

Teorie firmy, Dokonalá konkurence

Rostislav Staněk

November 15, 2012

Teorie firmy

Ukážmeme si

- Jak popsat technologii firmy
- Jak se firma rozhoduje
- Jak se odvozuje nabídka firmy a poptávka po výrobních faktorech
- Jak vypadá nabídka v prostředí dokonalé konkurence

Produkce

Produkční množina - kombinace takových vstupů a výstupů, které představují technologicky přijatelný způsob produkce

Produkční funkce - maximální objem produkce pro danou úroveň vstupu (hranice produkční množiny)

Uvažujeme 2 vstupy: x_1 a x_2 . Produkční funkce $f(x_1, x_2)$.

Izokvanta je množina všech kombinací vstupů x_1 a x_2 , které jsou akorát dostatečné pro výrobu určitého množství produkce

Technická míra substituce

Mezní produkt faktoru 1 (MP_1) - o kolik se zvýší produkce, zvýšíme-li rozsah faktoru 1 o jednotku a množství ostatních faktorů se nezmění.

$$MP = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

Technická míra substituce (TRS) - jaké dodatečné množství faktoru 2 potřebujeme, pokud chceme snížit množství faktoru 1 o malou část a přitom chceme vyrobit stejný výstup (sklon izokvanty)

$$TRS = \frac{\delta x_2}{\delta x_1} = -\frac{MP_1}{MP_2}$$

Příklad 1

Spočítejte technickou míru substituce (TRS) u následujících produkčních funkcí. Je mezní produkt faktorů x a y konstantní, klesající nebo rostoucí?

- 1 $f(x, y) = x + y$
- 2 $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$
- 3 $f(x, y) = 0,2x^{0,8}y^{1,2}$

Příklad 2

Jaké jsou výnosy z rozsahu u následujících produkčních funkcí:

- 1 $f(K, L) = \sqrt{K} + \sqrt{L}$
- 2 $f(K, L) = 1,6(K^{0,3} + L^{0,3})^3$
- 3 $f(K, L, N) = \min\left\{\frac{K^3}{L}, L^2, \frac{N^4 - K^4}{L^2}\right\}$

Maximalizace zisku

Firma si volí takový produkční plán, při kterém maximalizuje zisk.

Předpokládáme dokonale konkurenční trhy VF a produkce:
Firma nemůže ovlivnit ceny, za které nakupuje výrobní faktory,
a za které prodává své výrobky.

Zisk π je rozdíl mezi příjmy a náklady firmy.

Pokud firma prodává n produktů (y_1, \dots, y_n) za ceny (p_1, \dots, p_n)
a nakupuje m vstupů (x_1, \dots, x_m) za ceny (w_1, \dots, w_m) , její zisk je

$$\pi = \sum_{i=1}^n p_i y_i - \sum_{i=1}^m w_i x_i.$$

Maximalizace zisku v LR

V LR jsou všechny faktory variabilní – firma nemůže být ve ztrátě.

Firma v LR řeší následující problém:

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2.$$

Z podmínky prvního řádu vyplývá, že

$$pMP_1(x_1^*, x_2^*) = w_1$$

$$pMP_2(x_1^*, x_2^*) = w_2.$$

Hodnota mezního produktu každého faktoru se musí rovnat jeho ceně.



Maximalizace zisku v SR

V SR alespoň jeden faktor fixní – náklady na tento faktor firma platí, i když vyrábí nulový výstup \implies v SR může být firma ve ztrátě.

Máme dva vstupy, množství vstupu 2 \bar{x}_2 je fixní, $f(x_1, x_2)$ je produkční funkce, p je cena výstupu, w_1 a w_2 jsou ceny vstupů. Pak firma řeší následující problém:

$$\max_{x_1} pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2.$$

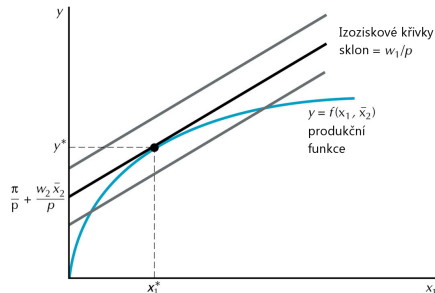
Z podmínky prvního řádu vyplývá, že

$$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1.$$

Maximalizace zisku v SR (pokračování)

