

# NEJISTOTA A ROVNOVÁHA – řešené příklady

## Nejistota

1. Spotřebitel má bohatství ve výši  $w = 100$  Kč. Pokud dojde k nepříznivé události, ztratí 20 Kč, pokud dojde k příznivé události, nezíská nic. K nepříznivé události dojde s pravděpodobností  $\pi = 0,2$ . Spotřebitel může uzavřít pojištění, podle kterého mu v případě nepříznivé události pojišťovna vyplatí částku  $K$ , pokud zaplatí pojistné  $0,2K$ . Spotřebitel má von Neumann-Morgensternovu užitkovou funkci  $u = \pi\sqrt{c_b} + (1 - \pi)\sqrt{c_g}$ , kde  $c_b$  je jeho spotřeba v případě nepříznivé události a  $c_g$  v případě příznivé události. Jak velké pojistné plnění  $K$  si spotřebitel zvolí?

### Řešení 1

Spotřebitel si volbou pojistného plnění vybírá jeden z následujících podmíněných spotřebních plánů

- $c_b = 80 + K - 0,2K$  s pravděpod. 20 %.
- $c_g = 100 - 0,2K$  s pravděpodobností 80 %.

Substitucí odvodíme linii rozpočtu. Např. si můžeme z rovnice  $c_b = 80 + K - 0,2K$  vyjádřit

$$K = \frac{c_b - 80}{0,8} \quad (1)$$

a dosadit tento výraz do druhé rovnice

$$c_g = 100 - 0,2 \frac{c_b - 80}{0,8}$$
$$c_g = 120 - \frac{1}{4}c_b. \quad (2)$$

Linii rozpočtu (2) můžeme také napsat jako

$$\frac{1}{4}c_b + c_g = 120.$$

Spotřebitel má monotónní preference, protože větší spotřeba ve výsledném stavu  $c_b$  i ve výsledném stavu  $c_g$  mu přináší větší užitek. Vybere si takový spotřební plán podél své linie rozpočtu, který mu přináší maximální užitek. Budeme řešit maximalizační úlohu

$$\max_{c_b, c_g} u = 0,2\sqrt{c_b} + 0,8\sqrt{c_g}$$

$$\text{při omezení } \frac{1}{4}c_b + c_g = 120.$$

Tuto úlohu můžeme řešit např. tak, že dosadíme výraz pro  $c_b$  z linie rozpočtu do užitkové funkce. Tím získáme neomezenou optimalizační úlohu

$$\max_{c_b} v = \frac{2}{10}\sqrt{c_b} + \frac{8}{10}\sqrt{120 - \frac{1}{4}c_b}$$

Extrém funkce najdeme tak, že první derivaci užitkové funkce položíme rovnou nule, tedy

$$\frac{dv}{dc_b} = \frac{1}{10\sqrt{c_b}} - \frac{1}{10\sqrt{120 - \frac{1}{4}c_b}} = 0.$$

$$\sqrt{120 - \frac{1}{4}c_b^*} = \sqrt{c_b^*}$$

$$120 - \frac{1}{4}c_b^* = c_b^*$$

$$85c_b^* = 1920$$

$$c_b^* = 96.$$

Tento výsledek je maximum funkce, protože je užitková funkce konkávní, tedy druhá derivace funkce je záporná:

$$\frac{d^2v}{dc_b^2} = -\frac{1}{20c_b^{3/2}} - \frac{1}{80\left(120 - \frac{1}{4}c_b\right)^{3/2}} < 0.$$

Velikost spotřeby v příznivém stavu získáme dosazením do rovnice (2)

$$c_g^* = 120 - \frac{1}{4}c_b^* = 96.$$

Velikost zvoleného pojistného plnění získáme dosazením do rovnice (1)

$$K = \frac{96 - 80}{0,8} = 20.$$

### Řešení 2

Pokud jsou indifferenční křivky hladké a konvexní a je zaručeno vnitřní řešení, bude pro optimum spotřebitele platit, že sklon indifferenční křivky se rovná sklonu linie rozpočtu:

$$\text{MRS}(c_b^*, c_b^*) = -\frac{p_b}{p_g}$$

$$-\frac{0,1\sqrt{c_g^*}}{0,4\sqrt{c_b^*}} = -\frac{1}{4}$$

$$c_g^* = c_b^*.$$

Dosadíme do linie rozpočtu

$$0,25c_b^* + c_b^* = 120$$

$$c_b^* = 96.$$

Velikost spotřeby v příznivém stavu získáme dosazením do rovnice (2)

$$c_g^* = 120 - \frac{1}{4}c_b^* = 96.$$

Velikost zvoleného pojistného plnění získáme např. dosazením do rovnice (1)

$$K^* = \frac{c_b^* - 80}{0,8} = 20.$$

2. Spotřebitel má bohatství ve výši  $w = 100$  Kč. Může si koupit za 20 Kč loterii, ve které může vyhrát 1 000 Kč. Pravděpodobnost výhry je  $\pi = 0,01$ . Spotřebitel má von Neumann-Morgensternovu užítkovou funkci a jeho funkce užitku ze spotřeby v každém výsledném stavu je  $u(x) = x^2$ . Koupí si spotřebitel tuto loterii? Koupil by si ji, kdyby byl rizikově neutrální? Co můžeme říct o vztahu spotřebitele k riziku při užitku ze spotřeby ve výsledném stavu  $u(x) = x^2$ ?

