Rozpočtové omezení, preference a užitek

Varian, Mikroekonomie: moderní přístup, kapitoly 2, 3 a 4
Varian, Intermediate Microeconomics, 8e, Chapters 2, 3 a 4

Teorie spotřebitele

Spotřebitelé si volí nejlepší spotřební koš, který si mohou dovolit.

Příštích pět přednášek:

- rozpočtové omezení, preference a užitek
- volba a projevené preference
- poptávka a Slutského rovnice
- přebytek spotřebitele a tržní poptávka
- nejistota

Na této přednášce se dozvíte

- co je to linie rozpočtu a jak ji ovlivňují změny v příjmu a cenách,
- co jsou spotřebitelské preference a jaké mají vlastnosti,
- jak můžeme preference reprezentovat užitkovou funkcí,
- co je to monotónní transformace užitkové funkce,
- co je to mezní míra substituce a jak ji můžeme odvodit z užitkové funkce.

Rozpočtové omezení

Předpokládáme, že si spotřebitel vybírá spotřební koš (x_1, x_2), kde x_1 a x_2 jsou množství statků 1 a 2.

Rozpočtové omezení spotřebitele je $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$, kde

- p_1 a p_2 jsou ceny obou statků 1 a 2,
- a m je příjem.

Rozpočtová množina – koše, pro které platí, že $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$.

Linie rozpočtu (BL) – koše, pro které platí, že $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.

Rozpočtová množina a linie rozpočtu (graf)

Linie rozpočtu $p_1x_1 + p_2x_2 = m \iff x_2 = m/p_2 - (p_1/p_2)x_1$

Kompozitní statek

Teorie funguje pro víc než dva statky.

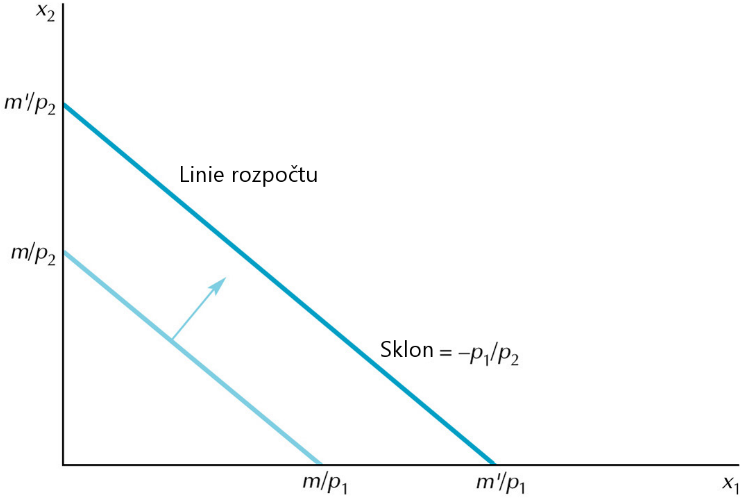
Jak to nakreslit do 2D grafu? Jeden ze statků může být kompozitní statek.

Kompozitní statek = ostatní spotřebovávané statky vyjádřené v peněžní hodnotě.

Cena kompozitního statku $p_2 = 1 \implies$ BL s kompozitním statkem je $p_1 x_1 + x_2 = m$.

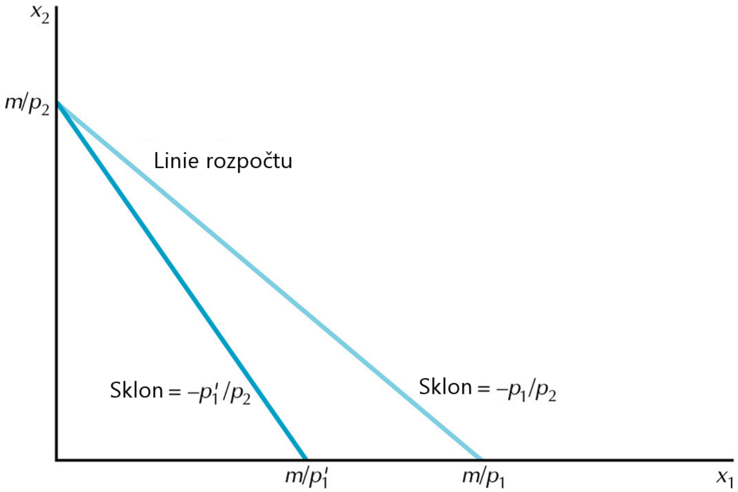
Změna příjmu

Růst příjmu z m na m' $\implies$ rovnoběžný posun ven.



