

## Novokeynesiánský model

Dynamická IS křivka (rovnováha na trhu statků)

$$\tilde{y}_t = E_t \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + \epsilon_{yt} \quad (1)$$

Novokeynesiánská Phillipsova křivka (propojení reálných a nominálních veličin)

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa \tilde{y}_t + \epsilon_{\pi t} \quad (2)$$

Monetární pravidlo (např. Taylorovo pravidlo)

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t + \epsilon_{it} \quad (3)$$

kde  $\pi_t$  je míra inflace,  $\tilde{y}_t$  je mezera výstupu (odchylka od přirozené úrovně výstupu), kde „přirozená“ znamená při absenci nominálních rigidit.  $i_t$  je nominální úroková míra,  $\rho$  je diskontní míra (= rovnovážná reálná úroková míra).  $\epsilon$  jsou šoky, zbytek jsou parametry.

Může být mnoho různých modifikací. Přidáním vzadhlédění do Phillipsovy křivky (indexace k minulé inflaci) nebo IS křivky (zvyk ve spotřebě). Zkrátka, aby to lépe sedělo na datech.

## Chování modelu

„AS-AD“ model v čase. Matlab. Rozlišení nabídkových (nákladových, cost-push) šoků a poptávkových šoků.

- Nabídkový: inflace a výstup jdou proti sobě.
- Poptávkový: inflace a výstup reagují stejným směrem.
- Monetární šok (varianta poptávkového šoku): inflace a výstup jdou stejným směrem.

Očekávaný vs. neočekávaný šok. U očekávaného lidé reagují dříve – upravují např. ceny. Role parametrů, např. u Phillipsovy křivky, vliv zpožděné inflace.

## Chování centrální banky

Centrální banka nastavuje úrokovou sazbu. Dříve byla nástrojem nabídka peněz. Špatné zkušenosti. (např. změna rychlosti oběhu), nestabilní.

Rozlišujeme

- optimální pravidla: minimalizace ztrátové funkce. Často komplikované, závisí na mnoha proměnných, mnoha parametrech. Modelově závislé.
- jednoduchá pravidla: závisí na několika málo proměnných, intuitivní, poměrně dobrý popis skutečné monetární politiky, robustní (dobré výsledky v mnoha modelech). Není optimální.

Pozn. Moderní pohled na monetární politiku: nástrojem je *kommunikace*. Transparentnost. viz odkaz Prognóza (Měnová politika) na stránkách ČNB. Ovlivnění očekávané inflace, ovlivní inflaci současnou (viz PC).

Populární je Taylorovo pravidlo, zachycuje velmi dobře chování FEDu během 80. let. Obrázek.

$$i_t = \rho + \pi^* + 1.5(\pi_t - \pi^*) + 0.5\tilde{y}_t$$

Dává dobré výsledky v mnoha modelech. Různé modifikace. Zahrnutí dalších proměnných

$$i_t = \omega i_{t-1} + (1 - \omega)[\rho + \pi^* + \phi_1(\pi_t - \pi^*) + \phi_2\tilde{y}_t + \phi_3\Delta\tilde{y}_t + \phi_4\Delta e_t + \phi_5\Delta w_t]$$

Nejčastější typ v modelech.

$$i_t = \omega i_{t-1} + (1 - \omega)[\rho + \pi^* + \phi_\pi(\pi_t - \pi^*) + \phi_y\hat{y}_t]$$

Centrální banka nechce velkou volatilitu v úrokové sazbě. Pro  $\phi_y = 0$  mluvíme o striktním inflačním cílování (CB se nezajímá o mezeru výstupu).

Srovnání flexibilní inflační cílování vs. striktní inflační cílování. Příklad ze cvičení 6. Dynare file `nk_model_targeting.mod`.

## Srovnání jednoduché pravidlo vs. optimální

Příklad ze cvičení 6.

Model

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa y_t + e_t \quad (4)$$

$$y_t = E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t \pi_{t+1}) + u_t \quad (5)$$

kde veličiny  $\pi_t$  a  $y_t$  jsou odchylky inflace a výtupu od steady statu (který je roven nule) a  $e_t$  a  $u_t$  jsou iid procesy.

Taylorovo pravidlo

$$i_t = \mu \pi_t + \nu y_t \quad (6)$$

Řešení modelu pro endogenní proměnné jako funkce šoků ( $E_t \pi_{t+1} = E_t y_{t+1} = 0$  kvůli neexistenci autokorelace). Řešení modelu o třech rovnicích se třemi neznámými, viz m-file `seminar6.m`.

$$\begin{aligned} \pi_t &= \kappa y_t + e_t \\ y_t &= -\frac{1}{\sigma} i_t + u_t \\ i_t &= \mu \pi_t + \nu y_t \end{aligned}$$

Výsledek

$$\begin{aligned} i_t &= \frac{\sigma(\mu u_t + \nu \kappa u_t + \nu e_t)}{\sigma + \mu \kappa + \nu} \\ y_t &= \frac{\sigma u_t - \nu e_t}{\sigma + \nu \kappa + \mu} \\ \pi_t &= \frac{\kappa \sigma u_t + \sigma e_t + \mu e_t}{\sigma + \nu \kappa + \mu} \end{aligned}$$

Nyní předpokládejme, že ztrátová funkce centrální banky je

$$L = \frac{1}{2}[\pi_t^2 + \lambda y_t^2] \quad (7)$$

Centrální banka minimalizuje funkci

$$\min_i \frac{1}{2}\pi_t^2 + \lambda \frac{1}{2}y_t^2$$

vzhledem k

$$\begin{aligned}\pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa y_t + e_t \\ y_t &= E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t \pi_{t+1}) + u_t\end{aligned}$$

