4. seminář:

Úlohy celočíselného programování, formulace problému, metoda větví a mezí, heuristiky pro okružní dopravní problém

Příklad 1: Sestavte matematický model úlohy celočíselného programování a pomocí Řešitele nalezněte optimální řešení (nezapomeňte v Omezujících podmínkách přidat podmínky celočíselnosti):

a) Úloha o bramborách

Potravinářská firma se zabývá zpracováním brambor. Jejími produkty jsou bramborové lupínky, které prodává po 120 Kč/kg, a hranolky po 76 Kč/kg. Na výrobu 1 kg lupínků se spotřebuje 2 kg brambor a 0,4 l oleje a na výrobu 1 kg hranolků 1,5 kg brambor a 0,2 l oleje. Navrhněte výrobní program tak, aby byl při nákupních cenách surovin 12 Kč/kg brambor a 40 Kč/l oleje maximální ZISK (zanedbáme náklady na práci, energii, apod.) a přitom nebyla překročena kapacita dodavatele (100 kg brambor a 16 l oleje). Jak se změní optimální řešení, je-li odběratel ochoten odebírat zboží pouze v baleních (lupínky á 3kg a hranolky á 15kg)?

b) Úloha o řezném plánu

Firma vyrábějící kovové součástky nakupuje v libovolném množství trubky o délce 65 cm. K výrobě součástek potřebuje alespoň 1200 ks trubek o délce 20 cm a alespoň 900 ks trubek o délce 15 cm. Jakým způsobem má firma rozřezat nakoupené trubky tak, aby spotřeba nakoupeného materiálu byla minimální?

c) Úloha o dopravě

Dopravní společnost v městě S zásobuje paletovaným zbožím 4 stejně vzdálená sousední města A, B, C a D. Dnes má rozvézt 110 palet do města A, 70 do B, 58 do C a 62 do D. Má dva typy nákladních aut s fixními cenami jízdy: 6 malých aut s kapacitou 33 palet a cenou jízdy 120 Kč a 4 velká auta s kapacitou 60 palet a cenou jízdy 190 Kč. Každé auto stihne za den jen jednu cestu. Která auta mají kam jet, aby cena dopravy byla minimální?

d) Úloha o pracovním rozvrhu služeb

Správa sbírkového fondu a provozní potřeba galerie vyžadují, aby v jednotlivých dnech byly v galerii ve službě tyto počty osob:

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
22	17	13	14	15	18	24

Pracující nastupují do zaměstnání tak, že odpracují vždy 5 po sobě jdoucích dní, po kterých následují dva dny volna. Nástupy se mohou uskutečnit kterýkoliv den v týdnu.

Úkolem je stanovit co nejmenší počet zaměstnanců a rozvrhnout jejich nástupy do 5-denních pracovních cyklů tak, aby byly každý den v týdnu pokryty provozní potřeby.

e) Úloha o zakázkách

Podnik může převzít 6 různých zakázek, které se liší spotřebou času výrobního zařízení. Je znám zisk z jednotlivých zakázek a materiálová spotřeba. Zásoba materiálu a času je omezená. Parametry zakázek jsou shrnuty v tabulce:

č. zakázky	1	2	3	4	5	6	disponibilní kapacita
zisk	11	63	9	5	4	8	$\rightarrow max.$
spotřeba času [směny]	1	7	1	1	1	5	15 směn
spotřeba materiálu [kg]	15	70	10	5	3	2	100kg

Navrhněte, které zakázky má podnik realizovat, aby byl jeho zisk maximální.

Příklad 2: Dealer, sídlící ve městě A, má za úkol během dne nabízet zboží ve městech B, C, D, E, jejichž vzájemné vzdálenosti jsou uvedeny v tabulce.

	A	B	C	D	E
A	X	50	70	40	60
B	50	X	40	30	80
C	70	40	X	40	60
D	40	30	40	X	50
E	60	80	60	50	X

V jakém pořadí má tato města navštívit, aby ujel co nejméně kilometrů? Navrhněte trasu metodou nejbližšího souseda (začátek volte postupně ve všech městech). Porovnejte nalezené řešení s řešením získaným metodou výhodnostních čísel.

Příklad 3: Aplikujte ručně metodu větví a mezí na následující modifikaci úlohy o batohu (použijte bivalentní proměnné a relaxace dílčích podúloh řešte bez pomoci simplexové metody):

Máme k dispozici sklad o celkové skladovací ploše $8400m^2$. O pronájem skladu má zájem 5 zájemců s různými požadavky na skladovou plochu a různými nabídkami za pronájem této plochy. Požadavky musí být splněny buď v plné výši nebo vůbec. V tabulce jsou uvedeny požadavky na plochu P_i a ceny za pronájem uvedené plochy c_i od každého zájemce $i = 1, \ldots, 5$.

i	1	2	3	4	5
$P_i[m^2]$	5000	1600	2800	6200	2200
$c_i[K\check{c}]$	39000	9000	33000	63000	18000

Rozhodněte, kterým zájemcům poskytneme skladovací plochu, aby příjem z pronájmu byl co nejvyšší.