Izoziskové křivky – kombinace vstupů a výstupů y , které přináší konstantní úroveň zisku π (vyšší linie odpovídá vyššímu zisku):

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2 \iff y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2\bar{x}_2}{p} + \frac{w_1}{p}x_1.$$



Projevená ziskovost

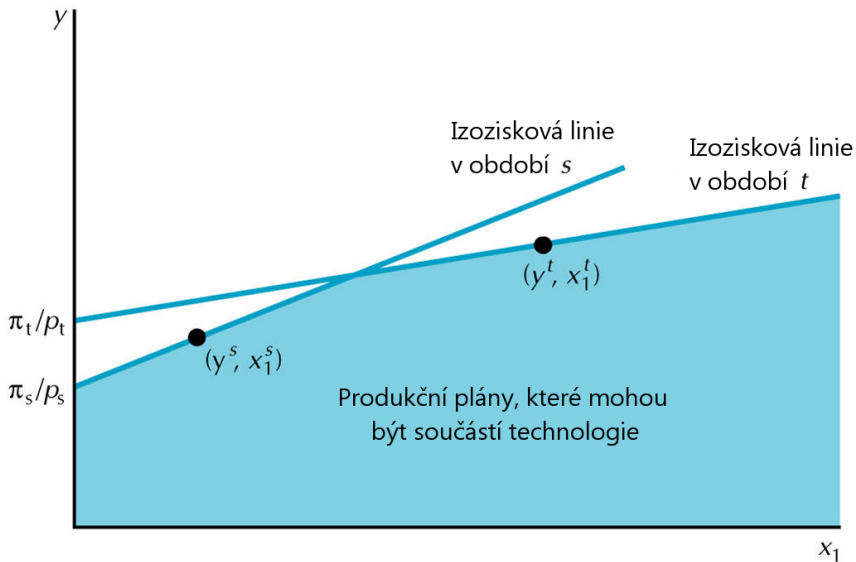
Firma maximalizující zisk ukazuje, že jí zvolená kombinace vstupů a výstupů je přijatelný výrobní plán, který je ziskovější, než jiné přijatelné výrobní plány.

Dva různé výběry při různých cenových úrovních:

- při cenách v čase t (p^t, w_1^t, w_2^t) firma zvolí (y^t, x_1^t, x_2^t) ,
- při cenách v čase s (p^s, w_1^s, w_2^s) firma zvolí (y^s, x_1^s, x_2^s) .

Slabý axiom maximalizace zisku (WAPM): Jestliže firma maximalizuje zisk a mezi časem t a s se nezmění její produkční funkce, pak musí platit, že

$$p^t y^t - w_1^t x_1^t - w_2^t x_2^t \geq p^t y^s - w_1^t x_1^s - w_2^t x_2^s$$
$$\text{a} \quad p^s y^s - w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s \geq p^s y^t - w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t.$$



Příklad 1

Dokonale konkurenční firma má produkční funkci

$f(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + 8\sqrt{x_2}$. Cena výrobního faktoru 1 je 100 Kč a cena výrobního faktoru 2 je 300 Kč. Cena výstupu je 600 Kč.

- 1 Jaké bude optimální množství obou výrobních faktorů?
- 2 Při jakém množství výstupu bude firma maximalizovat zisk?
- 3 Jak velký bude její zisk při tomto množství?

Příklad 3

Děda Lebeda používá při produkci sáčků s houbami h jediný vstup, hodiny své práce za den l . Když jde sbírat houby, jeho produkční funkce je $h = 2,5l$ pro $l \in [0, 2]$ a $h = 3 + l$ pro $l \geq 2$. Cena jednoho sáčku hub je 40 Kč. Když děda zrovna nesbírá houby, pracuje v místní továrně za 120 Kč za hodinu.

