

Technologie a maximalizace zisku

Varian: Mikroekonomie: moderní přístup, kapitoly 17 a 18
Varian: Intermediate Microeconomics, 8e, Chapters 18 and 19

Teorie firmy a tržní struktury

Firmy maximalizují zisk.

Výsledky interakce firem maximalizujících zisk závisí na

- struktuře trhu a
- vlastnostech produktu.

Příštích pět témat:

- Technologie a maximalizace zisku
- Náklady
- Dokonalá konkurence
- Monopol a monopolní chování
- Oligopol



Na této přednášce se dozvíte

- co jsou to technologická omezení firmy,
- co je to izokvanta a technická míra substituce,
- jaký je rozdíl mezi krátkým a dlouhým obdobím,
- co je to zisk,
- co víme o dokonale konkurenčních trzích, kde firmy maximalizují zisk,
- co je to projevená ziskovost.

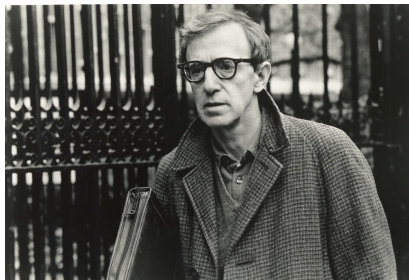


Produkce

Produkce – proces, který přeměňuje vstupy na výstupy.

Příklady produkce:

- dělníci vyrobí auto
- právník sepíše smlouvu
- doktor vyšetří pacienta
- Woody Allen řekne vtip
- ...



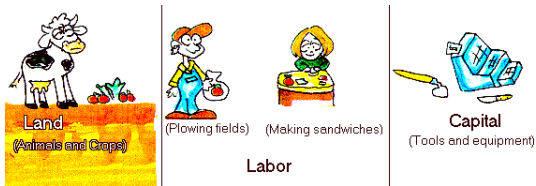
Výrobní faktory – vstupy do výroby:

- práce
- půda (suroviny)
- kapitál

Kapitálové statky – vyrobené statky (kombinace práce a půdy)

Vstupy a výstupy obvykle měříme v tokových veličinách:

Určitý počet hodin práce + určitý počet strojových hodin za týden vyrobí určité množství výrobků za týden.



Technologická omezení

Produkční plán je určitá kombinace vstupů a výstupů.

Technologická omezení – jen některé ze *všech* možných produkčních plánů jsou technologicky *přijatelné* (feasible).

Obvykle existuje několik přijatelných produkčních plánů.

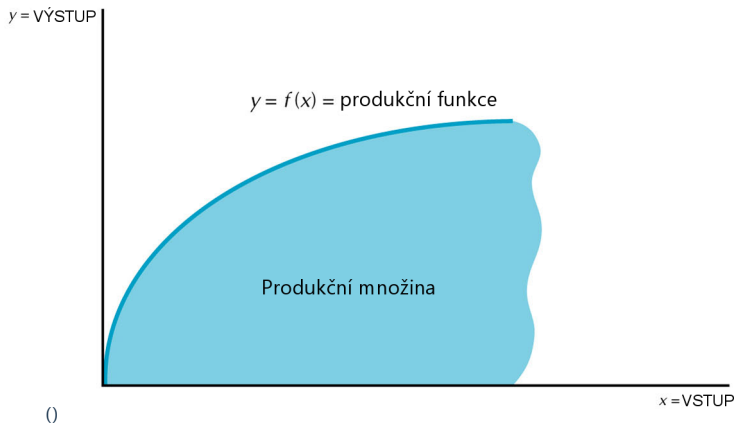


Popis technologických omezení

Produkční množina (= technologie) – množina všech přijatelných produkčních plánů.

Produkční funkce – maximální objem produkce pro dané vstupy.

Graf – technologická omezení pro jeden vstup:



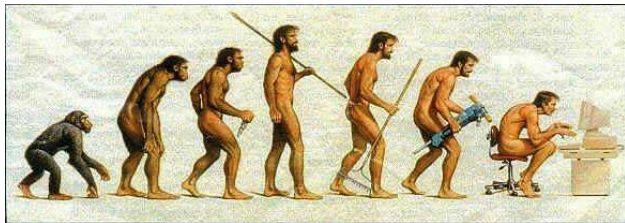
Popis technologických omezení - dva vstupy

Produkční funkce $y = f(x_1, x_2)$ měří maximální objem produkce, který vznikne kombinací x_1 jednotek vstupu 1 a x_2 jednotek vstupu 2.

