

9. seminář:

Vícekriteriální programování, lineární lomené programování, DEA

Příklad 1: Najděte graficky dílčí optimální řešení pro úlohu VLP:

$$z_1 = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$z_2 = x_2 \rightarrow \max,$$

na množině X určené podmínkami

$$2x_1 + x_2 \leq 18,$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 12,$$

$$-x_1 + x_2 \leq 3,$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Uvažujte agregovanou účelovou funkci $z = v_1 \cdot z_1 + v_2 \cdot z_2$ pro váhy $v_1, v_2 \geq 0$, $v_1 + v_2 = 1$. Popište řešení optimalizačních úloh $z \rightarrow \max_{x \in X}$ v závislosti na parametrech v_1, v_2 . Nalezněte "maximálně pravděpodobné kompromisní řešení".

Příklad 2: Uvažujme nutriční problém sestavení denního jídelníčku pro 100 osob, přičemž k dispozici máme 9 druhů základních potravin. Složení potravin z hlediska důležitých výživových komponent a jejich ceny (vše přepočteno na 100g potraviny), viz tabulka:

	energ. [kJ]	bílk. [g]	Fe [mg]	vit. A [jed]	vit. C [mg]	chol [mg]	cena [Kč]
maso vepř.	1200	18,4	3,1	20	0	83	12
máslo	3000	0,6	0,2	2500	0	120	11,2
chleba	1160	7,2	0,8	0	0	1	1,5
brambory	300	1,6	0,6	40	10	0	1,2
jablka	240	0	0,5	60	2	0	1,5
eidam	1260	31,2	0,6	1100	0	71	10,6
kuře	650	20,2	1,5	0	0	57	6
jogurt	450	7	0,2	260	0	11	4,5
jahody	150	0	0,8	60	60	0	12

Nutriční odborníci stanovili, že denní dávka výživy pro dospělého by měla obsa-

hovat minimálně 80 g bílkovin, 15mg železa, 6000 jednotek vitamínu A a 200 mg vitamínu C. Pro zajištění celodenního stravování pro 100 osob máme sestavit optimální skladbu jídelníčku při respektování doporučení nutričních expertů a současně s co nejvyšší energetickou hodnotou, co nejmenším obsahem cholesterolu a za co nejméně peněz, přitom máme k dispozici maximálně 40 kg každé potraviny.

- Najděte dílčí optimální řešení.
- Převeďte postupně kritéria "cholesterol a energie" na omezení s připuštěním 10 procentní odchylky od optimální hodnoty
- Převeďte současně kritéria "cholesterol a energie" na omezení s připuštěním 10 procentní odchylky od optimální hodnoty

Příklad 3: Uvažujme úlohu lineárního lomeného programování maximalizovat funkci

$$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{2x_1 + x_2 + 3x_3}{x_1 + x_2 + x_3}$$

za podmínek

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 5$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- Linearizujte úlohu pomocí vhodné substitute
- Zkontrolujte řešení původní a zlinearizované úlohy pomocí Řešitele

Příklad 4: Uvažujte CCR model DEA pro 8 nemocničních oddělení charakterizovaných následujícími hodnotami:

Jednotka	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8
personál	7	6	6	8	10	5	4	5
pacientů ambulantně	21	24	42	16	50	45	40	60
hospitalizovaných pacientů	63	36	48	40	40	15	24	10

Znáznorněte graficky. Najděte efektivní hranici. Pro 2. oddělení určete míru neefektivity a nalezněte jeho referenční jednotky při orientaci na výstupy.

Příklad 5: (Úloha Mgr. Jany Kalčevové, PhD z VŠE)

Uvažujte model DEA s 2 vstupy, 3 výstupy a 10 hodnocenými jednotkami:

X (vstupy)									
3	2,5	4	2,3	4	7	3	5	5	2
5	4,5	6	3,5	6,5	10	5	7	7	4
Y (výstupy)									
40	45	55	28	48	80	45	70	45	45
55	50	45	50	20	65	64	65	65	40
30	40	30	25	65	57	42	48	40	44

Najděte všechny efektivní jednotky, uvažujete - li

- a) CCR model orientovaný na vstupy
- b) CCR model orientovaný na výstupy
- c) BCC model orientovaný na vstupy
- d) BCC model orientovaný na výstupy

Najděte pro 3. jednotku souřadnice referenční efektivní jednotky, uvažujete-li

- a) CCR model orientovaný na vstupy
- b) BCC model orientovaný na výstupy

K výpočtům použijte aplikaci DEA (ke stažení z <https://webhosting.vse.cz/jablon/>)