Změna ceny

Růst ceny z p_1 na p_1' $\implies$ otočení dolů okolo svislého průsečíku.



Změna ve více proměnných

Vynásobení všech cen a příjmu t nezmění linii rozpočtu:

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = tm \iff p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

Vynásobení všech ceny t je stejné jako podělit příjem t:

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = m \iff p_1x_1 + p_2x_2 = \frac{m}{t}$$

Numeraire

Libovolnou cenu nebo příjem můžeme znormovat na hodnotu 1 a upravit ostatní proměnné tak, aby se nezměnila linie rozpočtu.

Numeraire = veličina znormovaná na hodnotu 1

Linie rozpočtu $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$:

- Stejná linie rozpočtu pro $p_1 = 1$:
$$x_1 + \frac{p_2}{p_1} x_2 = \frac{m}{p_1}$$
- Stejná linie rozpočtu pro $p_2 = 1$:
$$\frac{p_1}{p_2} x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$
- Stejná linie rozpočtu pro $m = 1$:
$$\frac{p_1}{m} x_1 + \frac{p_2}{m} x_2 = 1$$

Daně

Tři typy daní:

- **Množstevní** daň – spotřebitel zaplatí množství t za každou jednotku statku, kterou nakoupí.
  $\rightarrow$ Cena statku 1 se zvýší na $p_1 + t$.
- Daň **ad valorem** – spotřebitel platí určitý podíl τ z ceny.
  $\rightarrow$ Cena statku 1 se zvýší na $p_1 + \tau p_1 = (1 + \tau)p_1$.
- **Paušální** daň – množství daně je nezávislé na volbě spotřebitele.
  $\rightarrow$ Příjem spotřebitele se sníží o hodnotu daně.

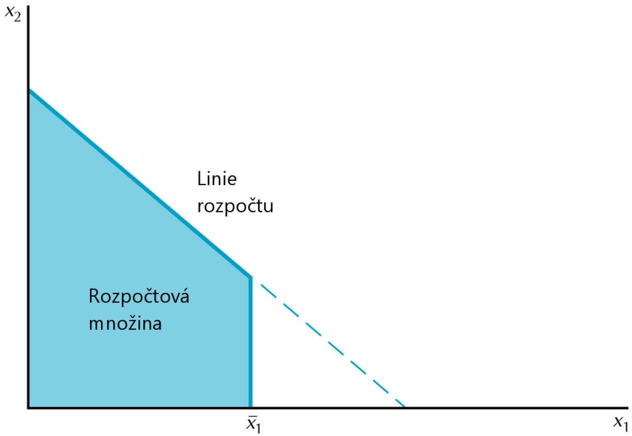
Dotace

Dotace – opačný efekt než u daní

- množstevní dotace s na statek 1
  $\rightarrow$ Cena statku 1 se sníží na $p_1 - s$.
- dotace ad valorem ve velikosti σ na statek 1
  $\rightarrow$ Cena statku 1 se sníží na $p_1 - \sigma p_1 = (1 - \sigma)p_1$.
- paušální dotace
  $\rightarrow$ Příjem se zvýší o hodnotu dotace.

