

Formulace úlohy, základní pojmy, použité značení

V dalším výkladu (nebude-li výslovně uvedeno jinak) budeme předpokládat, že pracujeme se **souborem celkem N komodit** (rozsahem zpravidla v desítkách či stovkách) **zboží či služeb**, o nichž máme soustředěny informace následujícího typu :

A. Spotřeba (poptávka, někdy výroba) určité komodity značená $q_i(*)$ pro i -tou komoditu. Formálně je **spotřeba vyjádřena nezáporným reálným číslem** .

B. Cena (rozuměno jednotková) **příslušné komodity** ve značení $p_i(*)$ pro i -tou komoditu. Tuto **cenu budeme vyjadřovat nějakým kladným číslem** (tedy při absenci tzv. volných statků).

Symbol „*“ je zde použit pro označení různých období, popř. území, ve kterých jsou údaje o spotřebě, resp. cenách komodit registrovány. Předmět zkoumání ekonomického komplexu může být v podstatě dvojit :

a) Tentýž věcně a prostorově vymezený komplex srovnáváme v časovém pohledu

b) Tentýž věcně a časově vymezený komplex srovnáváme z územního (prostorového) hlediska

Třetí komparační přístup (věcné srovnání) zde uplatnit nemůžeme, neboť tentýž komplex posuzujeme okruhem komodit, které by se neměly pro sledované účely příliš měnit (v opačném případě bychom porovnávali dvě kvalitativně odlišné vícedimenzní veličiny).

V případě časového srovnání potřebujeme informaci o stavu komplexu ve dvou srovnávaných obdobích.

Dřívější z nich (**období základní**) **označujeme** tradičně **symbolem „0“** ,

Pozdější období (**období běžné**) **označujeme** pak **symbolem „1“**.

Jestliže nám naopak půjde o srovnání z hlediska prostorového (územního), nelze v tomto kontextu jednoznačně stanovit, které území (zvláště nemáme-li k žádnému bezprostřední vztah) považovat za základní a které za běžné. Potom tedy symbolické označení „0“ **resp. „1“** neznamena žádnou kvalitativní odlišnost a je věcí konvence nebo pohledu posuzovatele, které území označí za východisko pro srovnání a které za období srovnávané. Příkladem může být porovnání indexů životních nákladů důchodců v Maďarsku a Polsku (z pohledu českého posuzovatele).

Budeme vyžadovat, aby o souboru komodit byly k dispozici tyto informace :

$q_i(0)$ $i = 1, \dots, N$: **množství (kvantita, spotřeba) i -té komodity v zákl. období**

$q_i(1)$ $i = 1, \dots, N$: **množství (kvantita, spotřeba) i -té komodity v běžném období**

$p_i(0)$ $i = 1, \dots, N$: **jednotková cena i -té komodity v základním období**

$p_i(1)$ $i = 1, \dots, N$: **jednotková cena i -té komodity v běžném období**

Tyto 4 vektory $q(0)$, $q(1)$, $p(0)$ a $p(1)$ tvoří základní kvantitativní informační bázi, z níž jsou čerpány hodnoty pro náplň konstruktů představujících to či ono indexní číslo. Různá indexní čísla budou obsahovat (ne však nutně všechny) zmíněné vektory $q(0)$, $q(1)$, $p(0)$ a $p(1)$.

Předmětem zkoumání lze učinit jednak :

- **vývoj (popř. prostorové srovnání) cenové stránky ekonomického komplexu ,**
- **vývoj (popř. prostorové srovnání) objemové (množstevní) stránky komplexu.**

V prvním případě konstruujeme tzv. **cenové indexní číslo** (označujeme P_{01}), ve druhém případě pak **kvantové (množstevní, objemové) indexní číslo** (označujeme ho obdobně Q_{01}). Obě tato indexní čísla tvoří určitou duální dvojici. Přejít od jednoho ke druhému je zpravidla proveden formální záměnou cen za kvantitativní a opačně. Interpretace každého z obou typů je však přirozeně odlišná. Jako příklad lze s jistým předstihem uvést dvojici **Laspeyresových indexních čísel** , kde

cenové Laspeyresovo indexní číslo je zapsáno výrazem

$$(1.1) \quad P_{01}^L = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(1) \cdot q_i(0)}{\sum_{i=1}^N p_i(0) \cdot q_i(0)}$$

Kvantové (množstevní) Laspeyresovo indexní číslo je dáno zápisem

$$(1.2) \quad Q_{01}^L = \frac{\sum_{i=1}^N q_i(1) \cdot p_i(0)}{\sum_{i=1}^N q_i(0) \cdot p_i(0)}$$

P_{01}^L lze uplatnit k vyjádření změny cenové hladiny mezi základním a běžným obdobím, zatímco

Q_{01}^L vyjadřuje objemový vývoj spotřebního koše N komodit mezi stejnými dvěma obdobími.