Izokvanta – množina všech možných kombinací vstupů 1 a 2, které právě dostačují k vyrobení určitého množství výstupu.

Izokvanty jsou podobné jako indiferenční křivky, ale číselná hodnota u izokvanty má konkrétní význam – označuje množství výstupu.

⇒ Množství produkce nemůžeme transformovat jako užitky.



Příklad – rozdíl mezi užitkovou a produkční funkcí

Užitková funkce – dva spotřebitelé:

- spotřebitel 1 – $U_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
- spotřebitel 2 – $U_2(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$

Oba spotřebitelé mají stejný tvar IC a stejné preference \implies
Při stejném rozpočtovém omezení si vyberou stejný spotřební koš.

Produkční funkce – dvě firmy:

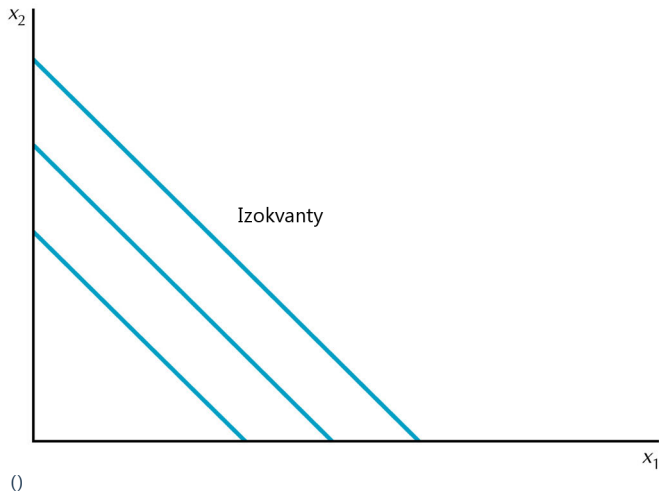
- firma 1 – $f_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
- firma 2 – $f_2(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$

Firmy mají stejný tvar izokvant ale budou mít jinou technologii.
Při stejných vstupech vyrobí jiné množství produktu (při $x_1 + x_2 \neq 1$).

Příklady technologií – dokonalé substituty

Výkup lahví v maloobchodním řetězci – člověk a stroj na výkup lahví.

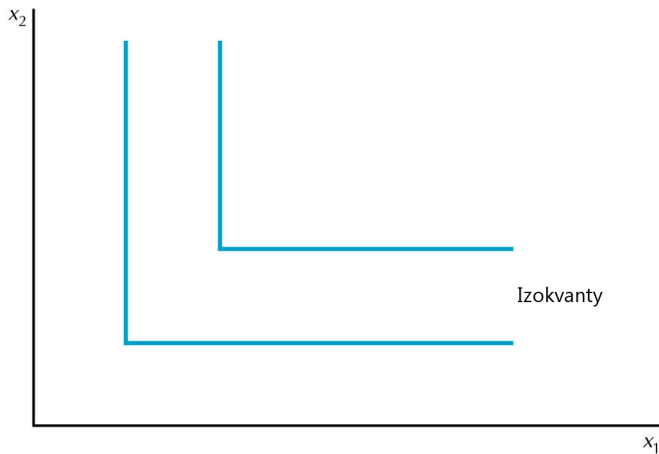
Produkční funkce – $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.



Příklady technologií – pevné proporce

Prodej zmrzliny - každý zmrzlinář potřebuje jeden zmrzlinový stroj.

Produkční funkce – $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$.

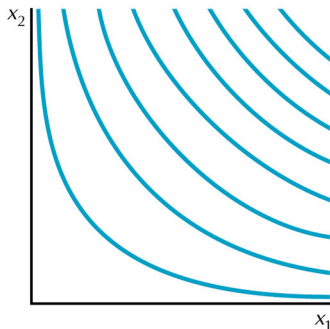


Příklady technologií – Cobb-Douglasova produkční funkce

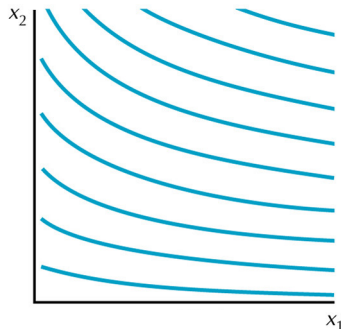
Cobb-Douglasova produkční funkce – $f(x_1, x_2) = Ax_1^c x_2^d$, kde

- parametr A určuje rozsah produkce,
- parametry c a d měří vliv změny vstupů na velikost výstupu.

