Poptávka, Slutského rovnice, Přebytek spotřebitele, Rovnováha

Rostislav Staněk

October 25, 2012

Individuální poptávka

Poptávková funkce je vztah mezi optimálním množstvím a cenami a příjmem:

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$$

$$x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$$

Poptávku odvodíme jako optimum spotřebitele.

Komparativní statika v teorii spotřebitele nám řekne se změní poptávka při změnách

- příjmu
- cen

Důležité pojmy

- Engelova křivka
- Důchodová elasticita poptávky
- Podřadné vs. normální statky
- Nezbytné vs. luxusní statky
- Cenová a křížová elasticita poptávky
- Giffenův statek

Příklad 2

Tomáš má užitkovou funkci $U = x^2y^4$, kde x je počet kopaček a y počet dresů, které má.

1. Jakou část svého příjmu bude utrácet na kopačky a jakou na dresy, pokud má příjem m, cena kopaček je p_x a cena dresů p_y?
2. V jakém poměru bude spotřebovávat kopačky a dresy, pokud jedny kopačky stojí dvakrát tolik co jeden dres?

Příklad 4

Pavlova užitková funkce je $\min\{o, 3b\}$, kde o jsou značkové italské obleky a b jsou značkové italské boty.

1. Pokud jeden oblek stojí 4000 euro a jedny boty 600 euro a jeho příjem je m, jak bude poptávané množství obleků záviset na jeho příjmu?
2. Jaký bude funkční tvar Pavlovy Engelovy křivky pro boty?

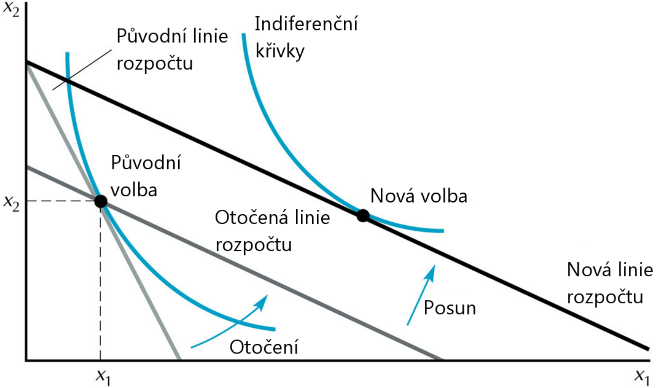
Příklad 5

Milan rád jezdí v rychlých autech. Na auta si šetří všechny peníze, co neutratí za běžné výdaje. Jeho užitková funkce je $U(b, a) = 50000(\ln b) + a$, kde b jsou běžné výdaje a a jsou peníze na auta za měsíc.

1. Milan má špatný rok. Za běžné výdaje utratí pouze 45000 Kč za měsíc. Kolik peněz ušetří měsíčně na rychlá auta?
2. Další rok má Milan větší štěstí a každý měsíc ušetří na auto 65 000 Kč. Jak velký je jeho měsíční příjem?

Slutského rovnice

Změna ceny mění relativní ceny a bohatství spotřebitele. Změnu ceny proto rozložíme na dvě části: **otočení** a **posun** rozpočtového omezení.



Slutského substituční efekt

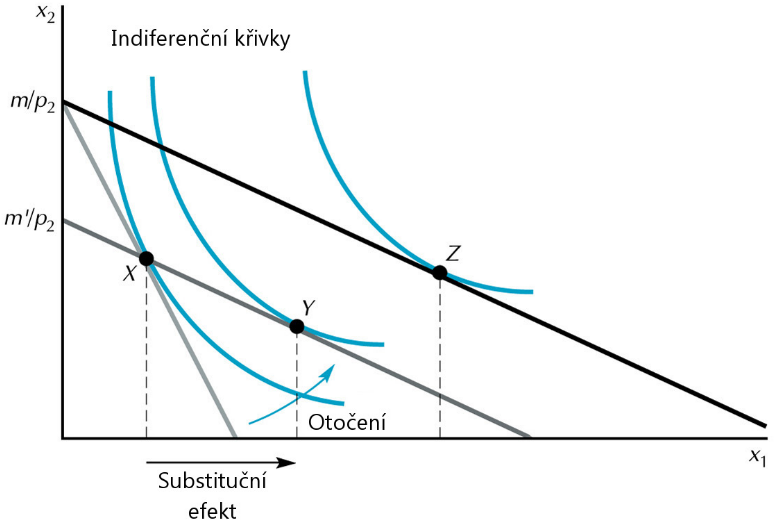
Substituční efekt (SE) je změna v poptávaném množství při otočení, tj. při nových cenách a kompenzovaném důchodu

Kompenzovaný důchod je takový důchod při kterém si spotřebitel při nových cenách může dovolit původní spotřební koš.

$$\Delta x_1^s = x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m).$$

Substituční efekt je vždy záporný, tj. množství se pohybuje opačným směrem než cena. Proč?

