1 Technologie

1. Spočítejte technickou míru substituce (TRS) u následujících produkčních funkcí. Je mezní produkt faktorů x a y konstantní, klesající nebo rostoucí?
   a) $f(x, y) = x + y$
   b) $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$
   c) $f(x, y) = 0,2x^{0,8}y^{1,2}$

2. Jaké jsou výnosy z rozsahu u následujících produkčních funkcí:
   a) $f(K, L) = K + 0,5L$
   b) $f(K, L) = \sqrt{K} + \sqrt{L}$
   c) $f(K, L) = 1,6(K^{0,3} + L^{0,3})^3$
   d) $f(K, L, N) = \min\{\frac{K^3}{L}, L^2, \frac{N^4-K^4}{L^2}\}$

3. Předpokládejte, že existuje jediný způsob výroby langošů, při kterém je na výrobu jednoho langoše potřeba 5 minut práce a 100 gramů těsta. Napište produkční funkci výroby langošů a nakreslete tvar izokvanty odpovídající produkci jednoho langoše.

4. Produkční funkce jedné firmy má funkční tvar $f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1}x_2$. Pokud bychom si nakreslili izokvanty této firmy tak, že budeme mít x_1 na vodorovné a x_2 na svislé ose, jaký by byl sklon linie, která bude vycházet z počátku souřadnic a bude protínat izokvanty v bodech se sklonem -2. Kdy se bude množství vstupů pohybovat podél této křivky?

2 Maximalizace zisku

1. Dokonale konkurenční firma má produkční funkci $f(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + 8\sqrt{x_2}$. Cena výrobního faktoru 1 je 100 Kč a cena výrobního faktoru 2 je 300 Kč. Cena výstupu je 600 Kč.
   a) Jaké bude optimální množství obou výrobních faktorů?
   b) Při jakém množství výstupu bude firma maximalizovat zisk?
   c) Jak velký bude její zisk při tomto množství?

2. Představte si, že máme přímou volbu prezidenta. Jeden z kandidátů si najal reklamní agenturu, které dá 100 000 Kč za každé procento hlasů, které u voleb získá. Závislost mezi procentním ziskem hlasů V a počtem bilboardů B, které tato agentura zakoupí, je $V = 100B/(B + 1)$. Pronájem jednoho billboardu stojí 100 000 Kč. Pokud tato agentura maximalizuje zisk, jaký počet bilboardů zakoupí?

3. Děda Lebeda používá při produkci sáčků s houbami h jediný vstup, hodiny své práce za den l. Když jde sbírat houby, lepší místa v lese obejde za 2 hodiny a pak už sbírá jen na horších místech. Jeho produkční funkce je tedy $h = 2,5l$ pro $l \in [0, 2]$ a $h = 3 + l$ pro $l \geq 2$. Cena jednoho sáčku hub je 40 Kč. Když děda zrovna nesbírá houby, pracuje v místní továrně za 120 Kč za hodinu.
   a) Kolik sáčků hub děda nasbírá, pokud maximalizuje zisk? K vysvětlení použijte graf s produkční funkcí dědy Lebedy a izoziskovými křivkami.
   b) Díky dešti se produkční funkce dědy Lebedy změní na $h = 4l$ pro $l \in [0, 2]$ a $h = 4 + 2l$ pro $l \geq 2$. Kolik sáčků hub děda nasbírá, pokud maximalizuje zisk? K vysvětlení použijte stejný graf jako v (a).

4. Jája a Pája mají firmu na sběr lesních plodů. Jediný vstup, který používají, je jejich práce. Když nesbírají lesní plody, pracují u dědy Lebedy na zahradě. Děda Lebeda jim platí různě podle typu práce, který je k dispozici, a cena lesních plodů na místním trhu se každý den mění. V pondělí, když jim byl děda ochotný platit 30 Kč za hodinu a cena sklenice lesních plodů byla 50 Kč, sbírali lesní plody 7 hodin a nasbírali 18 sklenic. V úterý, když jim byl děda ochotný platit 40 Kč na hodinu a cena sklenice lesních plodů byla 40 Kč, sbírali lesní plody 4 hodiny a nasbírali 16 sklenic. Předpokládáme, že Jája a Pája mají pořád stejnou technologii.
   a) Je chování Jáji a Páji konzistentní se slabým axiomem maximalizace zisku (WAPM)?
   b) Nakreslete jejich technologii do grafu s množstvím práce na vodorovné a množstvím sklenic lesních plodů na svislé ose.