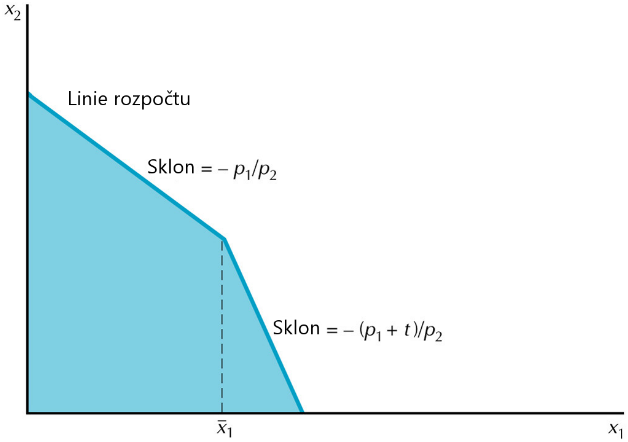
Přídělový systém

Pokud statek 1 podléhá přídělovému systému..., žádný spotřebitel nemůže spotřebovat větší množství statku 1 než $\bar{x}_1$.



Zdanění větší spotřeby než $\bar{x}_1$

Pokud je zdaněna pouze spotřeba statku 1 větší než $\bar{x}_1 \ldots$,
linie rozpočtu je strmější napravo od $\bar{x}_1$.



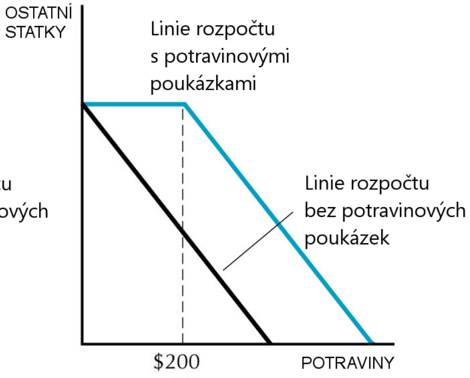
PŘÍPAD: Program potravinových poukázek v USA

Před rokem 1979 – dotace ad valorem na jídlo + přídělový systém

- dotace – lidé platili část hodnoty potravinové poukázky
- přídělový systém – maximální množství poukázek

Po roce 1979 – určitý počet potravinových poukázek zdarma

A Před rokem 1979



B Po roce 1979

Preference

Spotřebitel srovnává koše podle svých preferencí.

Preferenční relace budeme zapisovat následovně:

- koš X je **striktně preferovaný** před košem Y:

$$(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$$

- koš X je **slabě preferovaný** před košem Y (koš X je alespoň tak dobrý jako koš Y):

$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$$

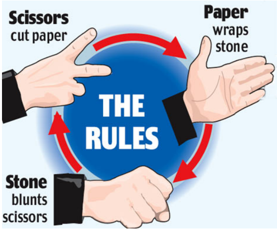
- spotřebitel je **indiferentní** mezi koši X a Y:

$$(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$$

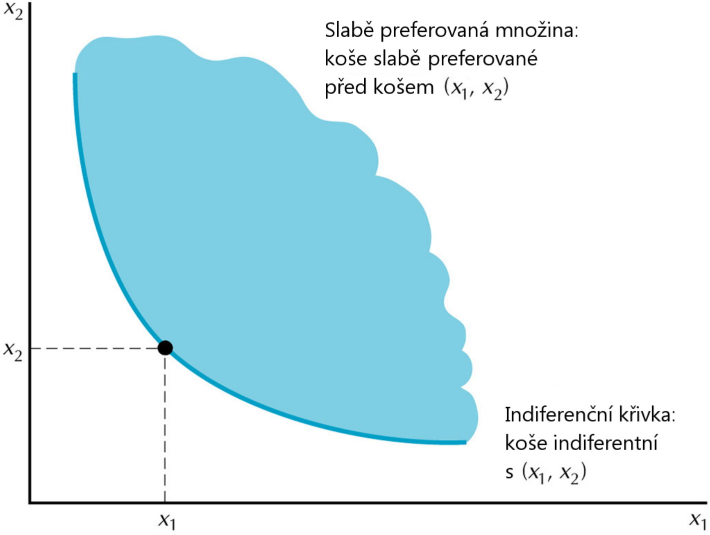
Předpoklady o preferencích

Předpoklady, díky kterým je možné seřadit koše podle preferencí:

