

Zkušební test z Matematické ekonomie - verze 04/2007

Indexní čísla

1. Putnovo indexní číslo je definováno jako vážený geometrický průměr s vahami

$$w_i = 1/2 \cdot \frac{q_i(0)}{\sum_{j=1}^N q_j(0)} + 1/2 \cdot \frac{q_i(1)}{\sum_{j=1}^N q_j(1)}$$

Vyšetřete, zda tento index vyhovuje testům záměny faktorů (F2), záměny období (F3) a (silné) proporčnosti (F7) a posuďte jeho vypovídací schopnost porovnáním s Tornquistovým indexem.

2. Vyjádřete příslušným vztahem von Bortkiewiczův poměr, vysvětlete výrazy/symboly v něm uplatněné a vyvoďte z něj vztahy, které platí mezi Laspeyresovým a Paascheho kvantovými indexními čísly.

Teorie užítku

3. Zdůvodněte, za jakých okolností může nastat Giffenův efekt a zda se vyskytuje pro případ „substitučního“ členu

$X_{rr} = -0,42$, úrovní poptávky $x_r = 3,6$ a příjmové změně $\frac{\partial x_r}{\partial M} = -0,28$? K jaké změně x_r by muselo dojít, aby tento efekt nastal (resp. nenastal)?

4. Nalezněte pro užitkovou funkci $u(v, w) = \log(2v^2 + 4w^2)$ rovnovážný bod, pokud má rozpočtové omezení tvar $2v + 3w = 24$.

a) Kam se rovnovážný bod přesune, jestliže se tvar omezení změní na $4v + 3w = 18$? Může ve druhém případě ($p_1=4$, $p_2=3$, $M=18$) ležet rovnovážný bod na stejné či vyšší hladině užítku než v prvním ($p_1=2$, $p_2=3$, $M=24$)? Provéřte podmínky stability rovnovážného bodu.

b) Pro obecný případ (libovolné p_1, p_2, M) odvoďte marshallovské poptávkové funkce, nepřímou užitkovou funkci a spočítejte její hodnotu v rovnovážném bodě.

5) Formulujte pro konkrétní situaci a subjekty příklady preferenčních relací, které splňují vlastnosti reflexivity, tranzitivity a konvexnosti. Formulujte i protipříklady, kdy výše uvedené vlastnosti splněny nebudou a subjekt se přesto bude chovat racionálně.

Teorie produkce

6). Jaké musí být hodnoty parametrů α, β Cobb-Douglasovy produkční funkce tvaru

$$F(K, L) = 3,6 \cdot K^\alpha L^\beta, \text{ aby}$$

byla hodnota elasticity produkce vzhledem k práci rovna 0,20 a elasticity produkce vzhledem ke kapitálu čtyřnásobná. Vyjádřete příslušné marginální produktivity obou těchto výrobních faktorů a určete mezní míru a pružnost substituce u této funkce.

7). Nechť máme definovanou nákladovou funkci ve tvaru

$$C(y, p_1, p_2) = y^{3/4} \cdot (\alpha_1 \cdot \log p_1 + \alpha_2 \cdot \log p_2 + \alpha_{12} \log p_1 \log p_2) \text{ pro } \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$$

a odvoďte příslušné poptávkové funkce po výrobních faktorech. Zjistěte dále, zda tato funkce vyhovuje teoretickým vlastnostem nákladové funkce. Zapište tvar jednotkové nákladové funkce.