5. Máme dokonale konkurenční firmu, která používá k výrobě jednoho produktu několik výrobních faktorů. Víme, že tato firma maximalizuje zisk. Kvůli krizi klesla cena jejich produktu o 5 Kč a cena práce o 200 Kč za hodinu. Firma sníží prodej produktu o 400 jednotek za měsíc. Co můžeme říci o změně v poptávaném množství práce?

3 Minimalizace nákladů

1. Copycentrum vyrábí kopie s denní produkční funkcí $f(L,K) = 500\sqrt{2LK}$, kde L je počet hodin práce a K je počet hodin kopírek. Náklady na hodinu práce jsou 200 Kč a náklady na hodinu kopírky jsou 100 Kč.
   a) Napište rovnici izokosty. Nakreslete do grafu izokostu pro náklady 5 000 Kč, kde hodiny práce L budou na vodorovné ose. Jaký bude sklon této izokosty?
   b) Pokud chce firma minimalizovat náklady, kolik hodin kopírky bude připadat na každou hodinu práce? Kolik hodin práce a kopírky bude potřeba na výrobu y kopií?
   c) Jaké budou celkové náklady potřebné pro výrobu 10 000 kopií? Do grafu z bodu (a) nakreslete izokvantu odpovídající produkci 10 000 kopií (tvar stačí přibližně), izokostu odpovídající těmto nákladům a vyznačte optimální kombinaci výrobních faktorů.

2. Faginova zlodějská banda se specializuje na kradení peněženek. Tento nekalý podnik má produkční funkci $f(x_1, x_2) = 3x_1 + x_2$, kde x_1 jsou hodiny práce zkušených kapsářů a x_2 jsou hodiny práce nezkušených kapsářů. Hodina práce zkušených kapsářů stojí Fagina 2 libry a hodina práce nezkušených kapsářů ho stojí 1 libru.
   a) Jaké budou Faginovy náklady na ukradení 30 peněženek? Nakreslete tuto minimalizaci nákladů do grafu.
   b) Jaké budou Faginovy náklady na ukradení 30 peněženek, pokud ho hodina práce zkušených kapsářů bude stát 4 libry? Zakreslete změnu do grafu z bodu (a).

3. Firma XYZ používá tři výrobní faktory x, y a z. Má produkční funkci $f(x,y,z) = (x+y)^{1/2}z^{1/2}$. Ceny těchto výrobních faktorů jsou $w_x = 100$ Kč, $w_y = 200$ Kč a $w_z = 300$ Kč. Kolikrát se zvýší celkové náklady, když se w_y zdvojnásobí?

4. Umělecký řezbář vyrábí dřevěné figurky podle produkční funkce $f(L,D) = \min\{L/4, D\}$, kde L jsou dny práce a D jsou hranoly lipového dřeva.
   a) Jaké budou náklady výroby 10 figurek, když ho hranol dřeva stojí 50 Kč a za den práce by si jinde vydělal 600 Kč? Zakreslete tuto minimalizaci nákladů do grafu.
   b) Jaké budou jeho náklady na výrobu 10 figurek, když bude řezbář od známého dostávat hranol dřeva za korunu? Zakreslete změnu do grafu z bodu (a).

5. Na pouť do české vesnice přijely kolotoče. Produkční funkce, která ukazuje počet prodaných lístků, je $f(x_1, x_2) = (\min\{100x_1, 50x_2\})^{1/2}$, kde x_1 jsou hodiny kolotoče a x_2 jsou hodiny práce. Jedna hodina kolotoče stojí 1 000 Kč a jedna hodina práce 200 Kč. Jaké jsou minimální náklady na prodej y lístků na kolotoč?