- **Úplnost** — můžeme srovnat každé dva spotřební koše: $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$, nebo $(x_1, x_2) \preceq (y_1, y_2)$, nebo oboje
- **Reflexivita** — každý spotřební koš je alespoň tak dobrý jako on sám: $(x_1, x_2) \succeq (x_1, x_2)$
- **Tranzitivita** — pokud $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ a $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2)$, potom $(x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2)$

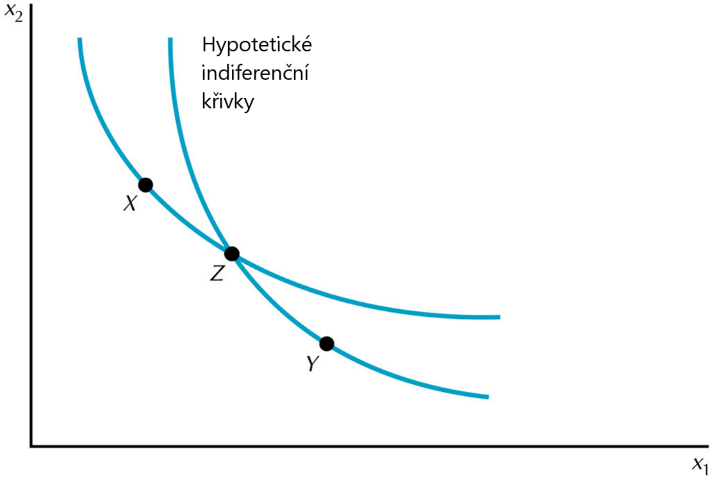


Slabě preferovaná množina a indiferenční křivka



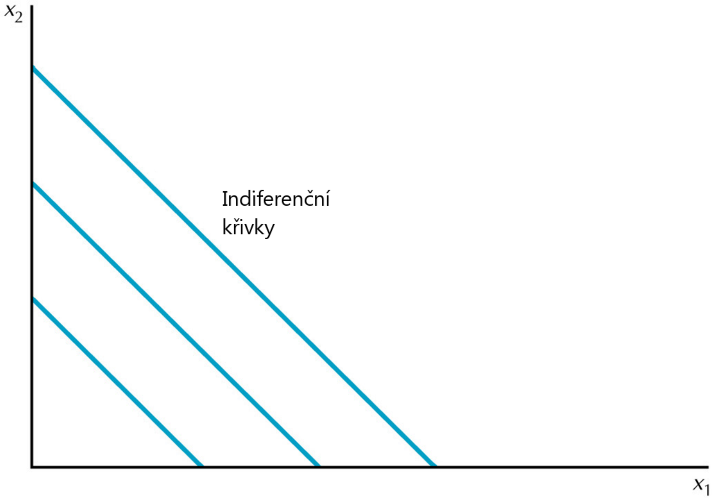
Dvě různé indiferenční křivky se nemohou křížit

Dvě různě IC takové, že $X \succ Y$. Proč se nemohou křižit?
Z tranzitivity vyplývá, když $X \sim Z$ a $Z \sim Y$, pak $X \sim Y$.



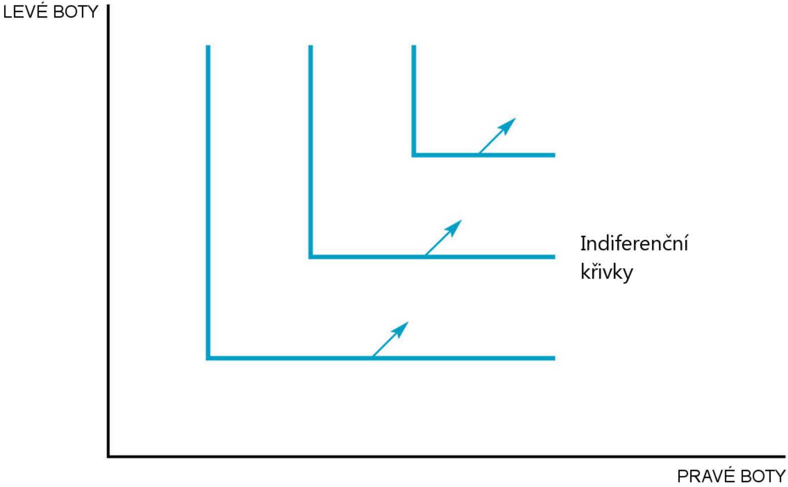
Příklady preferencí – dokonalé substituty

