Nejistota, Asymetrické informace, Všeobecná rovnováha

Rostislav Staněk

December 10, 2012

Nejistota

Výsledné stavy jsou různé výsledky určité náhodné události. Každý výsledný stav nastane s danou pravděpodobností. Situaci, kdy mohou nastat různé výsledné stavy budeme nyzývat jako **loterii**.

Statky v různých výsledných stavech můžeme chápat jako rozdílné statky. Např: Spotřebitel se rozhoduje o koupi deštníku, s 50% pravděpodobností bude pršet. Deštník za deště je jiný statek než deštník za sucha.

Obvykle nás bude zajímat celková spotřeba, tj. množství peněz, v různých výsledných stavech.

Preference za nejistoty

Preference nad množinou loterií můžeme reprezentovat pomocí užitkové funkce.
Mějme dva vzájemně se vylučující výsledné stavy (výhra, prohra),pak $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$ je obecný tvar užitkové funkce, kde

- c_1 a c_2 je spotřeba ve stavech 1 a 2,
- π_1 a π_2 jsou pravděpodobnosti, že nastanou stavy 1 a 2.

Obvykle budeme užitkovou funkci zapisovat ve formě očekávaného užitku, tzv.**Von Neumann-Morgensternova užitková funkce**.

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2),$$

kde $v(c_1)$ a $v(c_2)$ jsou nějaké funkce spotřeby.

Předpoklad nezávislosti

Abychom mohli reprezentovat preference pomocí funkce očekávaného užitku, potřebujeme **předpoklad nezávislosti**.

Předpoklad nezávislosti říká, že pokud přidáme do jakýchkoliv dvou loterií, mezi kterými se spotřebitel rozhoduje, třetí loterii se stejnou pravděpodobností, pak se jeho preference se nezmění.
Příklad: Volíte mezi dvěma losy. První vám dá s jistotou 100 Kč. S druhým losem dostanete s pravděpodobností 50 % 500 Kč a s pravděpodobností 50 % nedostanete nic.

$$0,5v(500) + 0,5v(0) > v(100).$$

Předpoklad nezávislosti

Nyní předpokládejme, že s pravděpodobností 50 % se objeví někdo, kdo tajně vymění losy za losy, které vám dají s jistotou 1000 Kč. Axiom nezávislosti nyní říká, že musí platit

$$0,5v(1000) + (0,25v(500) + 0,25v(0)) > 0,5v(1000) + 0,5v(100).$$

Příklad 1

Mach má na prázdniny uspořeno 1 000 Kčs. Půlku této částky nosí pořád u sebe pro případ, kdyby se s Šebestovou ocitli v maléru a potřebovali by peníze. Potíž je v tom, že ty peníze s pravděpodobností 20 % ztratí. Naštěstí se Mach může pojistit u místní pojišťovny, která mu vyplatí částku K, pokud zaplatí pojistku $0,2K$. Mach má von Neumann-Morgensternovu užitkovou funkci $u(c_z, c_n, \pi_z, \pi_n) = \pi_z\sqrt{c_z} + \pi_n\sqrt{c_n}$, kde c_z (c_n) je jeho prázdninová spotřeba, když peníze ztratí (neztratí), a π_z (π_n) je pravděpodobnost, že peníze ztratí (neztratí).

1. Jaké je Machovo rozpočtové omezení?
2. Jak velké pojistné plnění by si Mach zvolil, pokud by pojišťovna zvýšila pojistné na $0,25K$?