Cobb-Douglasovu užitkovou funkci je možné monotónně transformovat – měli jsme $A = 1$ a obvykle $c + d = 1$.



A $A = 1$ $c = 1/2$ $d = 1/2$



B $A = 1$ $c = 1/5$ $d = 4/5$

Vlastnosti technologií

Monotónnost – pokud zvýšíme alespoň jeden vstup, výstup by měl být alespoň tak velký jako doposud (izokvanta nesmí růst.)

Volná dispozice – firma se může zbavit přebytečných vstupů zdarma \implies zvýšení vstupů jí nemůže uškodit.

Konvexnost – pokud máme dvě kombinace vstupů (x_1, x_2) a (z_1, z_2) , které vyrobí stejné množství výstupu y , pak pro všechna $0 \leq t \leq 1$ i vstupy $(tx_1 + (1-t)z_1, tx_2 + (1-t)z_2)$ vyrobí alespoň výstup y .

Konvexnost je přirozený předpoklad – příklad:

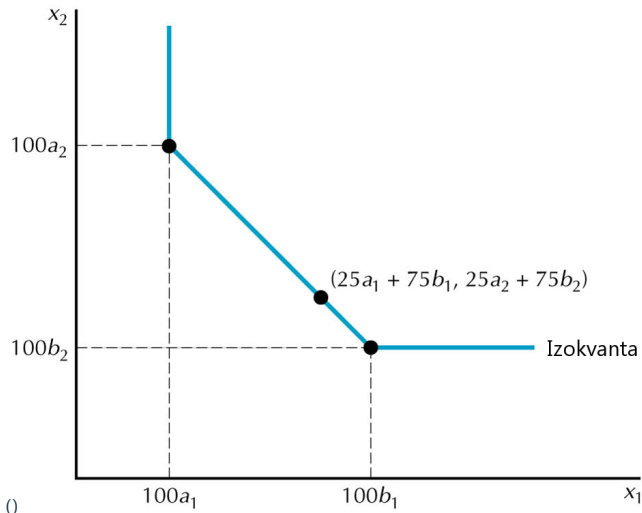
Dvě technologie $f(x_1, x_2)$ kombinující různá množství vstupů x_1 a x_2 :

- $f_A(sa_1, sa_2) = s$, kde $s > 0$ – např. $f_A(100a_1, 100a_2) = 100$.
- $f_B(tb_1, tb_2) = t$, kde $t > 0$ – např. $f_B(100b_1, 100b_2) = 100$.

Možné kombinovat obě technologie: $f_{AB}(sa_1 + tb_1, sa_2 + tb_2) = s + t$.

Vlastnosti technologií (pokračování)

100 jednotek výstupu lze vyrobit např. s těmito množstvími vstupů:
 $(100a_1, 100a_2)$, $(100b_1, 100b_2)$ nebo $(25a_1 + 75b_1, 25a_2 + 75b_2)$.



Mezní produkt

Mezní produkt faktoru 1 (MP_1) – o kolik se zvýší celkový produkt, když zvýšíme x_1 o jednotku a x_2 zůstane stejný:

$$MP_1(x_1, x_2) = \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$

Nebo pomocí parciálních derivací

$$MP_1(x_1, x_2) = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

MP je podobný jako MU , ale hodnota MP má konkrétní význam.



Technická míra substituce

Technická míra substituce (TRS) – o kolik můžeme snížit x_2 , pokud x_1 vzrostlo o jednotku a chceme zachovat stejný výstup? Někdy také **mezní míra technické substituce (MRTS)**.

Pro změny faktorů Δx_1 a Δx_2 musí platit, že

$$\Delta y = MP_1(x_1, x_2)\Delta x_1 + MP_2(x_1, x_2)\Delta x_2 = 0.$$

Úpravou této rovnice získáme

$$TRS(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MP_1(x_1, x_2)}{MP_2(x_1, x_2)}.$$

TRS = sklon izokvanty (podobně jako MRS = sklon IC).