Spotřebitel je ochotný nahrazovat jeden statek druhým v konstantním poměru $\implies$ konstantní sklon indiferenční křivky (ne nutně -1).



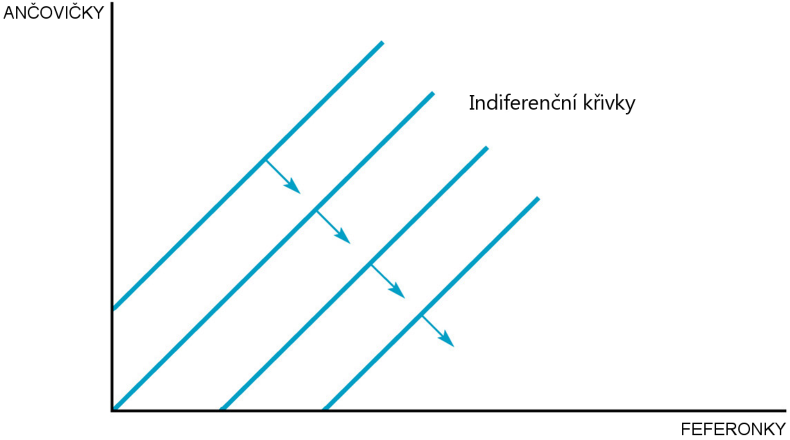
Příklady preferencí – dokonalé komplementy

Spotřeba v pevných proporcích (ne nutně 1:1).



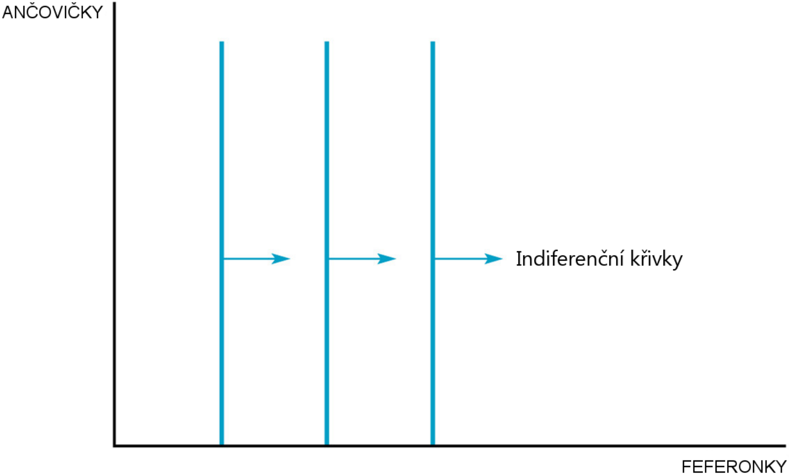
Příklady preferencí – nežádoucí statek

Spotřebitel má rád feferonky a ančovičky jsou pro něj **nežádoucí statek** = statek, který nemá rád.