Vztah k riziku

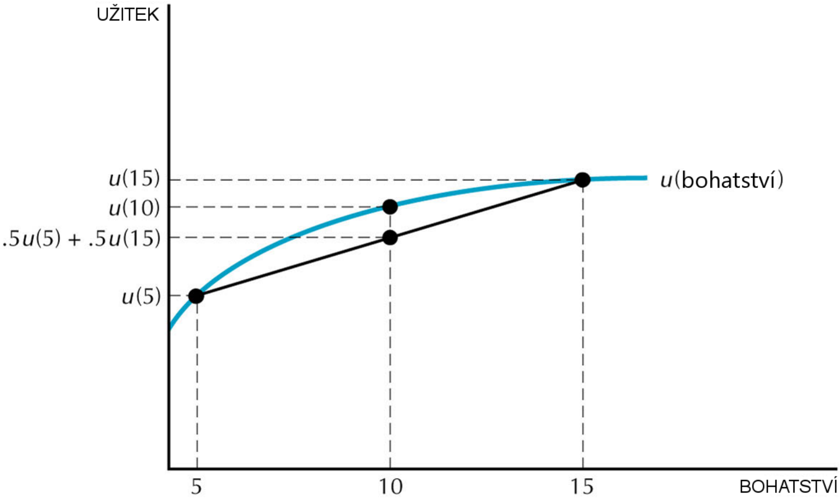
Předpokládejte, že se spotřebitel nachází v následující situaci:

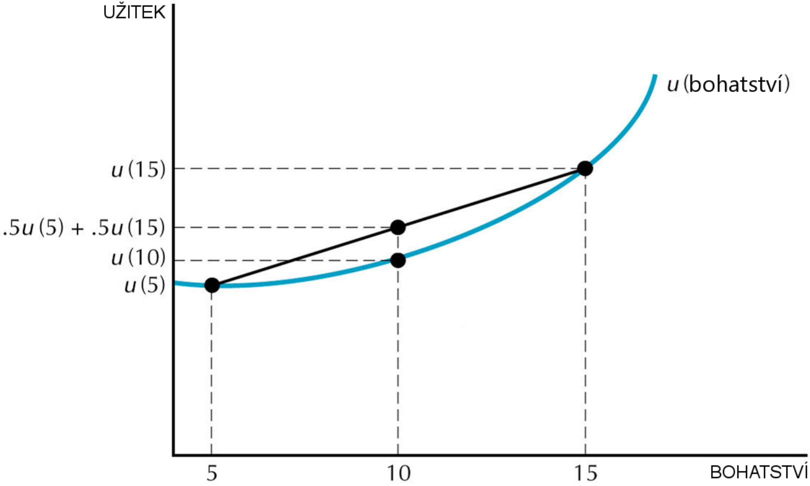
- má majetek 10 \$, přičemž s pravděpodobností 50 % vyhraje 5 \$ a s pravděpodobností 50 % prohraje 5 \$.

Očekávaná hodnota (EV) jeho majetku je $0,5 \times 5 + 0,5 \times 15 = 10$.
Očekávaný užitek (EU) jeho majetku je $0,5 \times u(5) + 0,5 \times u(15)$.

Tvar funkce očekávaného užitku popisuje vztah spotřebitele k riziku. Spotřebitel

- je **rizikově averzní**, pokud $u(EV) > EU$ – konkávní tvar $u(c)$,
- **vyhledává riziko**, pokud $u(EV) < EU$ – konvexní tvar $u(c)$,
- je **rizikově neutrální**, pokud $u(EV) = EU$ – lineární tvar $u(c)$.


UŽITEK
u(15)
u(10)
.5u(5) + .5u(15)
u(5)
u(bohatství)
5
10
15
BOHATSTVÍ


UŽITEK
u (bohatství)
u (15)
.5u (5) + .5u (15)
u (10)
u (5)
5
10
15
BOHATSTVÍ

Příklad 2

Šebestová je neutrální k riziku. Na prázdniny si ušetřila 500 Kčs. Má však velmi staré kolo, které se jí s pravděpodobností 20 % ještě před prázdninami rozbije. Kdyby se jí rozbilo, musela by si na prázdniny koupit nové kolo a zbylo by jí pouze 250 Kčs. Šebestové se nyní naskytla příležitost koupit si za 75 korun pojištění, ze kterého by si před prázdninami mohla koupit nové kolo, pokud by se jí staré rozbilo. Bude mít Šebestová o toto pojištění zájem?