6. Předpokládejte, že se jablečný džus vyrábí následovně. Koše jablek J se pěstují podle produkční funkce $J = P^{1/2}S^{1/2}$, kde P jsou hodiny práce a S je počet stromů. Litry jablečného džusu D se vyrábí z jablek podle produkční funkce $D = \min\{5J, 10P\}$. Pokud je cena stromu 20 Kč a cena práce 80 Kč za hodinu, jaké jsou náklady na produkci litru jablečného džusu?

7. Firma LIMO používá při výrobě limonády dva vstupy. Když jsou ceny vstupů $(w_1, w_2) = (150, 70)$, firma používá množství vstupů $(x_1, x_2) = (15, 45)$. Když jsou ceny vstupů $(w_1', w_2') = (120, 240)$, firma používá množství vstupů $(x_1', x_2') = (40, 15)$. V obou případech je množství výstupu stejné. Je toto chování konzistentní se slabým axiomem minimalizace nákladů (WACM)?

4 Nákladové křivky

1. Máme dvě firmy A a B s krátkodobými produkčními funkcemi $f_A(x) = 20x$ a $f_B(x) = 20\sqrt{x}$, kde x je množství jediného vstupu, který firmy používají ve výrobě. Cena tohoto vstupu je $w = 1$.
   a) Spočítejte funkce mezního produktu $MP(x)$ těchto firem.
   b) Spočítejte funkce krátkodobých mezních nákladů $MC(y)$ u těchto firem.

2. Firma má následující nákladovou funkci: $c(y) = (4/3)y^3 - 4y^2 + 130y + 100$. Napište funkce
   a) fixních nákladů F,
   b) variabilních nákladů v_c,
   c) průměrných variabilních nákladů AVC,
   d) průměrných fixních nákladů AFC,
   e) průměrných nákladů AC,
   f) mezních nákladů MC.

3. Máme stejnou nákladovou funkci jako v předchozím příkladu.
   a) Pro jakou velikost výstupu se rovnají mezní náklady MC a průměrné variabilní náklady AVC?
   b) Při jakém výstupu bude funkce AVC minimální?
   c) Při jakém výstupu bude funkce MC minimální?
   d) Nakreslete graf s následujícími nákladovými funkcemi z předchozího příkladu: AVC, AFC, AC, MC.

4. Firma má mezní náklady $MC = 7y$. Jaké jsou celkové variabilní náklady této firmy při produkci 10 jednotek?

5. Firma má dva závody. První závod má nákladovou funkci $c_1(y_1) = 4y_1^2 + 10$ a druhý závod má nákladovou funkci $c_2(y_2) = 5y_2^2 + 20$. Pokud chce tato firma vyrobit 36 jednotek produkce s minimálními náklady, jak rozdělí produkci mezi jednotlivé závody?

6. Dlouhodobá produkční funkce jedné firmy je $y = \min\{M, L^{1/2}\}$, kde M je množství strojů a L je množství práce, které používá. Cena práce je 100 Kč a cena stroje 200 Kč. Jaká bude funkce dlouhodobých mezních nákladů?

5 Nabídka firmy

1. Přemek Podlaha pěstuje během celého roku rajčata. Od souseda Toníčka si za 10 korun na den pronajal vyhřívaný skleník, ve kterém lze snadno pěstovat malé množství rajčat. Pokud chce ale zvýšit výnos, musí používat drahá hnojiva a pesticidy. Jeho nákladová funkce je tedy $c(y) = 5y^2 + 10$, kde y jsou kila vypěstovaných rajčat za den. Na trhu rajčat je Přemek příjemce ceny.
   a) Odvoďte Přemkovy funkce průměrných nákladů $AC(y)$, průměrných variabilních nákladů $AVC(y)$, mezních nákladů $MC(y)$ a nabídkovou funkci jeho firmy? Nakreslete tyto křivky do grafu.
   b) Kolik kil rajčat za den Přemek vypěstuje při tržní ceně 10 korun. Jak velký bude jeho zisk? Vyznačte rovnovážné množství a zisk do grafu z bodu (a).
   c) Po sezóně vzrostla cena rajčat na 20 korun za kilo. Kolik rajčat vypěstuje nyní a jak velký bude jeho zisk? Opět vyznačte rovnovážné množství a zisk do grafu z bodu (a).