Substituční efekt



Důchodový efekt

Důchodový efekt (IE) je změna v poptávce při posunu.

Důchodový efekt měří změnu v poptávaném množství, když se změní příjem z m' na m a ceny zůstanou konstantní na (p_1', p_2):

$$\Delta x_1^n = x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m').$$

Důchodový efekt je záporný pro normální statky (růst cen snižuje příjem, ten pak snižuje poptávku) a kladný pro podřadné statky.

Celková změna poptávaného množství

Celková změna poptávaného množství je dána jako součet substitučního efektu a důchodového efektu. Tato rovnice se nazývá **Slutského identita**.

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n.$$

$$x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m) = x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m) + x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m').$$

Pokud je statek 1 je normální, pak je SE i IE je záporný. Celkový efekt je tedy záporný.

Pokud je statek 1 je podřadný, pak je SE záporný a IE je kladný. Směr celkového efektu není jasný.

Příklad 2

Jaroslav má rád dobré víno a pivo. Jeho poptávka po kvalitním víně je $q = 0,001m - 0,1p_V$, kde m je jeho příjem a p_V je cena vína. Jaroslav má příjem 100 000 Kč a cena jednoho piva je 30 Kč. Minulý rok stála jedna láhev vína 500 Kč. Tento rok cena láhve vína kvůli špatnému počasí vzrostla na 600 Kč.

1. Kolik si koupil vína před změnou ceny a kolik ho koupí po změně ceny?
2. Jak velký by musel být jeho příjem, aby si po změně ceny mohl dovolit koupit stejné množství vína a piva jako před změnou ceny?
3. O kolik lahví vína se Jaroslavova spotřeba změnila kvůli substitučnímu a o kolik kvůli důchodovému efektu?

Příklad 3

Michal jí pouze rajčata a papriky. Tyto statky jsou pro něj dokonalé substituty, které je ochoten nahrazovat v poměru 1 kg rajčat za 1 kg paprik. Jeho příjem je 150 Kč. Rajčata stojí 27 Kč/kg a papriky 30 Kč/kg.

1. Jak velký bude substituční efekt poklesu ceny paprik na 25 Kč/kg?
2. Jak velký by byl substituční efekt poklesu ceny paprik z 25 na 20 Kč/kg?

Měření blahobytu

Chceme vědět, jak změny v tržním prostředí (např. změna ceny) ovlivní užitek spotřebitel, tj. zda si spotřebitel polepší nebo ne.

Za tímto účelem je vhodné měřit užitek v peněžních jednotkách. Budeme porovnávat, při jakých výdajích na tom spotřebitel může být stejně dobře.

Tři způsoby měření

- Ekvivalentní variace
- Kompenzační variace
- Přebytek spotřebitele

Kompenzační a ekvivalentní variace

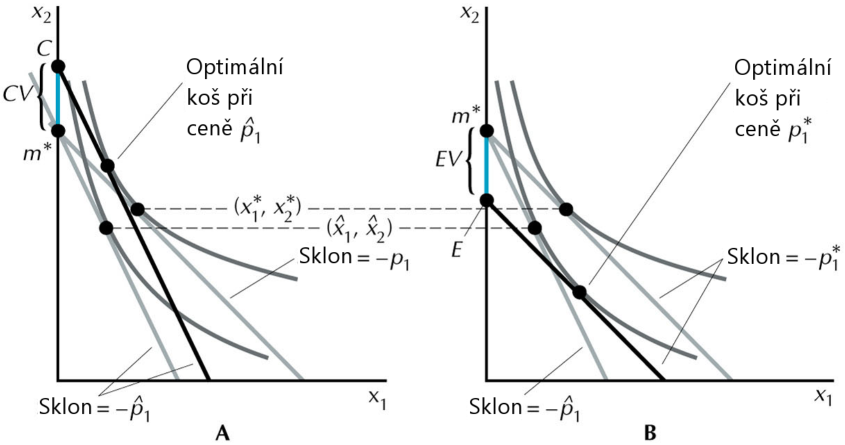
Kompenzační variace (CV) – kolik peněz bychom museli spotřebiteli dát (vzít) po změně ceny, aby měl stejný užitek jako před změnou.