Příklad 3

Horáček se rád sází. Protože je silnější, přinutil Pažouta, aby si s ním hodil mincí o všechno, co má. Pažout má nešetřeno 200 Kčs. Pokud vyhraje, bude mít 400 Kčs. Pokud prohraje, nebude mít nic. Pažout má von Neumann-Morgensternovu užitkovou funkci a jeho funkce užitku z bohatství x v každém výsledném stavu je $u(x) = \sqrt{x}$. Kolik korun by byl Pažout maximálně ochotný zaplatit Horáčkovi, aby se vyhnul této sázce?

Příklad 4

Kropáček nemá na prázdniny vůbec žádné peníze. Jeho jedinou nadějí je odměna za vysvědčení. Pokud bude mít samé jedničky, dostane od rodičů 400 Kčs. Pokud nebude mít samé jedničky, dostane pouze 100 Kčs. Když se bude Kropáček víc učit, vzroste pravděpodobnost S, že bude mít samé jedničky. S je ale zároveň studijní úsilí, které spolu s penězi na prázdniny P vstupuje do jeho užitkové funkce $U(S,P) = \sqrt{P} - 10S^2$. Jaké S si Kropáček zvolí, pokud maximalizuje von Neumann-Morgensternovu užitkovou funkci?

Definice: Nepříznivý výběr a morální hazard

Asymetrícké informace: získávání informací je nákladně a jedna strana nemusí být informována o kvalitě statku.

Důsledky asymetrických informací: nepříznivý výběr a morální hazard.

Nepříznivý výběr – situace, kdy jedna strana na trhu nemůže pozorovat typ nebo kvalitu statků na druhé straně trhu. Nepříznivý výběr se někdy nazývá problém **skrytých informací**.

Morální hazard – situace, kdy jedna strana trhu nemůže pozorovat chování druhé strany trhu. Morální hazard se někdy nazývá problém **skrytého chování**.

Příklad nepříznivého výběru

Předpokládáme, že máme trh s ojetými auty, kde

- 100 lidí chce prodat a velké množství lidí chce koupit,
- každý ví, že 50 aut je dobrých a 50 špatných.

Ceny, za které jsou ochotní prodejci prodat a nakupující koupit

- dobré auto, jsou 2 000 a 2 400 $,
- špatné auto, jsou 1 000 a 1 200 $.

Když nakupující znají kvalitu aut, všechna auta se prodají,

- dobrá za cenu 2 400 $,
- špatná za cenu 1 200 $.

Co se stane, když kvalitu aut neznají?

Příklad nepříznivého výběru

Nakupující nepoznají kvalitu auta, ale znají poměr dobrých a špatných aut na trhu a jsou rizikově neutrální. V rovnováze mají správná očekávání o tom, jaká auta jsou nabízena.

Když mají 50% šanci koupit dobré auto, jejich ochota platit je

$$1/2 \times 1200 + 1/2 \times 2400 = 1800 \text{ \$}.$$

Kdo je při této ceně ochotný prodat? Jen vlastníci špatných aut. Nakupující tedy budou ochotní zaplatit pouze $1 \times 1200 = 1200$ \$.

Výsledek: Zákazníci dostanou **nepříznivý výběr** aut = na trhu se budou prodávat pouze špatná auta.

Příklad 2

V Bratislavě se prodává 2 000 ojetých aut. Pro každé $V \in (0, 4\,000)$ platí, že počet aut, jejichž hodnota je menší než V euro, je $V/2$. Tedy např. 2 000 aut má menší hodnotu než 4 000 euro nebo 1 000 aut menší hodnotu než 2 000 euro (rovnoměrné rozdělení). Prodejci aut znají hodnotu svých aut a jsou ochotní auta prodat za jakoukoli cenu. Rizikově neutrální nakupující hodnotu aut neznají.

1. Za jakou cenu se budou auta prodávat a jaký bude celkový příjem z prodeje aut?
2. Předpokládejte, že existuje důvěryhodný mechanik, který za 400 euro zjistí hodnotu auta. Jakou nejnižší hodnotu musí mít auto, které v rovnováze nechají prodejci u tohoto mechanika odhadnout?