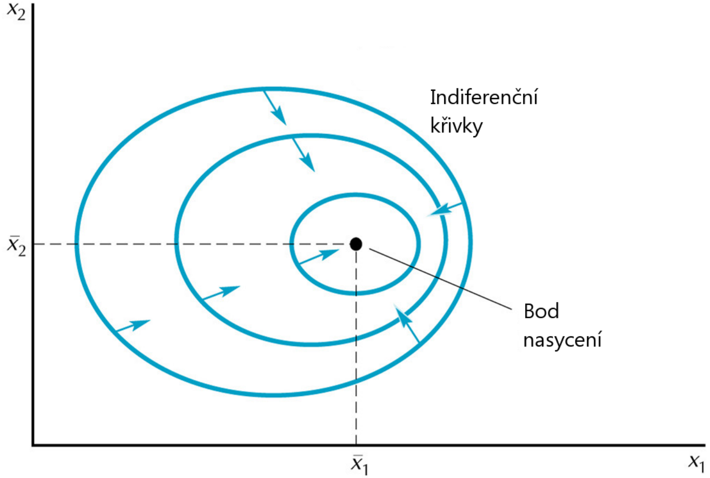
Příklady preferencí – lhostejný statek

Spotřebitel má rád feferonky a ančovičky jsou pro něj **lhostejný statek** = je mu jedno, zda jej spotřebovává.



Příklady preferencí – bod nasycení

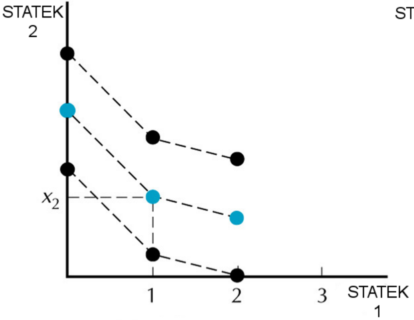
Bod nasycení je nejvíce preferovaný spotřební koš $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$. Když je spotřeba jednoho statku moc velká, stává se z něj nežádoucí statek.



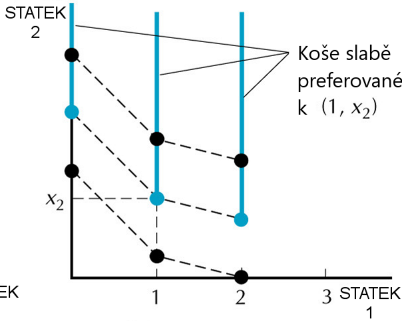
Příklady preferencí – diskrétní statky

Diskrétní statek není dělitelný – spotřeba v celých jednotkách:

- indiferenční "křivky" – množina diskrétních bodů
- slabě preferovaná množina – množina polopřímek



A Indiferenční "křivky"

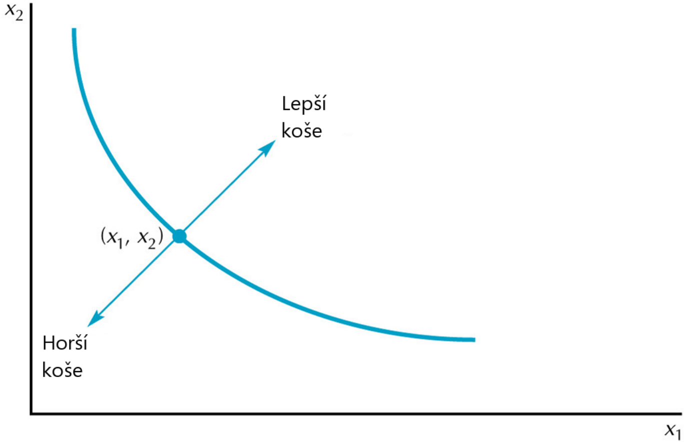


B Slabě preferovaná množina

Rozumné (well-behaved) preference

Předpoklady rozumných preferencí: monotónnost a konvexnost

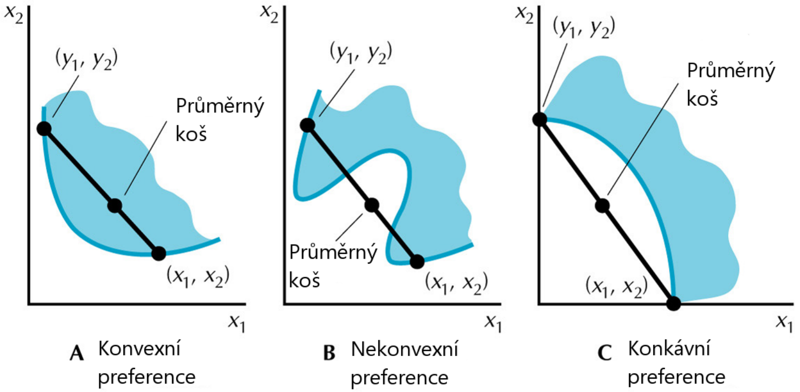
Monotónnost – čím víc, tím lépe (vylučuje nežádoucí statky) $\Longrightarrow$ indiferenční křivky mají negativní sklon.