Typologie přístupů k indexním číslům

První z nich vychází z počtu období, popř. území, ve vztahu ke kterým je indexní číslo konstruováno, případně i o kombinaci obojího. Zde se rozlišuje jednak

- A) **bilaterální** komparace (zahrnující z níže uvedené klasifikace oblasti a),b),c) porovnávající ekonomický komplex ve dvou časových obdobích či na dvou územních jednotkách separátně, nebo o
- B) **multilaterální** přístup (zahrnující především neostatistická indexní čísla) , je přirozeným zobecněním bilaterálního pro případy, kdy pracujeme s větším počtem časových období nebo územních celků než 2. Pro rozsáhlost tématiky a její vazby na jiné tématické okruhy matematické ekonomie však zde od systematického výkladu upouštíme.

Druhé členění odráží **historický vývoj teorie** a je představováno klasifikací :

a) **axiomatický** (též „testový“ či „statistický“) **přístup** iniciovaný na konci 20.století **W.S.Jevonsem** a **F.Y.Edgeworthem** a rozvinutý v první čtvrtině 20.století **Irvingem Fisherem**, **C.M.Walshem**, **A.L.Bowleyem**, **R.Frischem** a dalšími ekonomy představuje **pohled na různé konstrukty /návrhy indexních čísel** (za jejich příklady mohou sloužit právě Laspeyresem formulované výrazy (1.1), (1.2).) **z hlediska „přirozených“ kritérií, kterým by měly tato návrhy vyhovovat.** Okruh těchto konstruktů pokrývá v podstatě všechna „klasická“ indexní čísla. **Návrhy indexních čísel jsou konfrontovány s axiomy/testy** - o vhodnosti toho- kterého návrhu může vypovídat to, jak se osvědčuje z hlediska těchto testů. **Pro axiomatický přístup je charakteristické, že se na vektory cen a kvantit $q(0)$, $q(1)$, $p(0)$ a $p(1)$ pohlíží v podstatě odděleně jako na čtveřici N – členných vektorů**, bez přihlížení k vzájemnému ovlivňování, které v ekonomické realitě nastává. Tato historicky první oblast se zdá být již vcelku uzavřeným tématem a jen sporadicky lze v poslední době zaznamenat zásadně obohacující příspěvek. Některá další jména: **Carrado Gini** (po r.1920), **Gerhard Stuvel, Subramanian Swamy** (po r.1950), **Wolfgang Eichhorn** (1970-1990) , **Erwin Diewert, R.Hill** (oba 1975 – souč.).

b) **mikroekonomický (také „funkcionální“)** přístup k indexním číslům je charakterizovaný vazbami na teorii spotřebitelské poptávky. Významnou roli při vývoji této oblasti indexní čísel sehráli ruští statistikové **A.A.Koňus** a **S.S. Bjušgens** a následně americký ekonom **R.G.D.Allen**. Pojetí staví v konstrukci indexního čísla od počátku na **propojení simultánního působení vztahů mezi cenami a poptávkou** po uvažovaných komoditách. **Koncepce je zasazena do prostředí teorie užítka**, přičemž se (v kontextu nepřímé užítkové funkce) příslušná indexní čísla definují s ohledem na změny poptávek (resp. jim odpovídajících rovnovážných bodů), k nimž dochází při vyvolaných cenových změnách s případnými dalšími preferenčními hledisky. **Cenová indexní čísla jsou konstruována jako podíly hodnotových agregátů pro konkrétně zvolené hladiny užítka.** Tato hladina je charakterizovaná **nepřímou užítkovou funkcí.**

c) **exaktní a superlativní indexní čísla** (pojmy byly zavedeny kolem r.1976). Za rozvoj tohoto okruhu vděčíme zejména německého ekonomu **E.Diewertovi** a Finovi **Y.Vartiavi**. **Teorie exaktních indexních čísel má těsný vztah k některým funkčním tvarům** (např. **Cobb-Douglasově funkci**, popř. **TRANSLOG** funkčnímu tvaru) uplatňujícím se v teorii spotřebitelské poptávky nebo produkce. Příslušná indexní čísla zde hrají roli určitých optimálních konstruktů vystupujících jako agregátní cenové funkce vůči specifikovanému funkčnímu tvaru (např. výdajové/nákladové funkci).

d) **neostatistická indexní čísla** mají **úzkou souvislost s multilaterálními indexními čísly** a byla zavedena kolem po.1956 století nizozemskými ekonometry **Henri Theilem**, **Kloekem** a **de Wittem**. Přístup je charakteristický užitím aparátu regresní analýzy; **konstrukce indexního čísla ve smyslu nejlepšího ve vztahu k nadrovině prokládané množinou cenových a kvantových vektorů za více (obecně T) období nebo území.** Představují nástroj indexní analýzy v situacích, kdy máme provádět agregaci individuálních hodnot přes množinu N komodit v T různých časových úsecích. Je použitelný jak pro určení agregátních ekonomických komplexů v časovém vývoji, tak pro možnost rigorózní analýzy indexů kapitálových, především akciových trhů.