Signalizace, Trh se vzděláním

Jedním ze způsobů, jak lze vyřešit problém asymetrických informací je signalizace.

Příkladem může být trh se vzděláním

Máme dva typy pracovníků:

- L_1 neschopných pracovníků s mezním produktem a_1,
- L_2 schopných pracovníků s mezním produktem a_2, kde $a_2 > a_1$.

Když firma

- zná mezní produkty pracovníků, bude platit neschopným pracovníkům $w_1 = a_1$ a schopným pracovníkům $w_2 = a_2$.
- nezná mezní produkty pracovníků, bude nabízet všem pracovníkům průměrnou mzdu $w = (1 - b)a_1 + ba_2$. Pokud budou všichni pracovníci ochotní při této mzdě pracovat, produkt bude stejný, jako když firma zná MP pracovníků.

Signalizace: Trh se vzděláním

Předpokládejte, že pracovníci mohou získat vzdělání. Množství vzdělání neschopných je e_1 a schopných je e_2.

Celkové náklady neschopných pracovníků jsou $c_1 e_1$ a schopných $c_2 e_2$.

Máme sekvenční hru, kde

- si pracovníci nejdřív volí mezi velikostí vzdělání e^* a 0,
- firmy následně volí velikost mezd pracovníků w_1 a w_2.

Tato hra může mít dvě různé sekvenční rovnováhy:

- **společná rovnováha** – všichni pracovníci udělají stejnou volbu, takže není možné je odlišit,
- **separační rovnováha** – každý typ pracovníka udělá jinou volbu a tím se odliší. Kdy vznikne separační rovnováha v této hře?

Příklad signalizace: Trh se vzděláním

Hra má separační rovnováhu $(e_1, e_2, w_1, w_2) = (0, e^*, a_1, a_2)$, když mají schopní pracovníci nižší výdaje na vzdělání $c_2 < c_1$ a když

$$\frac{a_2 - a_1}{c_1} < e^* < \frac{a_2 - a_1}{c_2}.$$

Profil akcí $(0, e^*, a_1, a_2)$ je rovnováha, protože

- firmy maximalizují zisk = platí mezní produkty práce,
- neschopní pracovníci si nezvolí $e_1 = e^*$, protože jejich přínos by byl menší než jejich náklady: $a_2 - a_1 < c_1 e^*$,
- schopní pracovníci si nezvolí $e_2 = 0$, protože jejich přínos by byl menší než jejich náklady: $c_2 e^* < a_2 - a_1$.

Příklad 3

Ppohřební služba zaměstnává dva typy hrobníků. Hodnota měsíční práce hrobníků prvního typu je 27 000 Kč a hrobníků druhého typu je 24 000 Kč za měsíc.

1. Jak velká bude tržní mzda hrobníků na dokonale konkurenčním trhu práce, pokud tato firma není schopná dopředu zjistit typ hrobníků, ale ví, že obou typů zaměstnává stejně?
2. Firma hrobníky přihlásí na hrobnické zkoušky. Aby uspěli, musí správně zodpovědět 50 otázek v testu. Hrobník prvního typu potřebuje na každou správnou odpověď studovat 8 hodin a hrobník druhého typu 10 hodin. Pro všechny hrobníky je hodina studia stejně nepříjemná jako snížení měsíčního příjmu o 7 Kč.
3. Co by se stalo, kdyby stát zvýšil počet otázek potřebných pro úspěšné složení zkoušky na 60?

Optimální kontrakt

Je snadné motivovat zaměstnance, když nějakým způsobem pozoruji jejich úsilí. Obtížné, když jejich úsilí nepozoruji.

Příklad: Vlastníte půdu, kterou nemůžete obdělávat. Hledáte tedy někoho, kdo bude tuto půdu obdělávat za vás.