Rozumné (well-behaved) preference (pokračování)

Konvexnost – pokud $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, pak pro všechna $0 \leq t \leq 1$ platí, že $(tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2) \succeq (x_1, x_2)$.

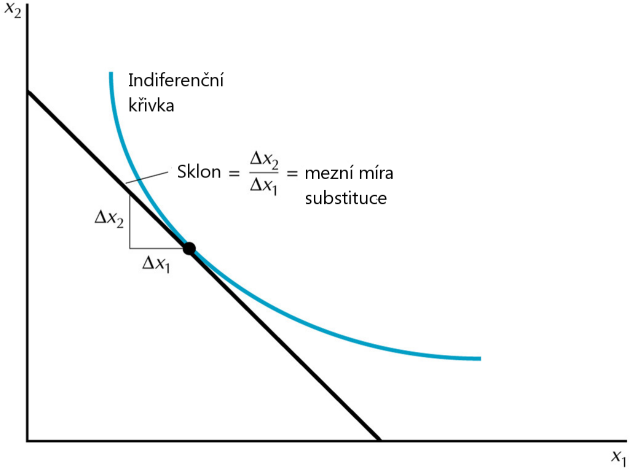
Striktní konvexnost – pokud $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, pro všechna $0 \leq t \leq 1$ platí, že $(tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2) \succ (x_1, x_2)$.



Mezní míra substituce

Mezní míra substituce (MRS) = sklon indiferenční křivky:

$$\text{MRS} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{dx_2}{dx_1}$$



Mezní míra substituce (pokračování)

Interpretace MRS:

- Kolika jednotek statku 2 jsem ochotný se vzdát, abych získal dodatečnou jednotku statku 1?
- **Mezní ochota zaplatit** – Kolik jsem ochotný zaplatit za dodatečnou jednotku statku 1? (Pokud je statek 2 kompozitní statek měřený v penězích.)

Snižující se mezní míra substituce – absolutní hodnota MRS klesá, když se posouváme podél indiferenční křivky doprava dolů.

Užitek

Dvě pojetí užitku:

Kardinální užitek - přisuzuje určitý význam velikosti rozdílu mezi užitky z různých košů:

- obtížné stanovit velikost užitku
- mnoho dalších problémů

Nebudeme používat.

Ordinální užitek - důležité je pouze pořadí spotřebních košů:

- snadné stanovit velikost užitku - preferovaný koš má vyšší užitek
- lze odvodit kompletní teorii poptávky

Ordinální užitek

Užitková funkce přiřazuje každému spotřebnímu koši určité číslo – více preferované spotřební koše dostávají vyšší čísla.

Jestliže $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$, potom $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$.

Tabulka: různá přiřazení užitku, která popisují stejné preference:

Koš	U_1	U_2	U_3
A	3	17	–1
B	2	10	–2
C	1	.002	–3

Monotónní transformace

Pozitivní monotónní transformace $f(u)$ je libovolná rostoucí funkce.

