

## MINIMALIZACE NÁKLADŮ – řešené příklady

1. Firma má produkční funkci  $y = x_1^{\frac{1}{2}}x_2$ . Cena vstupu 1 je  $w_1 = 100$  a cena vstupu 2 je  $w_2 = 150$ . Při jaké kombinaci vstupů bude firma minimalizovat náklady na výrobu 4 500 jednotek výstupu?

### Řešení

Firma chce vyrobit množství produkce  $y$  s nejnižšími náklady. Řešíme tedy následující úhohu:

$$\min_{x_1, x_2} w_1x_1 + w_2x_2$$

za podmínky  $f(x_1, x_2) = y$ .

Firma má Cobb-Douglasovu produkční funkci. Víme, že izokvanty budou konvexní a hladké a že budou množství obou vstupů v optimu kladná (vnitřní řešení). Sklon izokosty v optimu se tedy rovná sklonu izokvanty. Optimální kombinace vstupů  $(x_1^*, x_2^*)$  je řešením následujících dvou rovnic o dvou neznámých:

$$\text{TRS}(x_1^*, x_2^*) = -\frac{w_1}{w_2}$$

$$y = x_1^{\frac{1}{2}}x_2^*$$

Nejdříve si z první rovnice vyjádříme optimální množství vstupu 2  $x_2^*$ :

$$-\frac{MP_1}{MP_2} = -\frac{w_1}{w_2}$$

$$\frac{x_2^*}{2x_1^*} = \frac{100}{150}$$

$$x_2^* = \frac{4x_1^*}{3} \quad (1)$$

Následně množství vstupu dosadíme do produkční funkce

$$y = x_1^{\frac{1}{2}} \frac{4x_1^*}{3}$$

$$4500 = \frac{4x_1^{\frac{3}{2}}}{3}$$

$$x_1^* = 225.$$

Dosazením do (1) dostaneme optimální množství druhého vstupu  $x_2^* = 300$ . Srovnajte s příkladem 2 v řešených příkladech Technologie a maximalizace zisku.

2. Firma má produkční funkci  $y = 2x_1 + 3x_2$ , kde  $x_1$  je množství vstupu 1 a  $x_2$  je množství vstupu 2. Cena vstupu 1 je  $w_1 = 4$  a cena vstupu 2 je  $w_2 = 5$ . Jaké jsou náklady této firmy na výrobu produkce  $y = 60$ ?

### Řešení

Vstupy 1 a 2 jsou pro firmu dokonalé substituty. Firma bude v optimu nakupovat pouze vstup, se kterým vyrobí dané množství produkce levněji. Nyní si spočítáme náklady na výrobu pomocí obou vstupů.

Kdyby k výrobě použila pouze vstup 1, můžeme si dosazením  $x_2 = 0$  do produkční funkce vyjádřit, kolik jednotek vstupu 1 bude potřebovat:

$$y = 2x_1$$

$$x_1 = \frac{y}{2} = \frac{60}{2} = 30.$$

Náklady na výrobu 60 jednotek výstupu pouze pomocí vstupu 1 jsou  $w_1x_1 = 4 \times 30 = 120$ . Podobně můžeme spočítat náklady na výrobu 60 jednotek, pokud by firma použila pouze vstup 2. Firma bude k této výrobě potřebovat

$$x_2 = \frac{y}{3} = \frac{60}{3} = 20.$$

Náklady jsou pak  $w_2x_2 = 5 \times 20 = 100$ .

Jelikož jsou náklady při použití vstupu 2 nižší než při použití vstupu 1, firma bude vyrábět 60 jednotek výstupu pomocí 20 jednotek vstupu 2 a její náklady budou 100.