Snižující se mezní produkt

Zákon klesajících výnosů (snižující se MP):

Když roste množství jednoho vstupu (nad určitou hodnotou) a ostatní vstupy se nemění, mezní produkt tohoto vstupu klesá.

Příklad:

Jeden zahrádkář na malé zahrádce vypěstuje 100 mrkví.
Druhý zahrádkář by zvýšil celkový produkt na 150 mrkví.
Mezní produkt pracovníka by klesl ze 100 na 50 mrkví.

Při velkém množství zahrádkářů by mohl dodatečný zahrádkář způsobit i pokles produkce.

K poklesu nemůže dojít, pokud předpokládáme monotónnost (volnou dispozici).



Snižující se technická míra substituce

Snižující se TRS – při posunu podél izokvanty doprava dolů absolutní hodnota TRS klesá (konvexní izokvanty).

Jak souvisí snižující se MP a snižující se TRS?

Není to to stejné, ale podobná logika:

- snižující se MP – s růstem x_1 klesá MP_1 , když x_2 je konstantní
- snižující se TRS – s růstem x_1 podél izokvanty roste dodatečné množství vstupu 1 potřebné k nahrazení jedné jednotky vstupu 2.

Krátké a dlouhé období

Krátké období (SR) – nemůžeme měnit množství alespoň u jednoho výrobního faktoru = alespoň jeden výrobní faktor je fixní.

Fixní množství půdy, výrobní plochy továrny, fixní počet strojů, ...

Dlouhé období (LR) – můžeme měnit množství všech výrobních faktorů = všechny výrobní faktory jsou variabilní.

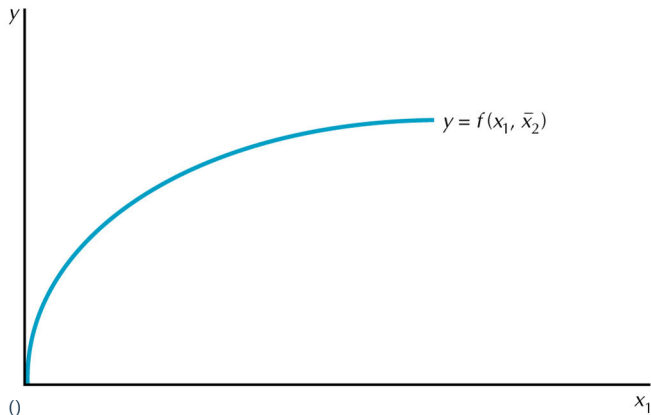
Jak dlouhé je krátké období? Nevíme, záleží na konkrétní situaci.



Produkční funkce v SR

Produkční funkce v krátkém období je $f(x_1, \bar{x}_2)$,
kde vstup 1 je variabilní a vstup 2 je fixní.

Funkce na obrázku má snižující se mezní produkt.
Pro nízké x_1 by mohl MP_1 růst (funkce by měla tvar S).



Produkční funkce v LR – výnosy z rozsahu

Kolikrát se zvýší výstup, když zvýšíme všechny vstupy t krát ($t > 1$)?

Tři možnosti – produkční funkce $f(x_1, x_2)$ má

- **konstantní výnosy z rozsahu**, pokud $f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2)$,
- **rostoucí výnosy z rozsahu**, pokud $f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2)$,
- **klesající výnosy z rozsahu**, pokud $f(tx_1, tx_2) < tf(x_1, x_2)$.

Příklady:

- konstantní – replikace původní výroby, ...
- rostoucí – továrna na špendlíky, aerolinky, výroba letadel, ...
- klesající – nějaký výrobní faktor se nemění ve stejné proporcii.

Výnosy z rozsahu mohou být různé při různých výstupech.

Např. při nízké výrobě *rostoucí* a při vysoké výrobě *klesající*.

Příklady – výnosy z rozsahu konkrétních produkčních funkcí

1) Jaké výnosy z rozsahu má produkční funkce $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{3/4}$?

Nejdřív vynásobíme množství obou vstupů $t > 1$:

$$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^{1/2} (tx_2)^{3/4} = t^{5/4} x_1^{1/2} x_2^{3/4} = t^{5/4} f(x_1, x_2)$$

Rostoucí, protože $f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2)$.