2. Toníček prodává cukrovou vatu na poutích podle produkční funkce $f(x_1, x_2) = \sqrt{\min\{2x_1, x_2\}}$, kde x_1 jsou hodiny pronájmu stánku a x_2 množství práce v hodinách. Hodinový pronájem stánku w_1 je 200 korun a náklady příležitosti jeho práce w_2 jsou 100 korun. Jak bude vypadat Toníčkova dlouhodobá nabídková funkce?

3. Jeden Přemkův kolega pěstitel má dlouhodobou funkci celkových nákladů $c(y) = 4y^2 + 1024$ za den.
   a) Jaké minimální množství rajčat za den by musel prodat, aby byl ochotný pokračovat v pěstování? Vysvětlete.
   b) Jaká bude jeho dlouhodobá křivka nabídky? Vysvětlete, jak tvar nabídkové křivky souvisí s průměrnými náklady.

4. Jsou následující výroky pravdivé? Vysvětlete.
   a) Když leží mezní náklady pod průměrnými fixními náklady, dokonale konkurenční firma by měla v krátkém období ukončit výrobu.
   b) Když je při určité ceně ztráta dokonale konkurenční firmy větší než její variabilní náklady, měla by ukončit výrobu.
   c) Když je dokonale konkurenční firma v dlouhém období ve ztrátě, ukončí výrobu.
   d) Když dostane dokonale konkurenční paušální dotaci, její nabízené množství se nezvýší.
   e) Když vláda uvalí dokonale konkurenční firmu množstevní daň, její nabízené množství se nezmění.

6 Nabídka odvětví

1. Charles Trask je farmář, který se živí pěstováním obilí. Charles si může pronajmout pole (všechna pole jsou stejně úrodná a mají plochu 300 akrů). Každé jaro se musí rozhodnout, kolik polí si pronajme a oseje obilím. Na každém osetém poli v létě sklidí 500 tun obilí a zbytek roku je nechá odpočívat. Náklady na pronájem a osetí pole jsou 100 000 \$ a platí se v zimě za celý další rok. Další náklady související se sklizením, zpracováním a prodejem jedné tuny obilí jsou 100 \$ (předpokládáme, že zemědělci nemají mezi zasetím a sklizní žádné náklady). Tržní poptávka po obilí je $D(p) = 60\,000 - 50p$.
   a) Na trhu s obilím panuje velká nejistota ohledně budoucí ceny. Charles si proto pronajal pouze jedno pole. Kolik obilí sklidí, pokud bude jeho cena před sklizní 100 \$ za tunu? Jak velký bude jeho zisk? Vysvětlete.
   b) Po neúspěšné sezóně se Charles chce domluvit v zimě se svým odběratelem na pevné ceně na příští sklizeň. Jakou minimální cenu bude ochotný akceptovat? Vysvětlete.
   c) Pokud odběratelé slíbí minimální cenu z bodu (b) všem farmářům, kolik polí osejí tito farmáři obilím? Je odvětví v dlouhodobé rovnováze? Vysvětlete.

2. Další jaro tedy farmáři osejí množství polí, které jste spočítali v bodě (c) předchozího příkladu. Údaje o poptávce a nákladech platí jako v předchozím příkladu kromě toho, že v průběhu roku výrobci kombajnů zavedou inovaci, která sníží náklady na sklizení jedné tuny obilí ze 100 na 80 \$.
   a) Co se stane s cenou obilí? Nakreslete do grafu poptávku a krátkodobou nabídku obilí a vysvětlete její tvar.
   b) Charlesův bratr Adam má osazené jedno pole obilím. Adam se ale chce odstěhovat na západ, a tak přemýšlí, že Charlesovi již osázené pole prodá. Kolik maximálně by byl Charles ochotný za toto pole zaplatit? Vysvětlete.
   c) Pokud se poptávka po obilí nezmění, kolik polí farmáři osejí příští rok a jaká bude příští rok dlouhodobá rovnovážná cena? Vysvětlete.
   d) * Jak by se změnily odpovědi v bodech (a), (b), a (c), kdyby místo inovace vláda v průběhu léta zavedla daň na obilí ve výši 20 \$ za tunu.