Ekvivalentní variace (EV) – kolik peněz bychom museli spotřebiteli vzít (dát) před změnou ceny, aby měl stejný užitek jako po změně.

CV a EV měří svislou vzdálenost indiferenčních křivek. Obecně se liší, stejné jsou pro kvazilineární preference.

- CV je vhodná při kompenzaci spotřebitele při nových cenách.
- EV je vhodná pro měření ochoty zaplatit, prototže
  - je snadnější posuzovat hodnotu peněz při stávajících cenách
  - při srovnání několika různých změn je stále stejná základní cena

Kompenzační a ekvivalentní variace



Příklad Cobb-Douglasovy preference

Užitková funkce je $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$, $m = 100$, $p_2 = 1$.
Cena statku 1 vzrostla z $p_1^* = 1$ na $\hat{p}_1 = 2$.

Jaká je EV a CV?

Příklad 3

Pučmelounovy preference reprezentuje užitková funkce $U(x,y) = \min\{x,y\}$, kde x jsou koláče a y jsou peníze, které utratí na ostatní statky. Ceny jsou $(p_x, p_y) = (2,1)$ a jeho příjem je 24 dukátů. Najednou se ceny změní na $(p_x, p_y) = (3,1)$.

1. Jaké je maximální množství peněz, které bude Pučmeloun ochotný zaplatit, aby se vyhnul zvýšení ceny? Je tato částka kompenzační nebo ekvivalentní variace?
2. O kolik by se musel zvýšit Pučmelounův příjem při nových cenách, aby na tom byl Pučmeloun stejně dobře jako před změnou? Je tato částka kompenzační nebo ekvivalentní variace?

Příklad 4

Preference brouka Kvapíka reprezentuje užitková funkce $U(x, y) = 10x - x^2/2 + y$, kde x jsou běžecké boty a y jsou peníze, které utratí na ostatní statky. Kvapík má příjem 30 dukátů. Běžecké boty stojí 6 dukátů jedny. Kvapíkovi se teď naskytla příležitost přihlásit se do broučího běžeckého klubu, ve kterém se dají boty koupit za 5 dukátů.

1. Kolik peněz by byl Kvapík ochotný zaplatit za členství v tomto klubu? Je tato částka kompenzační nebo ekvivalentní variace?
2. Jeho kamarád Cvrček má strach, že si Kvapík v klubu najde nové kamarády. Kolik peněz by Kvapíkovi musel minimálně nabídnout, aby Kvapík do tohoto klubu nevstoupil? Je tato částka kompenzační nebo ekvivalentní variace?

Přebytek spotřebitele a kvazilineární preference

Mějme kvazilineární užitkovou funkci $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$, kde statek 1 je diskrétní statek a statek 2 je kompozitní statek. Rezervační ceny jsou $r_1 = v(1) - v(0)$ a $r_2 = v(2) - v(0)$.

Hodnota první jednotky statku pro spotřebitele je r_1 a cena je p, pak přebytek z první jednotky je $r_1 - p$. Součet rezervačních cen je $v(n)$, takže přebytek spotřebitele je $CS = v(n) - pn$

Přebytek spotřebitele nám říká, kolik peněz R bychom museli dát spotřebiteli, aby byl ochoten vzdát se své spotřeby.

$$v(0) + m + R = v(n) + m - pn \Leftrightarrow R = v(n) - pn$$

Přebytek spotřebitele

Přebytek spotřebitele je plocha pod poptávkovou křivkou.

V případě kvazilineárních preferencí platí, že CS = EV = CV. Důvodem je skutečnost, že důchodový efekt je v případě kvazilineárních preferencí nulový, tzn. že rezervační ceny jsou nezávislé na spotřebě ostatních statků.