- 1 Kolik sáčků hub děda nasbírá, pokud maximalizuje zisk? K vysvětlení použijte graf s produkční funkcí dědy Lebedy a izoziskovými křivkami.
- 2 Díky dešti se produkční funkce dědy Lebedy změní na $h = 4l$ pro $l \in [0, 2]$ a $h = 4 + 2l$ pro $l \geq 2$. Kolik sáčků hub děda nasbírá, pokud maximalizuje zisk?

Příklad 4

Jája a Pája mají firmu na sběr lesních plodů. Jediný vstup, který používají, je jejich práce. Když nesbírají lesní plody, pracují u dědy Lebedy na zahradě. V pondělí, když jim byl děda ochotný platit 30 Kč za hodinu a cena sklenice lesních plodů byla 50 Kč, sbírali lesní plody 7 hodin a nasbírali 18 sklenic. V úterý, když jim byl děda ochotný platit 40 Kč na hodinu a cena sklenice lesních plodů byla 40 Kč, sbírali lesní plody 4 hodiny a nasbírali 16 sklenic.

Předpokládáme, že Jája a Pája mají pořád stejnou technologii.

- 1 Je chování Jáji a Páji konzistentní se slabým axiomem maximalizace zisku (WAPM)?
- 2 Nakreslete jejich technologii do grafu s množstvím práce na vodorovné a množstvím sklenic lesních plodů na svislé ose.

Minimalizace nákladů

Produkční funkce je $f(x_1, x_2)$, kde x_1 a x_2 jsou množství výrobních faktorů 1 a 2, a (w_1, w_2) jsou jejich ceny.

Chceme vyrobit dané množství produkce s nejnižšími možnými náklady. Tedy

$$\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{pro } f(x_1, x_2) = y.$$

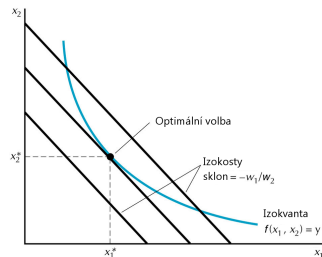
Izokosta – všechny kombinace vstupů x_1 a x_2 , které odpovídají dané úrovni nákladů C :

$$w_1 x_1 + w_2 x_2 = C \iff x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} x_1.$$

Minimalizace nákladů - řešení

Minimalizace nákladů - nalezení bodu na izokvantě, který odpovídá nejnižší izokostě. Pokud $x_1^*, x_2^* > 0$ a izokvanta je hladká křivka, pak

$$-\frac{MP_1(x_1^*, x_2^*)}{MP_2(x_1^*, x_2^*)} = \text{TRS}(x_1^*, x_2^*) = -\frac{w_1}{w_2}.$$



Podmíněná poptávka a nákladová funkce

Pokud vyřešíme minimalizaci nákladů, pak získáme:

Funkce podmíněné poptávky po faktoru $x_1(w_1, w_2, y)$ a $x_2(w_1, w_2, y)$ – jak závisí optimální volba výrobního faktoru na cenách vstupů a množství produktu.

Pokud dosadíme podmíněné poptávky do funkce $w_1x_1 + w_2x_2$
Nákladová funkce $c(w_1, w_2, y)$ – minimální náklady potřebné k produkci y jednotek výrobku v případě, že ceny jsou (w_1, w_2) .

Problém optimální výroby lze řešit dvojím způsobem

- 1 Přímou maximalizací zisku
- 2 Minimalizací nákladů \rightarrow odvozením nákladové funkce \rightarrow nalezením optimálního množství produkce, aby $MR = MC$

Příklad 1

Copycentrum vyrábí kopie s denní produkční funkcí

$f(L, K) = 500\sqrt{2LK}$, kde L je počet hodin práce a K je počet hodin kopírek. Náklady na hodinu práce jsou 200 Kč a náklady na hodinu kopírky jsou 100 Kč.

- 1 Napište rovnici izokosty. Nakreslete do grafu izokostu pro náklady 5 000 Kč, kde hodiny práce L budou na vodorovné ose. Jaký bude sklon této izokosty?
- 2 Pokud chce firma minimalizovat náklady, kolik hodin kopírky bude připadat na každou hodinu práce? Kolik hodin práce a kopírky bude potřeba na výrobu y kopií?