2) Jaké výnosy z rozsahu má produkční funkce $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$?

Když vynásobíme množství obou vstupů $t > 1$, dostaneme

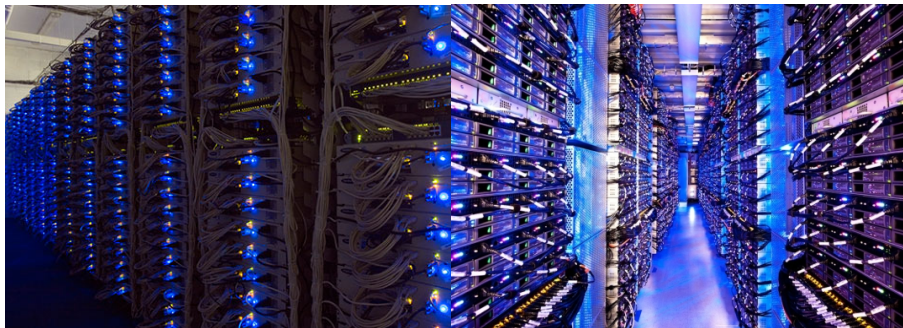
$$f(tx_1, tx_2) = \min\{tx_1, tx_2\} = t \cdot \min\{x_1, x_2\} = t \cdot f(x_1, x_2).$$

Konstantní, protože $f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2)$.

PŘÍKLAD: Datová centra

Internetové společnosti jako Google, Yahoo, Microsoft nebo Amazon mají po světě tisíce datových center.

Datové centrum se sestává z polic, na kterých jsou počítače. Výkon se zvyšuje přidáním polic s počítači – konstantní výnosy z rozsahu.



PŘÍKLAD: Copy Exactly!

Intel provozuje desítky provozů, které vyrábí a testují počítačové čipy.

Výroba čipu je delikátní proces – pro Intel je složité kontrolovat kvalitu v rozmanitém prostředí. Proto Intel přijal filosofii „Copy Exactly!“

Každý provoz je stejný – konstantní výnosy z rozsahu.

32nm Manufacturing Fabs



D1D Oregon - Now



D1C Oregon - 4Q 2009



Fab 32 Arizona - 2010



Fab 11X New Mexico - 2010



Maximalizace zisku

Firma si volí takový produkční plán, při kterém maximalizuje zisk.

Předpokládáme dokonale konkurenční trhy VF a produkce:
Firma nemůže ovlivnit ceny, za které nakupuje výrobní faktory,
a za které prodává své výrobky.

Zisk π je rozdíl mezi příjmy a náklady firmy.

Pokud firma prodává n produktů (y_1, \dots, y_n) za ceny (p_1, \dots, p_n)
a nakupuje m vstupů (x_1, \dots, x_m) za ceny (w_1, \dots, w_m) , její zisk je

$$\pi = \sum_{i=1}^n p_i y_i - \sum_{i=1}^m w_i x_i.$$

Ekonomický zisk

Do nákladů patří *všechny* vstupy oceněné *náklady příležitosti*.

Příklad: Když vlastník firmy pracuje ve své firmě a nevyplácí si mzdu, nebude mít *účetní náklady*, ale má *náklady příležitosti*.

Explicitní náklady – účetní náklady,

Implicitní náklady – nevstupují do účetnictví (náklady příležitosti).

Dva typy zisku:

- **Účetní zisk** = příjmy – explicitní náklady
- **Ekonomický zisk** = příjmy – explicitní náklady – implicitní náklady

Vždy budeme používat *ekonomický zisk*.



Maximalizace zisku v SR

V SR alespoň jeden faktor fixní – náklady na tento faktor firma platí, i když vyrábí nulový výstup \implies v SR může být firma ve ztrátě.

Máme produkční funkci $f(x_1, \bar{x}_2)$ – množství vstupu 2 \bar{x}_2 je fixní, p je cena výstupu, w_1 a w_2 jsou ceny vstupů.

