistit, jak pokles ceny změní přebytek spotřebitele, musíme nejdřív odvodit poptávku spotřebitele po statku 1. Jelikož má spotřebitel má monotónní (a spojité) preference, bude hledat na své linii rozpočtu takový spotřební koš, při kterém bude jeho užitek maximální. Řešíme tedy následující úlohu:

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) = 10x_1 - x_1^2/2 + x_2$$
$$\text{při omezení} \quad m = p_1x_1 + p_2x_2.$$

   Z linie rozpočtu si můžeme vyjádřit např. množství statku 2 a dosadit

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1x_1}{p_2}. \tag{1}$$

   Dosazením zpět do užitkové funkce získáme neomezenou optimalizační úlohu s jednou neznámou

$$\max_{x_1} u(x_1) = 10x_1 - x_1^2/2 + \frac{m}{p_2} - \frac{p_1x_1}{p_2}.$$

   Množství statku 1 x_1^*, pro které má tato funkce extrém, najdeme tak, že položíme první derivaci rovnou nule:

$$\frac{du(x_1)}{dx_1} = 10 - x_1 - \frac{p_1}{p_2} = 0.$$

   Tento extrém je maximum, protože pro druhou derivaci platí, že

$$\frac{d^2u(x_1)}{dx_1^2} = -1 < 0.$$

   Protože $p_2 = 1$, poptávka po statku 1 je

$$x_1^* = 10 - p_1.$$

   Změna v přebytku spotřebitele je

$$\Delta\text{CS} = \int_3^5 (10 - p_1)\, \mathrm{d}p_1$$

$$\Delta\text{CS} = \left[10p_1 - \frac{p_1^2}{2}\right]_3^5$$
$$\Delta\text{CS} = 10 \times 5 - \frac{5^2}{2} - 10 \times 3 + \frac{3^2}{2}$$
$$\Delta\text{CS} = 12.$$

   Alternativně můžeme spočítat změnu v přebytku spotřebitele jako rozdíl v obsahu ploch mezi křivkou inverzní poptávky $p_1 = 10 - x_1^*$ a cenou, tedy

$$\Delta\text{CS} = \frac{(10-3) \times 7}{2} - \frac{(10-5) \times 5}{2}$$
$$\Delta\text{CS} = 24{,}5 - 12{,}5 = 12.$$

Tržní poptávka

3. Tržní poptávka po vstupenkách na fotbal je $p(q) = 100 - q/1\,000$, kde p je cena vstupenky a q množství vstupenek. Stadion má kapacitu $\bar{q} = 30\,000$ diváků. Při jaké ceně dosáhnou pořadatelé maximálního příjmu.

   <u>Řešení</u>

   Hledáme takové množství, při kterém bude maximální celkový příjem $TR(q) = p(q)q$. Pokud bychom nebyli omezeni kapacitou stadionu, řešili bychom následující úlohu

$$\max_q TR(q) = p(q)q = 100q - q^2/1\,000$$

   Hledáme extrém funkce. Derivací celkových příjmů podle q získáme funkci mezních příjmů, kterou položíme rovnu 0, tedy

$$MR(q) = 100 - q^*/500 = 0$$
$$q^* = 50\,000.$$

   Protože je druhá derivace záporná ($-\frac{1}{500} < 0$), celkový příjem při množství q^* je maximální.

   Tedy pokud bychom nebyli omezení kapacitou stadionu, pořadatelé by maximalizovali příjem při ceně

$$p^* = 100 - q^*/1\,000 = 50.$$

   Stadion však pojme pouze 30 000 diváků. Protože je funkce mezních příjmů kladná pro $q < 50\,000$, maximálního příjmu dosáhneme při plné kapacitě stadionu $\bar{q} = 30\,000$. Cena při množství $\bar{q} = 30\,000$ bude

$$\bar{p} = 100 - \bar{q}/1\,000 = 70.$$