Příklad 5

Na pouť do české vesnice přijely kolotoče. Produkční funkce, která ukazuje počet prodaných lístků, je $f(x_1, x_2) = (\min\{100x_1, 50x_2\})^{1/2}$, kde x_1 jsou hodiny kolotoče a x_2 jsou hodiny práce. Jedna hodina kolotoče stojí 1 000 Kč a jedna hodina práce 200 Kč. Jaké jsou minimální náklady na prodej y lístků na kolotoč?

Příklad 6

Předpokládejte, že se jablečný džus vyrábí následovně. Koše jablek J se pěstují podle produkční funkce $J = P^{1/2}S^{1/2}$, kde P jsou hodiny práce a S je počet stromů. Litry jablečného džusu D se vyrábí z jablek podle produkční funkce $D = \min\{5J, 10P\}$. Pokud je cena stromu 20 Kč a cena práce 80 Kč za hodinu, jaké jsou náklady na produkci litru jablečného džusu?

Příklad 7

Firma LIMO používá při výrobě limonády dva vstupy. Když jsou ceny vstupů $(w_1, w_2) = (150, 70)$, firma používá množství vstupů $(x_1, x_2) = (15, 45)$. Když jsou ceny vstupů $(w'_1, w'_2) = (120, 240)$, firma používá množství vstupů $(x'_1, x'_2) = (40, 15)$. V obou případech je množství výstupu stejné. Je toto chování konzistentní se slabým axiomem minimalizace nákladů (WACM)?

Příklad 1

Máme dvě firmy A a B s krátkodobými produkčními funkcemi $f_A(x) = 20x$ a $f_B(x) = 20\sqrt{x}$, kde x je množství jediného vstupu, který firmy používají ve výrobě. Cena tohoto vstupu je $w = 1$.

- 1 Spočítejte funkce mezního produktu $MP(x)$ těchto firem.
- 2 Spočítejte funkce krátkodobých mezních nákladů $MC(y)$ u těchto firem.

Dokonalá konkurence

Trh je **dokonale konkurenční**, jestliže každá firma předpokládá, že je tržní cena nezávislá na akcích této firmy (na množství produkce).
Firmy jsou **příjemci ceny**.

Maximalizační problém firmy je

$$\max_y py - c(y) \quad \text{při omezení } y \geq 0.$$

Podmínka prvního řádu a druhého řádu je

$$p = MC(q) \quad MC'(q) \geq 0$$

Pokud firma maximalizuje zisk, zvolí si takový výstup y , při kterém

- se cena rovná mezním nákladům (podmínka prvního řádu),
- jsou mezní náklady rostoucí (podmínka druhého řádu).

Křivka nabídky v krátkém období

Nabídková křivka v SR – rostoucí část křivky MC , která leží nad úrovní křivky AVC .

Proč nad křivkou AVC ? Firma v krátkém období má dvě možnosti:

- vyrábět a mít zisk $py - c_v(y) - F$,
- uzavřít firmu (vyrábět $y = 0$) a mít zisk $-F$.

Firma ukončí výrobu, když:

$$py - VC(y) - F < -F \iff py < VC(y) \iff p < AVC(y).$$

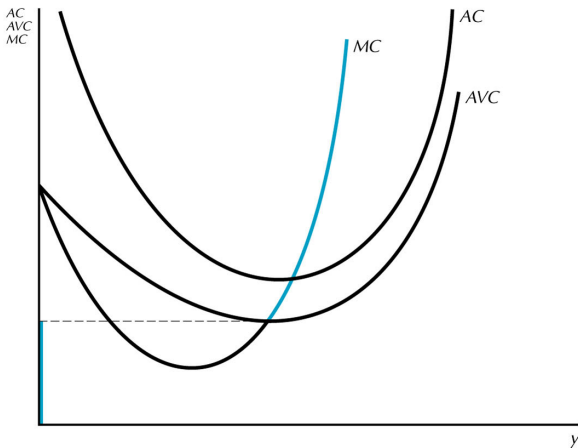


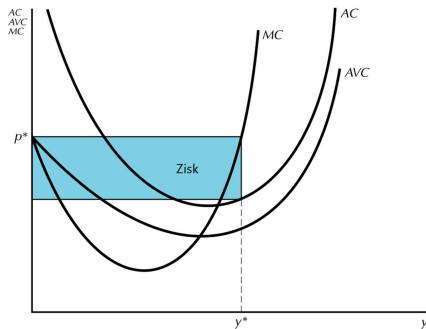
FIGURE 22.3 Average variable cost and supply