(opět využijeme  $E_t \pi_{t+1} = E_t y_{t+1} = 0$ )

Podmínka prvního řádu (dosazením, nebo využitím chain rule):

$$\begin{aligned}\pi_t \frac{\partial \pi_t}{\partial y_t} \frac{\partial y_t}{\partial i_t} + \lambda y_t \frac{\partial y_t}{\partial i_t} &= 0 \\ \pi_t \kappa \left(-\frac{1}{\sigma}\right) + \lambda y_t \left(-\frac{1}{\sigma}\right) &= 0 \\ \pi_t \kappa + \lambda y_t &= 0\end{aligned}$$

$$\pi_t = -\frac{\lambda}{\kappa} y_t$$

Dosadíme do PC:  $\pi_t = \kappa y_t + e_t$

$$y_t^* = -\frac{\kappa e_t}{\kappa^2 + \lambda}$$

Dosadíme do IS křivky:

$$\begin{aligned}y_t &= -\frac{1}{\sigma} i_t + u_t \\ i_t^* &= \frac{\sigma(\kappa^2 u_t + \lambda u_t + \kappa e_t)}{\kappa^2 + \lambda}\end{aligned}$$

A do FOC

$$\pi_t^* = \frac{\lambda e_t}{\kappa^2 + \lambda}$$

Porovnání obou režimů (vlevo optimální politika \*, vpravo Taylorovo pravidlo  $T$ )

$$\begin{aligned}\pi_t^* &= \frac{\lambda e_t}{\kappa^2 + \lambda} & \pi_t^T &= \frac{\sigma \kappa u_t + \sigma e_t + \nu e_t}{\sigma + \mu \kappa + \nu} \\ y_t^* &= -\frac{\kappa e_t}{\kappa^2 + \lambda} & y_t^T &= \frac{\sigma u_t - \mu e_t}{\sigma + \mu \kappa + \nu} \\ i_t^* &= \frac{\sigma(\kappa^2 u_t + \lambda u_t + \kappa e_t)}{\kappa^2 + \lambda} & i_t^T &= \frac{\sigma(\nu u_t + \mu \kappa u_t + \mu e_t)}{\sigma + \mu \kappa + \nu}\end{aligned}$$

Oba režimy by mohly být totožné, kdyby  $\kappa = \mu$ ,  $\lambda = \nu$  a  $\sigma = 0$ . Nereálné, z definice  $\sigma > 0$ .

Porovnání řešení pro výstup a inflaci

$$\begin{aligned}\pi_t^* &= \frac{\lambda e_t}{\kappa^2 + \lambda} \\ y_t^* &= -\frac{\kappa e_t}{\kappa^2 + \lambda}\end{aligned}$$

Výsledek nezávisí na poptávkovém šoku  $u_t$ ? Proč? Centrální banka nečelí trade-off mezi inflací a výstupem.

## Optimální monetární politika a nejistota

Phillipsova křivka

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa_t y_t + e_t$$

- Aditivní nejistota: např. nejistota ohledně velikosti šoku  $e_t$ . Platí ekvivalence jistoty (certainty equivalence). Očekávané hodnoty bere CB jako pravdivé.
- Multiplikativní nejistota: např. nejistota ohledně parametru  $\kappa_t$ . Ekvivalence jistoty neplatí.

Příklad:  $\kappa_t = \kappa$ , žádná nejistota ohledně parametru. Optimální politika centrální banky:

$$\min_i \frac{1}{2} E_t [\pi_t^2 + \lambda y_t^2]$$

vzhledem k PC a IS. Podmínka prvního řádu

$$\kappa \pi_t + \lambda y_t = 0$$

Výsledkem je jako v předchozím případě

$$\pi_t = \frac{\lambda}{\kappa^2 + \lambda} e_t$$
$$y_t = -\frac{\kappa}{\kappa^2 + \lambda} e_t$$

Nyní předpokládáme, že centrální banka nezná hodnotu parametru  $\kappa$  (sklon ve Phillipsově křivce)

$$\kappa_t = \bar{\kappa} + \epsilon_t$$

kde  $\epsilon_t$  je bílý šum  $\epsilon_t \sim WN(0, \sigma_\epsilon^2)$ .

Dále předpokládejme, že CB nastavuje svou politiku dříve, než je  $\epsilon_t$  realizováno. Očekávaná podmínka prvního řádu

$$E_t[\kappa_t \pi_t + \lambda y_t] = 0$$

Dosazením z PC za  $\pi_t$  (s využitím  $E_t \pi_{t+1} = 0$ )

$$E_t[(\bar{\kappa} + \epsilon_t)((\bar{\kappa} + \epsilon_t)y_t + e_t) + \lambda y_t] = 0$$
$$[(\bar{\kappa}^2 + \sigma_\epsilon)y_t + \bar{\kappa}e_t] + \lambda y_t = 0$$
$$y_t = -\frac{\bar{\kappa}}{\lambda + \bar{\kappa}^2 + \sigma_\epsilon} e_t$$

Pokud porovnáme oba výsledky, zjistíme, že

$$\frac{\bar{\kappa}}{\lambda + \kappa^2} e_t > \frac{\bar{\kappa}}{\lambda + \bar{\kappa}^2 + \sigma_\epsilon} e_t$$

v případě nejistoty je reakce centrální banky vzhledem k nákladovému šoku opatrnější. (Nastavování úrokové sazby  $i_t$ , aby dosáhla chtěné úrovně výstupu  $y_t$ .)