Za vůbec první osobu, která se pokusila sestavit konstrukt, který by – při volnějším chápání významu pojmu – měl charakter indexního čísla, označil *Irving Fisher* v historickém dodatku ke svému stěžejnímu dílu *The Making of Index Numbers* Charlese Dutota, jehož návrh byl prezentován v r.1738. Jak ale uvedl *Wirth F.Ferger*¹(z Bureau of Internal Revenue,U.S.Treasury Dept.), on sám našel v knize náhodně koupené v second-handu v Columbia S.C. a vydané v Londýně 1707, zmínku o myšlenkově chápaném váženém průměru relativních indexů maloobchodních cen v porovnání období 1440-1460 a 1686-1706. Ponechává jako otázku, zda jde o skutečně jasný koncept indexního čísla (v dnešním pojetí), ale nemůže autorovi upřít průhlednost konceptu, nejen pokud jde o stanovení kupní síly peněz, ale také co do principu konstrukce vážených agregátů a vážených průměrných relativních agregátů indexních čísel, který byl následujících 240 let už jen upřesňován, nikoliv ale principiálně měněn.

Pravděpodobným autorem této knihy o 6 kapitolách, jehož jméno se ale nikde v knize nevyskytuje, je ***William Fleetwood***, tehdejší biskup v anglickém městě Ely. Titulní strana knihy má název „***Chronicon Preciosum: An Account of English Money, the Price of Corn, and Other Commodities***“, a pojednává mj. o historii vývoje kupní síly anglické měny, cenách obilí, masa a jiných tehdy obchodovaných komodit. Dva reprinty knihy se později objevily v letech 1737 a 1745.

Autorovy úvahy o vývoji cen a kupní síly peněz v Anglii ilustruje např. konstatování, že „si může být jistý, že libra v čase Jindřicha VI měla 4x, 5x (nebo o trochu více) vyšší kupní sílu, než v době, co žije on, ale je si jistý, že její kupní síla nemohla být vyšší 20x či 30x“. Poté následují dvě kapitoly s popisem zlatých a stříbrných mincí, aby sloužil jako základna pro ceny citované v následujících kapitolách.

Autor vede úvahy mj. nad tím, jak se od doby vládnutí Jindřicha VI² měnila kupní síla peněz: „Nyní ti, kdo žili za jeho časů, mohli by s 5 librami Jindřicha VI nakoupit tak mnoho *chleba*, tak mnoho *pítí*, *masa kuřiva*, *knih* a *jiných nezbytností* a vhodností: Víím, ne přesně, jak mnoho ani jaký byl materiál. Pouze říkám, co Zakladatel zamýšlel, že bych (dnes) měl držet takový statek, co by postačoval k opatření téhož množství chleba, nápojů, masa, oděvů, knih atd., co by jiný za Jindřicha VI (o 260 let dříve) pořídil za 5 tehdejších. Ale toto zajisté nemohu učinit se (současnými) 6 librami, jak běh věcí plyne, ani na to nemůže stačit obnos 4x tak velký. Toto je jasný Důkaz, že musí být brán ohled na (rostoucí/klesající) kupní sílu peněz v různých dobách“.

Z jazyka, který biskup užívá, se zdá, že biskup věří, že operuje s realistickými cenami: „Lze dohledat, že pšenice, oves a fazole vzrostly v cenách zhruba 6x za těch 200 let. Ale nesmíte očekávat, že každá Věc poskytne takto přesnou odpověď. Pivo a odívání zdražilo zhruba 5x a lze mít dobrý důvod k víře, že o 200 let dříve bylo hovězí, skopové, slanina „a jiné obvyklé životní vybavení“ 6x tak levné“. Závěrečné tvrzení vyznívá takto: “A tedy nevidím žádnou příčinu, proč by 28 nebo 30 (současných) liber ročně mělo být počítáno jako větší statek než dřívějších (v období 1440-1460) liber 5“.

Autor současně poukazuje na jiném místě své knihy též na důsledky (převážně rostoucího) cenového vývoje (během delšího období) dopadající do oblasti trestního práva a cituje přitom slova jistého ctihodného sira H.Spelmana („*velmi kompetentního soudce a posuzovatele těchto věcí*“), poukazujícího na to, že zákony vztahované k hrdelnímu trestu při usvědčení viníka za krádež věcí v hodnotě 12 pencí nyní vyvolávají rozsudek smrti pro mnoho lidí, přičemž jejich (hodnotou krádeže stejné) provinění by nebylo potrestáno trestem smrti (dříve), pokud by tytéž zákony byly aplikovány o mnoho let dříve (prostě proto, že tehdy byly tytéž věci, které nyní stojí 12 či více pencí, nominálně levnější a spadly by hodnotově pod tuto „kritickou“ hladinu hrdelního trestu).

¹ Text byl publikován v článku: *Wirth F.Ferger: Historical Note on the Purchasing Power Concept, and Index Numbers. Journal of the American Statistical Association, Vol.41 No 233/1946, p.53-57.*

² Henry VI. Plantagenet žil a vládl Anglii v letech 1422-1471.