Intermediate Microeconomics, 8th Edition
Copyright © 2010 W. W. Norton & Company

Zisk

Zisk se rovná příjmy minus náklady:

$$\pi = p^* y^* - c(y^*) = p^* y^* - \frac{c(y^*)}{y^*} y^* = p^* y^* - AC(y^*) y^*.$$



Křivka nabídky v dlouhém období

Nabídková křivka v LR – rostoucí část křivky MC , která leží nad úrovní křivky AC .

Proč nad křivkou AC ? Firma v dlouhém období má dvě možnosti:

- vyrábět a mít zisk $py - c_v(y) - F$,
- odejít z odvětví a mít zisk 0.

Firma odejde z odvětví, když je její zisk menší než 0:

$$py - c(y) < 0 \iff AC(q) > p.$$

Když má technologie firmy konstantní výnosy z rozsahu, pak je křivka LAC konstantní a nabídka je horizontální.

Příklad 1

Přemek pěstuje rajčata. Od Toníčka si za 10 korun na den pronajal vyhřívaný skleník, ve kterém lze snadno pěstovat malé množství rajčat. Pokud chce ale zvýšit výnos, musí používat drahá hnojiva a pesticidy. Jeho nákladová funkce je tedy $c(y) = 5y^2 + 10$, kde y jsou kila vypěstovaných rajčat za den. Na trhu rajčat je Přemek příjemce ceny.

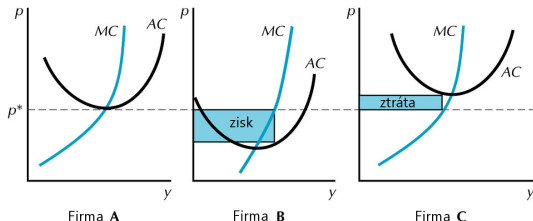
- 1 Odvoďte Přemkovy funkce $AC(y)$, $AVC(y)$, $MC(y)$ a nabídkovou funkci jeho firmy? Nakreslete tyto křivky do grafu.
- 2 Kolik kil rajčat za den Přemek vypěstuje při tržní ceně 10 korun. Jak velký bude jeho zisk?
- 3 Po sezóně vzrostla cena rajčat na 20 korun za kilo. Kolik rajčat vypěstuje nyní a jak velký bude jeho zisk?

Krátkodobá nabídka odvětví

V SR nemohou firmy přicházet a odcházet z odvětví, tzn.

$S(p) = \sum_{i=1}^n S_i(p)$ Rovnováhu v odvětví najdeme v SR následovně

- 1 Pomocí tržní poptávky a tržní nabídky získáme rovnovážnou cenu p^* .
- 2 Pomocí $MC = P$ zjistíme kolik nabízí jedna firma.
- 3 Zisk jednotlivých firem je pak $\pi = [p^* - AC(q^*)]q^*$. Firmy mohou mít nulový zisk (A), být v zisku (B) i ve ztrátě (C).



Rovnováha odvětví v LR

Firmy v dlouhém období mohou

- měnit rozsah krátkodobých fixních vstupů,
- vstupovat do odvětví a vystupovat z něj.

Mezi těmito dlouhodobými efekty není velký rozdíl. Např. nový výrobní závod může postavit stávající nebo nová firma. Rozdíl bude pouze ve vlastnictví tohoto závodu.

V dokonale konkurenčním odvětví máme **volný vstup a výstup**.