Nabídnete kontrakt $s(y)$

- zaměstnanec ho přijme nebo odmítne
- vynakládá úsilí x,
- vyrobí produkt $y = f(x)$, cena y je 1,
- má náklad na úsilí $c(x)$, kde mezní náklad $c'(x)$ je rostoucí.

Optimální kontrakt

Vlastník půdy řeší maximalizační problém $\max_x f(x) - s(x)$ při dvou omezeních

- **Participační omezení**: Kdyby zaměsrnanec pracoval jinde, měl by užitek $\bar{u}$. Aby byl ochotný přijmou tuto práci, musí mít minimálně užitek $\bar{u}$.

$$s(x) - c(x) \geq \bar{u}$$

- **Omezení pobídkové kompatibility**: Při optimálním úsilí zaměstnance x^* platí, že $MP(x^*) = MC(x^*)$. Zaměstnanec musí být ochotný vynakládat úsilí x^*.

$$s(x^*) - c(x^*) \geq s(x) - c(x).$$

Příklad 4

Bolek má užitkovou funkci $C - 10L^2$, kde C je spotřeba a L jsou hodiny práce za den. Ve městě pracuje 8 hodin denně a vydělá 1 000 Kč za den. Nyní může pracovat na farmě, kolik hodin denně chce, a jeho příjem z prodeje plodin bude $240L$.

1. Jaký nejvyšší denní pronájem R po něm může vlastník farmy chtít?
2. Bolkovi takové podnikání nesedí a chce se nechat zaměstnat. Jakou hodinovou mzdu w mu vlastník farmy nabídne. Byl by mu Bolek ochotný za tuto změnu podmínek něco zaplatit?

Model čisté směny

Analýza všeobecné rovnováhy zkoumá, jak interakce poptávky a nabídky na více trzích ovlivňuje ceny mnoha statků. Budeme zabývat **čistou směnou**, tedy směnou mezi lidmi, kteří vlastní určité množství statků.

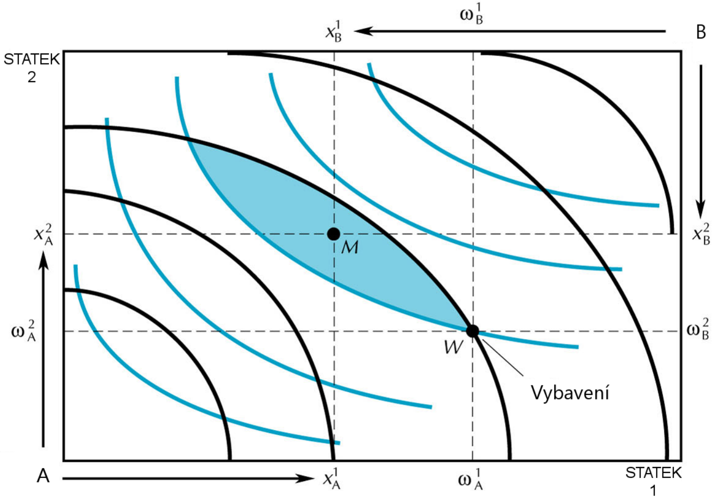
Máme dva spotřebitele A a B a dva statky 1 a 2.

- $W_A = (\omega_A^1, \omega_A^2)$ je vybavení spotřebitele A,
- $W_B = (\omega_B^1, \omega_B^2)$ je vybavení spotřebitele B,
- $X_A = (x_A^1, x_A^2)$ je spotřební koš spotřebitele A,
- $X_B = (x_B^1, x_B^2)$ je spotřební koš spotřebitele B.

Pár spotřebních košů X_A a X_B je **alokace**. Pro **uskutečnitelnou alokaci** platí

$$x_A^1 + x_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1,$$
$$x_A^2 + x_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2.$$

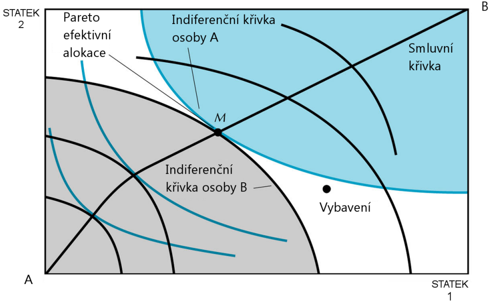
Edgeworthův diagram



Pareto efektivní alokace

Při **Pareto efektivní** alokaci si nemůže jeden spotřebitel polepšit, aniž by si druhý nepohoršil (bod, kde se indiferenční křivky dotýkají).