Firma hledá takové množství vstupu 1, aby maximalizovala zisk:

$$\max_{x_1} \pi = pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2.$$

Z podmínky prvního řádu vyplývá, že

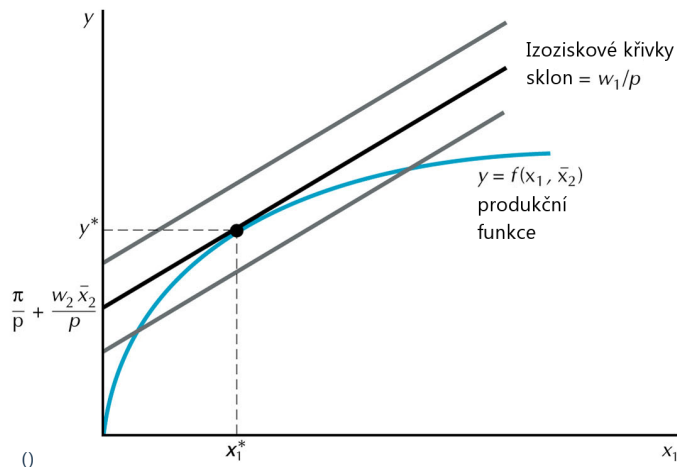
$$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1.$$

Firma maximalizuje zisk, když se *hodnota mezního produktu* všech variabilních vstupů rovná *jejim cenám*.

Maximalizace zisku v SR (pokračování)

Izoziskové křivky – kombinace x a y přinášející konstantní zisk π :

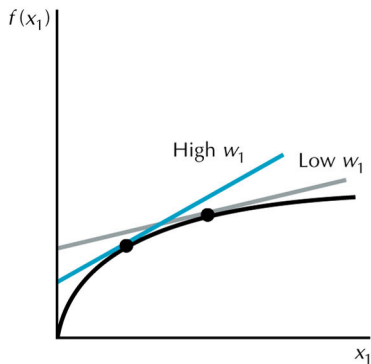
$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2 \iff y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2\bar{x}_2}{p} + \frac{w_1}{p}x_1.$$



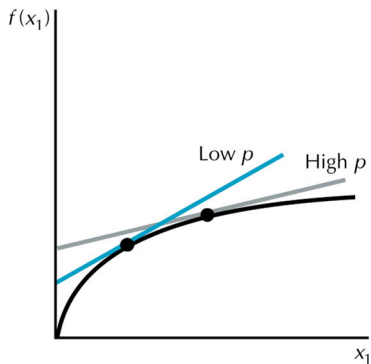
Komparativní statika

Když zvýšíme cenu vstupu w_1 , optimální x_1 se sníží (obr. **A**).

Když zvýšíme cenu výstupu p , optimální x_1 se zvýší (obr. **B**).



A



B

Příklad maximalizace zisku v SR

Produkční funkce je $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$, faktor 2 je fixní $\bar{x}_2 = 16$ a ceny jsou $(p, w_1, w_2) = (40, 10, 20)$. Jaké je optimální množství faktoru 1 x_1^* a zisk firmy π^* ?

Dosadíme \bar{x}_2 do produkční funkce firmy a získáme krátkodobou produkční funkci $f(x_1, 16) = 4x_1^{1/2}$.

Zisková funkce firmy je $\pi = pf(x_1, 16) - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2$.

Derivací této funkce podle x_1 získáme podmínku prvního řádu

$$p \cdot MP_1(x_1^*, 16) = w_1$$

$$\underline{x_1^* = 64.}$$

Zisk firmy je $\pi^* = pf(x_1^*, 16) - w_1x_1^* - w_2\bar{x}_2 = \underline{320}$.

Maximalizace zisku v LR

V LR jsou všechny faktory variabilní – firma nemůže být ve ztrátě.

Firma hledá takové množství vstupu 1 a 2, aby maximalizovala zisk:

$$\max_{x_1, x_2} \pi = pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2.$$

Z podmínky prvního řádu vyplývá, že

$$pMP_1(x_1^*, x_2^*) = w_1$$

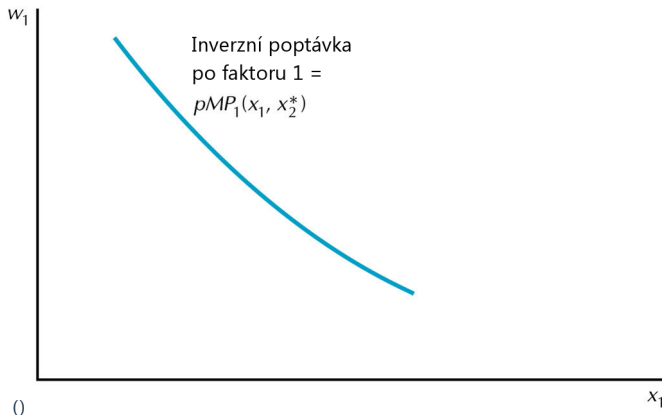
$$pMP_2(x_1^*, x_2^*) = w_2.$$

Firma maximalizuje zisk, když se *hodnota mezního produktu* všech vstupů rovná *jejim cenám*.