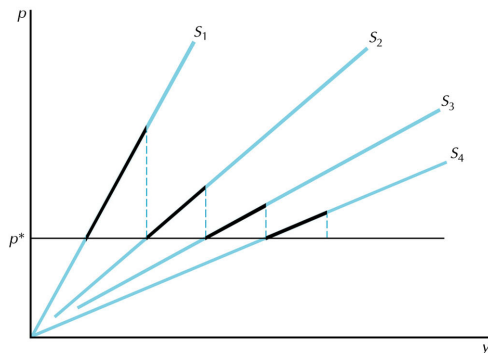
Dokonale konkurenční firmy pak

- odchází z odvětví, když jsou ve ztrátě,
- vstupují do odvětví, když očekávají, že budou v zisku.

Tržní nabídka v LR

Můžeme vyloučit všechny body na křivce $S_i(p)$, které

- leží pod úrovní ceny p^* ,
- odpovídají tržním množstvím větším než $S_{i+1}(p^*)$,
pokud předpokládáme klesající křivku tržní poptávky.



Nulový zisk a fixní faktory

Pokud máme volný vstup do odvětví, bude zisk v LR tlačen k nule.

Nulový zisk: každý výrobní faktor dostává svoje náklady příležitosti. Další výrobní faktory nemají motivaci do tohoto odvětví vstupovat.

Někdy je množství některých vstupů v odvětví fixní, protože

- jsou některé faktory přirozeně fixní (půda, suroviny, talent, ...),
- je množství faktorů omezené zákonem (licence, povolení, ...).

I v tomto případě možnost vstupu stlačuje ekonomické zisky k nule. Pokud firmy nemohou vstoupit do ziskového odvětví kvůli fixním faktorům, budou nakupovat fixní faktory, které jsou již v odvětví.

Tím zvyšují ceny fixních faktorů a stlačují ekonomický zisk k nule.



Příklad 1

Farmář Charles si může pronajmout pole (300 akrů). Každé jaro se musí rozhodnout, kolik polí si pronajme a oseje obilím. Na každém osetém poli v létě sklídí max. 500 tun obilí. Náklady na pronájem a osetí pole jsou 100 000 \$ a platí se v zimě za celý další rok. Další náklady související se sklizením, zpracováním a prodejem jedné tuny obilí jsou 100 \$. Tržní poptávka po obilí je $D(p) = 60\,000 - 50p$.

- 1 Charles si pronajal jedno pole. Kolik obilí sklídí, pokud bude jeho cena před sklizní 100 \$ za tunu? Jaký bude zisk?
- 2 Po neúspěšné sezóně se Charles chce domluvit v zimě se svým odběratelem na pevné ceně na příští sklizeň. Jakou minimální cenu bude ochotný akceptovat?
- 3 Pokud odběratelé slíbí minimální cenu z bodu (b) všem farmářům, kolik polí osejí tito farmáři obilím? Je odvětví v dlouhodobé rovnováze?

Příklad 2

Další jaro tedy farmáři osejí množství polí, které jste spočítali v bodě (c) předchozího příkladu. Údaje o poptávce a nákladech platí jako v předchozím příkladu kromě toho, že v průběhu roku výrobci kombajnů zavedou inovaci, která sníží náklady na sklizení jedné tuny obilí ze 100 na 80 \$.

- 1 Co se stane s cenou obilí? Nakreslete do grafu poptávku a krátkodobou nabídku obilí a vysvětlete její tvar.
- 2 Charlesův bratr Adam má osazené jedno pole obilím. Adam přemýšlí, že Charlesovi již osázené pole prodá. Kolik maximálně by byl Charles ochotný za toto pole zaplatit?
- 3 Pokud se poptávka po obilí nezmění, kolik polí farmáři osejí příští rok a jaká bude příští rok dlouhodobá rovnovážná cena?

Příklad 5

Máme dokonale konkurenční odvětví, kde má každá firma nákladovou funkci $C(q) = q^2 + 16$. Poptávka je v tomto odvětví $D(p) = 160 - p$. Kolik firem zde bude fungovat v dlouhém období?

Závěr

- Projděte si autokorekční cvičení
- Přijďte konzultovat (před zkouškovým obdobím)