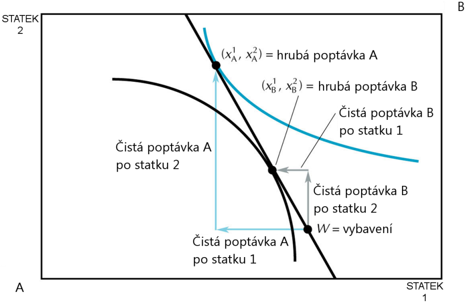
Smluvní křivka – množina všech Pareto efektivních alokací.



Obchod na trhu

Spotřebitelé jsou příjemci ceny, obchodují všechny jednotky za stejnou cenu.

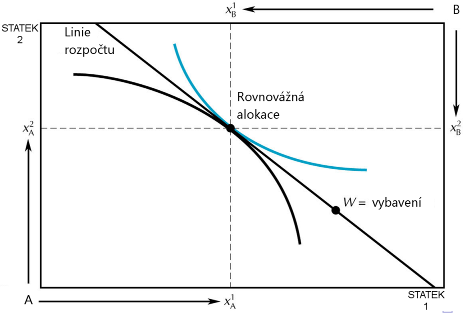
Hrubá poptávka je např. x_A^1. **Čistá poptávka** nebo spotřebitele A po statku 1 je $e_A^1 = x_A^1 - \omega_A^1$ a po statku 2 je $e_A^2 = x_A^2 - \omega_A^2$.



Obchod na trhu

Když aukcionář mění cenu tak, aby srovnal převis poptávky (nabídky), dostaneme **všeobecnou** nebo **Walrasiánskou rovnováhu**.

V rovnováze se rovnají sklony BL a IC: $MRS_A = -p_1/p_2 = MRS_B$.



Všeobecná rovnováha

Pro rovnovážné ceny (p_1^*, p_2^*) platí, že se poptávka rovná nabídce, tedy

$$x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^1 + \omega_B^1,$$
$$x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^2 + \omega_B^2,$$

V rovnováze je součet čistých poptávek spotřebitelů A a B rovný nule:

$$[x_A^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^1] + [x_B^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_B^1] = 0,$$
$$[x_A^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^2] + [x_B^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_B^2] = 0.$$

V rovnováze také platí, že $z_1(p_1^*, p_2^*) = 0$ a $z_2(p_1^*, p_2^*) = 0$, kde

$$z_1(\cdot) = e_A^1(\cdot) + e_B^1(\cdot) = x_A^1(\cdot) + x_B^1(\cdot) - \omega_A^1 - \omega_B^1$$

je **agregátní nadměrná poptávka** po statku 1.

Walrasův zákon

Walrasův zákon říká, že pokud se spotřebuje celé vybavení (rozpočet) obou spotřebitelů, musí při libovolných cenách (p_1, p_2) platit, že je součet hodnot nadměrných poptávek po statcích 1 a 2 roven 0, neboli

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Důsledky:

- Když je jeden trh (k-1 trhů) v rovnováze, musí být v rovnováze i druhý trh (k-tý trh).
- Máme tedy jen $k - 1$ nezávislých rovnic (nabídka = poptávka)
- V rovnováze tedy můžeme jednu cenu nastavit na libovolné číslo. Nejčastěji nastavíme cenu statku 1.

Příklad 1

Boris a Steffi oba spotřebovávají statky 1 a 2 a mají užitkovou funkci $U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$. Boris má počáteční vybavení 6 jednotek statku 1 a 9 jednotek statku 2. Steffi má počáteční vybavení 9 jednotek statku 1 a 6 jednotek statku 2.