3. Půda na východním pobřeží USA, kde bydlí Charles, je mnohem méně úrodná než v Kalifornii, kam se přestěhoval Adam. Pro libovolné dodatečné náklady na akr půdy je úroda v Kalifornii vyšší než na východním pobřeží. Pokud jsou Adam i Charles příjemci ceny na stejném trhu s obilím a maximalizují zisk, kdo z nich bude mít vyšší mezní náklady a proč?

4. V jednom řeckém městě je 30 podnikatelů, kteří mají zájem nabízet kebab na jedné tržnici. Pronájem každého stánku na této tržnici stojí 12 euro za den. V nákladech na výrobu jednoho kebabu se ale tito podnikatelé liší. 10 z nich umí vyrobit kebab za 1 euro, 10 za 1,5 eura a 10 za dvě eura. Pokud je cena kebabu na této tržnici 2 eura a každý stánek prodá 40 kebabů za den, kolik kebabů se zde celkem prodá v dlouhém období?

5. Máme dokonale konkurenční odvětví, kde má každá firma nákladovou funkci $C(q) = q^2 + 16$. Poptávka je v tomto odvětví $D(p) = 160 - p$. Kolik firem zde bude fungovat v dlouhém období?

6. V kolem jedné vesnice v jedné banánové republice jsou všude banánové plantáže. Vypěstovat jeden trs banánů stojí 2 pesos a na trhu v této vesnici se dá prodat za 3 pesos. Doprava trsu banánů na trh stojí 0,1 pesos na kilometr. Pokud na jednom akru země vyroste 300 trsů banánů, jak velká bude ekonomická renta připadající na akr plantáže vzdálený 6 kilometrů od vesnice?

7. Tato otázka je založena na skutečných událostech. Čísla jsou ale vymyšlená. Pašeráci v Austrálii chytají papoušky Kakadu a posílají je do USA. Řekněme, že náklady na chycení papouška Kakadu a jeho dopravu do USA jsou 40 \$. Tito papoušci jsou zdrogovaní a pašovaní v zavazadlech. To je pro papoušky extrémně traumatické, takže jich 50 % zemře při přepravě. Pašování je samozřejmě zakázané pod pokutou 500 \$ (žádný další trest pašeráci nedostanou, akorát jim pašovaného papouška seberou). Pravděpodobnost, že papouška (mrtvého nebo živého) objeví při namátkových kontrolách je 10 %.
   a) Jaká bude rovnovážná cena papoušků Kakadu v USA?
   b) Jaká by byla rovnovážná cena papoušků Kakadu, pokud by jejich chytání a vyvážení bylo legální.

ŘEŠENÍ

6.1 Technologie

1. viz Varian str. 315-316. Mezní produkt lze spočíat jako parciální derivaci produkční funkce dle příslušného výrobního faktoru.
   a) TRS $= -1$, MP_x a MP_y – konstantní.
   b) TRS $= -1$, MP_x a MP_y – rostoucí.
   c) TRS $= (-2y)/(3x)$, MP_x – klesající, MP_y – rostoucí.
2. viz Varian str. 318-319
   a) Konstantní.
   b) Klesající.
   c) Klesající.
   d) Rostoucí.
3. Sklon této linie bude 4.
4. Dokonalé komplementy – produkční funkce bude $f(T, L) = \min\{(1/100)T, (1/5)L\}$, kde T je těsto a L je čas pracovníka v minutách. Tvar izokvanty je do L.

6.2 Maximalizace zisku

1. Zisková funkce je $py - w_1x_1 - w_2x_2$. Výstup y je dán produkční funkcí, dosadíme tedy do ziskové funkce a hledáme její maximum. Tzn. najdeme parciální derivace dle x_1 a x_2 a položíme rovno 0.
   a) $x_1^* = 36$, $x_2^* = 64$.
   b) $q^* = 76$.
   c) $\pi^* = 22\,800$ Kč.
2. Postup řešení je stejný jako v předchozím případě. 9
3. Řešte graficky. Hledáte nejvyšší izoziskovou přímku na kterou se může dostat při dané produkční funkci. Viz Varian str. 328-329
   a) 0 sáčků.
   b) 8 sáčků.
4. Ověříte, zda platí WAPM. Viz Varian str. 333
   a) Ano.
   b) Uvědomte si, že WAPM říká, že kombinace vstupů a výstupů po změně cen nemůže ležet nad původní izoziskovou přímkou a naopak.
5. Množství práce se nesmí snížit o víc než o 10 hodin za měsíc.