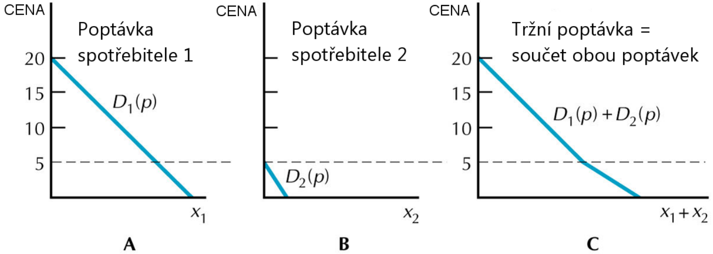
Obecně platí, že cena, kterou je spotřebitel ochotný zaplatit za určité množství statku 1, závisí na tom, kolik má peněz na ostatní statky. U kvazilineárních preferencí jsou rezervační ceny nezávislé na spotřebě ostatních statků. Pokud je důchodový efekt změny ceny relativně malý, je přebytek spotřebitele rozumnou aproximací.

Tržní poptávka

Tržní poptávka nebo **agregátní poptávka** po statku 1 je

$$D^1(p_1, p_2, m_1, \ldots, m_n) = \sum_{i=1}^{n} D_i^1(p_1, p_2, m_i),$$

kde $D_i^1(p_1, p_2, m_i)$ je poptávka spotřebitele i po statku 1.



Cenová elasticita poptávky

Cenová elasticita poptávky měří citlivost poptávky na cenu.

Procentní změna množství děleno procentní změnou ceny:

$$\epsilon = \frac{\Delta q}{q} / \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta q}{\Delta p} \frac{p}{q}.$$

Cenová elasticita poptávky v bodě:

$$\epsilon = \frac{dq}{dp} \frac{p}{q}.$$

Elasticitu často ukazujeme v absolutních hodnotách:

- $|\epsilon| < 1$ – **neelastická poptávka**.
- $|\epsilon| = 1$ – **jednotkově elastická poptávka**.
- $|\epsilon| > 1$ – **elastická poptávka**

Elasticita a příjem

Když zderivujeme $R(p) = pq(p)$ podle p (součinové pravidlo), získáme

$$R'(p) = q(p) + p\frac{dq}{dp}.$$

Jestliže příjem roste, když se zvýší cena, potom $|\epsilon| < 1$:

$$R'(p) = q(p) + p\frac{dq}{dp} > 0 \iff \epsilon = \frac{p}{q}\frac{dq}{dp} > -1.$$

$$R'(p) = q + p\frac{dq}{dp} = q\left(1 + \frac{p}{q}\frac{dq}{dp}\right) = q\,(1+\epsilon) = q\,(1-|\epsilon|)\,.$$

Jestliže $|\epsilon| < 1$, pak $R'(p) > 0$, a jestliže $|\epsilon| > 1$, pak $R'(p) < 0$.

Elasticita a mezní příjem

Viděli jsme, že

$$\Delta R = p\Delta q + q\Delta p.$$

Mezní příjem (MR) – o kolik se změní příjem, když vzroste množství o jednotku

$$\mathrm{MR} = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p + q\frac{\Delta p}{\Delta q}.$$

Upravíme tento vzorec na

$$\mathrm{MR} = p\left(1 + \frac{q\Delta p}{p\Delta q}\right) = p\left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right) = p\left(1 - \frac{1}{|\epsilon|}\right).$$

Příklad 3

V zapadlém horském kraji jsou pouze dvě vesnice, Hůrka a Lhota. Inverzní poptávková funkce po mléku v Hůrce je $p_H(q) = 10 - \frac{1}{2}q$ pro $q \in (0, 20)$ a poptávka po mléku ve Lhotě je $p_L(q) = 20 - \frac{1}{3}q$ pro $q \in (0, 60)$.

1. Jaká je cenová elasticita poptávky po mléku v Hůrce a ve Lhotce při ceně p.
2. Při jakých cenách zde bude cenová elasticita poptávky po mléku rovna -1?
3. Jaká bude cenová elasticita poptávky po mléku v tomto horském kraji (agregátní poptávka pro obě vesnice) při cenách 5 a 15 Kč/litr mléka.

Příklad 5

Poptávka po lístcích na koncert skupiny U2 je
$q(p) = 200000 - 1000p$, kde p je cena lístků.

1. Při jaké ceně by byl příjem z prodeje lístků maximální? Jaká je cenová elasticita poptávky při této ceně? Jaký je mezní příjem při této ceně?
2. Za jakou cenu se budou tyto lístky prodávat, pokud se pořadatelská agentura snaží maximalizovat příjem z lístku a kapacita stadionu, kde se bude koncert konat, je 60 000 míst.
3. Jaká je elasticita poptávky při této ceně? Jaký je mezní příjem při této ceně?

Rovnováha

Rovnováha je situace na trhu, kdy je optimální chování spotřebitelů a firem na trhu ve vzájemném souladu.