Poptávka po faktoru

Poptávka po faktoru 1 – jaké množství faktoru x_1^* nakoupím při daných cenách p , w_1 a w_2 .

Inverzní poptávka po faktoru 1 je $w_1 = pMP_1(x_1, x_2^*)$. Pokud je $MP_1(x_1, x_2^*)$ klesající, bude i křivka inverzní poptávky klesající.



Projevená ziskovost

Firma maximalizující zisk ukazuje, že jí zvolená kombinace vstupů a výstupů je přijatelný výrobní plán, který je ziskovější, než jiné přijatelné výrobní plány.

Dva různé výběry při různých cenových úrovních:

- při cenách v čase t (p^t, w_1^t, w_2^t) firma zvolí (y^t, x_1^t, x_2^t) ,
- při cenách v čase s (p^s, w_1^s, w_2^s) firma zvolí (y^s, x_1^s, x_2^s) .

Slabý axiom maximalizace zisku (WAPM): Jestliže firma maximalizuje zisk a mezi časem t a s se nezmění její produkční funkce, pak musí platit následující nerovnice:

$$p^t y^t - w_1^t x_1^t - w_2^t x_2^t \geq p^t y^s - w_1^t x_1^s - w_2^t x_2^s \quad (1)$$

$$p^s y^s - w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s \geq p^s y^t - w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t \quad (2)$$

Projevená ziskovost (pokračování)

Nerovnice (1) a (2) můžeme upravit následujícím způsobem:

Když nerovnici (2) vynásobíme -1 (a přehodíme strany), dostaneme

$$\begin{aligned} p^t y^t - w_1^t x_1^t - w_2^t x_2^t &\geq p^t y^s - w_1^t x_1^s - w_2^t x_2^s \\ -p^s y^t + w_1^s x_1^t + w_2^s x_2^t &\geq -p^s y^s + w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s. \end{aligned}$$

Pokud platí tyto nerovnice, musí i pro součty obou stran platit, že

$$\begin{aligned} (p^t - p^s)y^t - (w_1^t - w_1^s)x_1^t - (w_2^t - w_2^s)x_2^t \\ \geq (p^t - p^s)y^s - (w_1^t - w_1^s)x_1^s - (w_2^t - w_2^s)x_2^s. \end{aligned}$$

Pokud u této nerovnice převedeme pravou stranu na levou stranu a dosadíme Δp za $(p^t - p^s)$, Δy za $(y^t - y^s)$, atd., dostaneme

$$\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0.$$

Projevená ziskovost (pokračování)

Co vyplývá z výsledku $\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0$?

- Pokud se změní cena p a nezmění se w_1 a w_2 , pak platí, že

$$\Delta p \Delta y \geq 0.$$

Nikdy neplatí, že $\Delta p > 0$ a $\Delta y < 0$ nebo $\Delta p < 0$ a $\Delta y > 0$.

\implies *Nabídka dokonale konkurenční firmy není nikdy klesající.*

- Pokud se změní cena vstupu w_1 a nezmění se p a w_2 , pak platí, že

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0.$$

Nikdy neplatí, že $\Delta w_1 > 0$ a $\Delta x_1 > 0$ nebo $\Delta w_1 < 0$ a $\Delta x_1 < 0$.

\implies *Poptávka po faktoru konkurenční firmy není nikdy rostoucí.*

Odhad technologie pomocí WAPM

Je WAPM dostačující pro odvození technologie z chování firem?

Ano, pokud firma maximalizuje zisk a nezměnila se její technologie, můžeme z jejích rozhodnutí odhadnout její technologii.