6.3 Minimalizace nákladů

Většina příkladů lze řešit na základě podkapitoly 19.1, případně apendixu ke kapitole 19.

1. a) $200L + 100K = C$, sklon $= -2$.
   b) Dvě hodiny kopírky na jednu hodinu práce. $L = y/1000$ a $K = y/500$.
   c) $c = 4000$ Kč.
2. a) 20 liber.
   b) 30 liber.
3. Celkové náklady zůstanou nezměněné.
4. a) 24 500 Kč.

b) 24 010 Kč.
5. $c = 14y^2$.
6. Nejprve provedete minimalizaci nákladů pro výrobu statku J. Náklady na výrobu 1 kusu J tvoří cenu faktoru J při výrobě statku D. 24 Kč.
7. Postup je popsán v podkapitole 19.2. Ano.

6.4 Nákladové křivky

1. a) $MP_A(x) = 20$ a $MP_B(x) = 10/\sqrt{x}$.
   b) viz Varian str. 355 $MC_A(y) = 1/20$ a $MC_B(y) = y/200$.
2. a) $F = 100$.
   b) $c_v = (4/3)y^3 - 4y^2 + 130y$.
   c) $AVC = (4/3)y^2 - 4y + 130$.
   d) $AFC = 100/y$.
   e) $AC = (4/3)y^2 - 4y + 130 + 100/y$.
   f) $MC = 4y^2 - 8y + 130$.
3. a) Pro $y = 0$ a $y = 3/2$.
   b) $y = 3/2$.
   c) $y = 1$.
   d) –
4. Celkové variabilní náklady je plocha pod křivkou mezních nákladů (zkuste vysvětlit proč). Výsledek je 350.
5. Viz Varian str. 259-360 $y_1 = 20$, $y_2 = 16$.
6. Najdete optimální množství M a L při daných cenách a množství. Vyjádříte kolik chce firma poptávat výrobního faktoru M a L při daném objemu produkce ($M = y\ \sqrt{L} = y$). Dosazením do funkce $w_M M + w_L L$ získáte funkci dlouhodobých nákladů. Mezní náklady jsou derivací dlouhodobých nákldů. $LMC = 200 + 200y$. (Viz Varian str. 348)

6.5 Nabídka firmy

1. Viz předchozí příklady a Varian podkapitola 21.3
   a) $AC(y) = 5y + 10/y$,
   $AVC(y) = 5y$,
   $MC(y) = 10y$,
   $S(y) = p/10$.
   b) $y = 1$, $\pi = -5$.
   c) $y = 2$, $\pi = 10$.
2. Podobně jako příklad 6 u nákladových křivek, příp. Varian podkapitola 21.8 $S(p) = p/400$.
3. a) 16.
   b) $S(p) = \begin{cases} p/8 & \text{pro } p \geq 128 \\ 0 & \text{pro } p < 128 \end{cases}$
4. a) Ne.
   b) Ano
   c) Ne. Odejde z odvětví.
   d) Ano.
   e) Ne.

6.6 Nabídka odvětví

1. a) cokkoliv mezi 0 a 500 tunami. Bude mít ztrátu 100 000 $.
   b) 300 $ za tunu.
   c) 90 polí. Ano, odvětví je v dlouhodobé rovnováze.
2. a) Cena obilí zůstane stejná – 300 $ za tunu.
   b) 110 000 $.
   c) Osejí 92 polí. Cena obilí bude 280 $.

d) (a) Cena obilí by se v krátkém období také nezměnila.
   (b) Charles by byl ochotný zaplatit 90 000 $.
   (c) Cena obilí by byla 320 $ a farmáři by příští rok oseli 88 polí.
3. Mezní náklady budou mít stejné.
4. 800.
5. 38. Nápověda: Využijte skutečnostim že v dlouhodobě rovnováze vyrábějí dokonale konkurenční firmy v minimu průměrných nákladů.
6. Viz Varian 22.6 a 22.7; 120 pesos.
7. a) 200 $.
   b) 40 $.