Máme dokonale konkurenční trh určitého produktu s daným počtem výrobců a spotřebitelů. Nabíková a poptávková křivka jsou dány horizontálním součtem.

Rovnovážná cena je cena, při které se poptávané a nabízené množství na trhu rovná: $D(p) = S(p)$.

Rovnováha u inverzních poptávkových a nabídkových křivek je určena podmínkou $P_D(q^*) = P_S(q^*)$.

Daně

Situace před a po uplatnění daně – pěkný příklad komparativní statiky.

Pokud je na trhu daň, vznikají dvě ceny:

- **Poptávková cena** p_D – cena, kterou musí zaplatit poptávající.
- **Nabídková cena** p_S – cena, kterou dostane nabízející.

Rozdíl mezi těmito cenami se rovná velikosti daně.

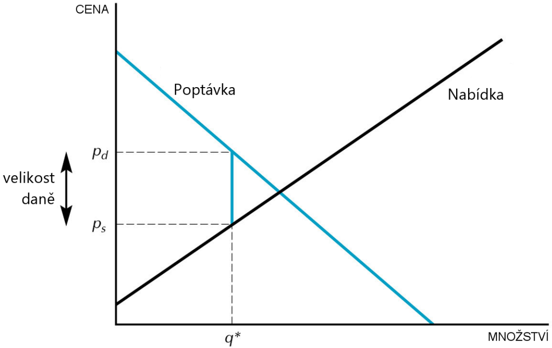
- Množstevní daň (např. spotřební daň z benzínu): $p_D = p_S + t$.
- Daň ad valorem (např. DPH): $p_D = (1 + \tau)p_S$.

Daně

V rovnováze musí platit, že $q^* = D(p_D) = S(p_S)$ a $p_S = p_D - t$.

Dosazením druhé rovnice do první získáme:

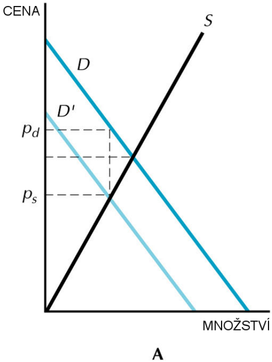
$$q^* = D(p_D) = S(p_D - t) \quad \text{nebo} \quad q^* = D(p_S + t) = S(p_S)$$

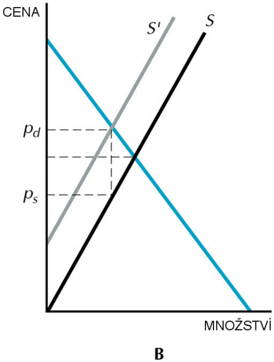


Daně

Můžeme také využít inverzních nabídkových a poptávkových křivek. Při rovnovážném množství q^* musí platit, že

$p_D(q^*) - t = p_S(q^*)$ (graf **A**) nebo $p_D(q^*) = p_S(q^*) + t$ (graf **B**).





Příklad 3

Král Kazisvět miluje daně. Jeho poddaní zase milují med, a tak se král rozhodl, že jim na med uvalí 100% daň ad valorem. Poptávka poddaných po medu je $q = 150 - 2,5p$ a nabídka medu je $q = 10p$, jde q je množství medu v kilogramech a p je cena medu v krejcarech.

1. Jaké bude rovnovážné množství medu a jaká bude rovnovážná cena medu, pokud daň odvádí kupující/prodávající?
2. král zrušil daň na med a rozkázal, že za každé spotřebované kilo medu musí poddaní odvést kilo medu králi. Král pak sní všechen med, co dostane.

Příklad 2

V království krále Dobromila je poptávka po kroupách $q = 250 - 2p$ a nabídka krup $q = 2 + 6p$, kde q je množství v kilogramech a p je cena v krejcarech. Král ustanovil, že cena krup bude 25 krejcarů za kilo. Aby předešel nedostatku krup, rozhodl se, že zaplatí mlynářům takovou dotaci, při které se bude nabízené a poptávané množství krup rovnat. Jak velká bude dotace na kilo krup?

Příklad 5

Předpokládejte, že nabídka cigaret je horizontální a poptávka po cigaretách má lineární tvar. Zatím je spotřební daň na cigarety t. Vláda potřebuje zvýšit daňové příjmy, a tak uvažuje, že daň na cigarety zdvojnásobí. Kolikrát by toto zdvojnásobení daně zvýšilo ztrátu mrtvé váhy?