1. Jaká je rovnovážná cena statku 2, když je statek 1 numeraire?
2. Jaká ja konečná alokace?
3. Jaký tvar bude mít smluvní křivka? Jaký tvar bude mít smluvní křivka?

Příklad 3

Robinson a Pátek spotřebovávají pouze dva statky, banány B a křepelky K. Robinsonova užitková funkce je $U_R(B_R, K_R) = B_R K_R$. Pátkova užitková funkce je $U_P(B_P, K_P) = B_P + 2K_P$. Robinsonovo počáteční vybavení je 4 banány a 10 křepelek a Pátkovo počáteční vybavení 10 banánů a 4 křepelky.

1. Jaká je rovnovážná cena křepelek, když jsou banány numeraire $(p_B^* = 1)$?
2. V jakém poměru bude Robinson v rovnováze konzumovat banány a křepelky?
3. Jaká bude konečná alokace?

Příklad 5

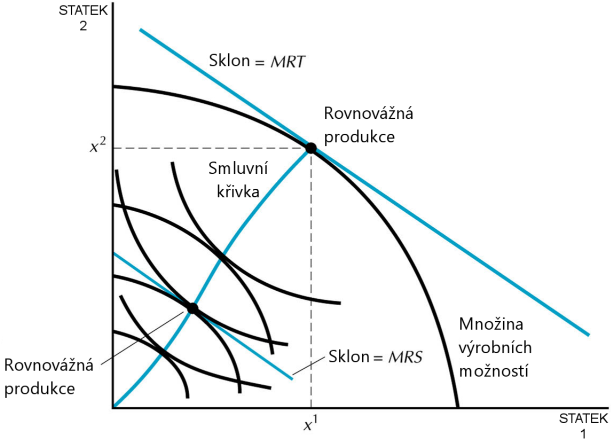
Fidel a Che spotřebovávají kolu K a rum R. Fidel si oba nápoje míchá přesně v poměru 1:1 a má užitkovou funkci $U_F(K_F, R_F) = \min\{K_F, R_F\}$. Che má užitkovou funkci $U_C(K_C, R_C) = K_C R_C$. Fidel má 5 litrů rumu a 7 litrů koly. Che má 5 litr rumu a 3 litry koly.

1. Jaká bude rovnovážná cena koly, když rum je numeraire?
2. Jaká bude konečná alokace?
3. Jaký tvar bude mít smluvní křivka?

Rovnováha a efektivnost

1. **První věta ekonomie blahobytu**: Každá konkurenční rovnováha je pareto-efektivní
2. **První věta ekonomie blahobytu**: Pokud mají všichni spotřebitelé konvexní preference, pak pro každou Paretovo efektivní alokaci existuje množina cen a vybavení, při nichž je tato alokace tržní rovnováha.

Produkce


STATEK 2
Sklon = MRT
Rovnovážná produkce
x^2
Smluvní křivka
Množina výrobních možností
Sklon = MRS
Rovnovážná produkce
x^1
STATEK 1

Paretova efektivnost

Dva způsoby, jak směňovat jeden statek za druhý:

- spotřebitelé můžou směňovat v poměru daném cenami,
- při výrobě je možné nahrazovat statky v poměru daném MRT.

Na smluvní křivce platí:

$$\mathrm{MRS}_A = -\frac{p_1^*}{p_2^*} = \mathrm{MRS}_B.$$

Co kdyby při dané výrobě platilo, že $\mathrm{MRS}_A = \mathrm{MRS}_B \neq \mathrm{MRT}$?
Tato rovnováha není Pareto efektivní, protože si oba spotřebitelé můžou polepšit při změně struktury výroby.

Při Pareto efektivní alokaci v ekonomice s produkcí musí být

$$\mathrm{MRS}_A = -\frac{p_1^*}{p_2^*} = \mathrm{MRS}_B = \mathrm{MRT}.$$

Závěr

- Dotazy?
- Další příklady?