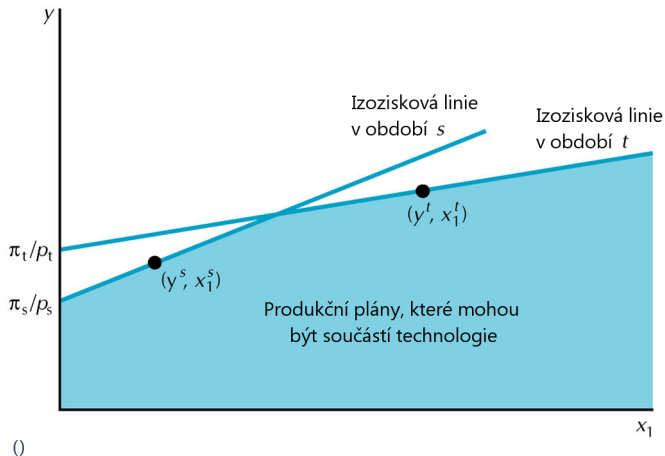
Předpokládejte, že máme jeden vstup x_1 a jeden výstup y . V období

- t je vybraný produkční plán (x_1^t, y^t) a izozisková funkce je $\pi_t = p_t y - w_1^t x_1 \iff y = \pi_t / p_t + (w_1^t / p_t) x_1$.
- s je vybraný produkční plán (x_1^s, y^s) a izozisková funkce je $\pi_s = p_s y - w_1^s x_1 \iff y = \pi_s / p_s + (w_1^s / p_s) x_1$.

Z WAMP vyplývá, že produkční plány ležící nad izoziskovými křivkami nejsou dostupné. Jinak by si je firma vybrala a zvýšila by tím svůj zisk.

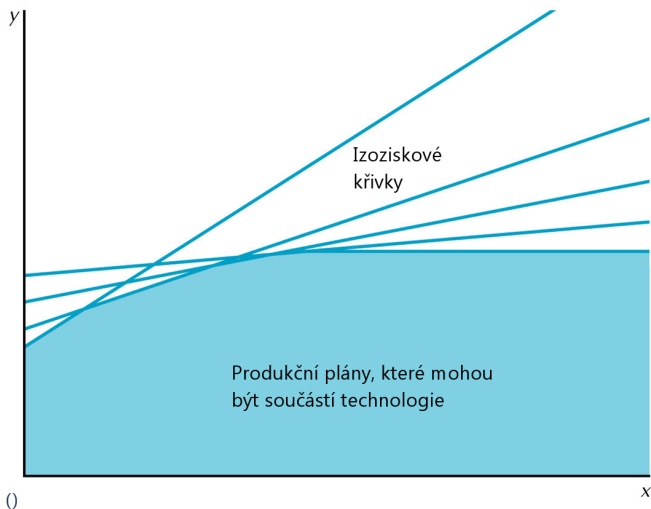
Odhad technologie pomocí WAPM (pokračování)

Bílá plocha = produkční plány, které leží nad izoziskovou křivkou.
Tzn. nejsou *dostupné*, takže nemůžou být součástí *technologie*.



Odhad technologie pomocí WAPM (pokračování)

Čím víc pozorujeme produkčních plánů při různých cenách, tím přesnější je odhad *technologie* (a *produkční funkce*).



Shrnutí

- Technologická omezení firmy můžeme prezentovat pomocí produkční množiny nebo pomocí izokvant.
- Předpokládáme, že izokvanty jsou konvexní a monotónní.
- Předpokládáme, že mezní produkt klesá s rostoucím produktem.
- Technická míra substituce měří sklon izokvanty.
- V krátkém období jsou některé vstupy fixní, v dlouhém období jsou všechny variabilní.
- Výnosy z rozsahu říkají, jak se změní objem produkce, pokud změníme množství vstupů ve stejné proporcii.



Shrnutí (pokračování)

- Zisk je rozdíl mezi příjmy a náklady.
Do nákladů počítáme i implicitní náklady.
- U firmy maximalizující zisk se hodnota mezního produktu každého variabilního faktoru musí rovnat jeho ceně.
- Z logiky maximalizace zisku vyplývá, že nabídka dokonale konkurenční firmy nesmí klesat a její poptávky po výrobních faktorech nesmí růst.
- Pokud dokonale konkurenční firma vykazuje konstantní výnosy z rozsahu, její dlouhodobé zisky musí být nulové.