### Řešení

Aby si spotřebitel tuto loterii koupil, musel by být jeho očekávaný užitek z loterie vyšší než očekávaný užitek z bohatství bez loterie. Tedy muselo by platit, že

$$0,01u(c_g) + 0,99u(c_b) > u(w),$$

kde  $c_g$  je spotřeba, když spotřebitel vyhraje, a  $c_b$  spotřeba, když nevyhraje.

Po dosazení hodnot ze zadání dostaneme

$$0,01 \times 1080^2 + 0,99 \times 80^2 > 100^2$$

$$18\,000 > 10\,000.$$

Spotřebitel si tuto loterii zakoupí.

Pokud by tento spotřebitel byl rizikově neutrální, jeho očekávaný užitek z loterie by byl

$$\begin{aligned} &0,01u(c_g) + 0,99u(c_b) = \\ &= 0,01c_g + 0,99c_b = 10 + 79,2 = 90. \end{aligned}$$

Jeho očekávaný užitek z loterie je nižší než užitek z bohatství  $u(w) = w = 100$ . Rizikově neutrální spotřebitel by si tuto loterii nekoupil.

Při užitku ze spotřeby ve výsledném stavu  $u(x) = x^2$  spotřebitel vyhledává riziko.

## Rovnováha

3. Poptávka na trhu s alkoholem je  $q_D = a - 2p_D$  a nabídka na tomto trhu je  $q_S = c + 18p_S$ . Předpokládejte, že vláda uvalí novou daň ve výši 50 Kč na litr alkoholu. Kolik korun z daně uvalené na litr alkoholu zaplatí poptávající a kolik nabízející?

### Řešení

V rovnováze se poptávané množství rovná nabízenému množství:

$$q_D^* = q_S^*$$

$$a - 2p_D^* = c + 18p_S^*.$$

Pokud není statek  $x$  zdaněný, bude se poptávková a nabídková cena rovnat, tedy  $p_D^* = p_S^* = p^*$ . Rovnovážnou cenu můžeme tedy vypočítat takto:

$$a - 2p^* = c + 18p^*$$

$$p^* = \frac{a - c}{20}.$$

Pokud je na statek  $x$  uvalena množstevní daň ve výši  $t$ , bude v rovnováze platit, že

$$p_D^* = p_S^* + t$$

$$p_D^* = p_S^* + 50. \quad (3)$$

Řešíme tedy dvě rovnice o dvou neznámých

$$a - 2p_D^* = c + 18p_S^*$$

$$p_D^* = p_S^* + 50.$$

Substitucí najdeme nabídkovou cenu

$$a - 2(p_S^* + 50) = c + 18p_S^*$$

$$p_S^* = \frac{a - c}{20} - 5.$$

Nabízející zaplatí z daně uvalené na litr alkoholu rozdíl mezi původní rovnovážnou cenou  $p^*$  a rovnovážnou nabídkovou cenou  $p_S^*$ , tedy

$$p^* - p_S^* = 5.$$

Poptávkovou cenu vypočítáme z rovnice (3)

$$p_D^* = \frac{a - c}{20} - 5 + 50$$

$$p_D^* = \frac{a - c}{20} + 45.$$

Poptávající zaplatí z daně uvalené na litr alkoholu rozdíl mezi rovnovážnou poptávkovou cenou  $p_D^*$  a původní rovnovážnou cenou  $p^*$ , tedy

$$p_D^* - p^* = 45.$$

4. Poptávka po statku  $x$  je  $q = 100 - p$  a nabídka statku  $x$  je  $q = 10 + 0,5p$ , kde  $q$  je množství a  $p$  je cena. Vláda stanovila cenu statku  $x$  na  $\bar{p} = 50$ . Aby vláda předešla nedostatku, rozhodla se, že zaplatí nabízejícím takovou množstevní dotaci  $s$ , aby byl trh v rovnováze. Jak velká bude tato dotace?

#### Řešení

Dotace musí být tak vysoká, aby se poptávané množství statku  $x$  při ceně  $\bar{p}$  rovnalo nabízenému množství při ceně  $\bar{p}$  a dotaci  $s$ . Musí tedy platit, že

$$100 - \bar{p} = 10 + 0,5(\bar{p} + s)$$

$$100 - 50 = 35 + 0,5s$$

$$s = 30.$$

Při množstevní dotaci  $s = 30$  bude trh s regulovanou cenou  $\bar{p} = 50$  v rovnováze.