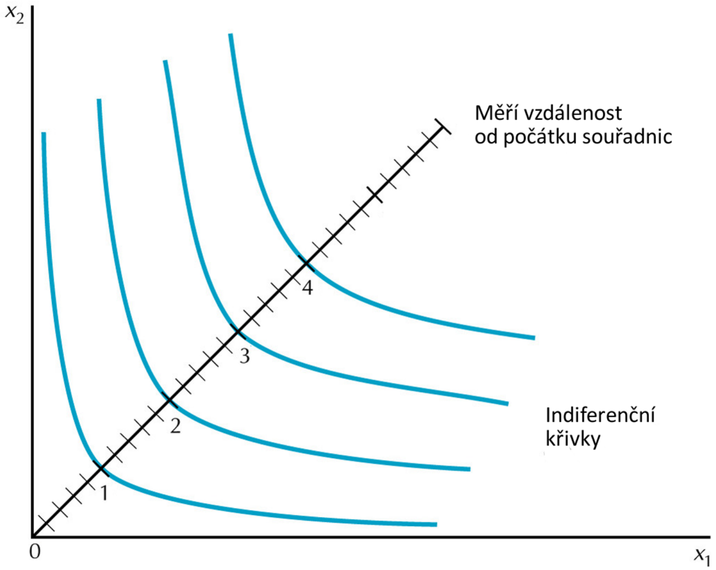
Příklady funkce $f(u)$: $f(u) = 3u$, $f(u) = u + 3$, $f(u) = u^3$.

Monotónní transformace užitkové funkce $f(u)$ popisuje stejné preference jako původní užitková funkce u.

Proč?

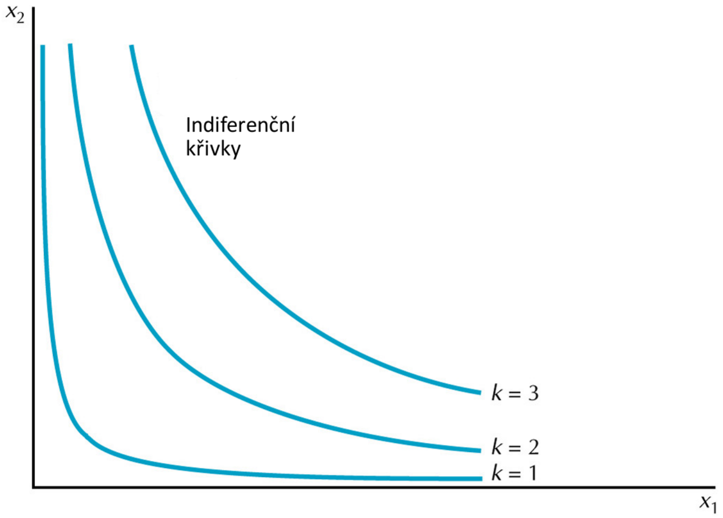
$u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, jen když $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$.

Konstrukce užitkové funkce z indiferenčních křivek



Konstrukce indiferenčních křivek z užitkové funkce

Užitková funkce $u(x_1, x_2) = x_1 x_2 \implies$ indiferenční křivky $x_2 = \frac{k}{x_1}$



Příklady užitkových funkcí

Dokonalé substituty – spotřebitel je ochotný směňovat

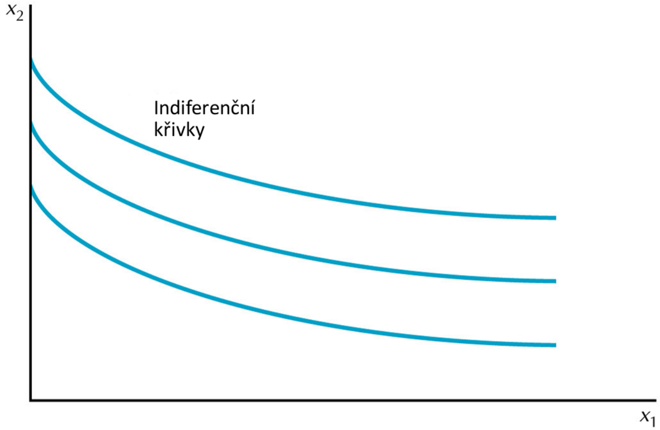
- statky v poměru 1:1 – důležitý je celkový počet:
  např. $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.
- 2 statky 2 za 1 statek 1 – statek 1 má dvojnásobnou váhu:
  např. $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$.

Dokonalé komplementy – spotřebitel poptává statky 1 a 2

- v poměru 1:1 – důležité menší množství:
  např. $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$
- v poměru 1:2 – statku 1 je potřeba poloviční množství:
  např. $u(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$.

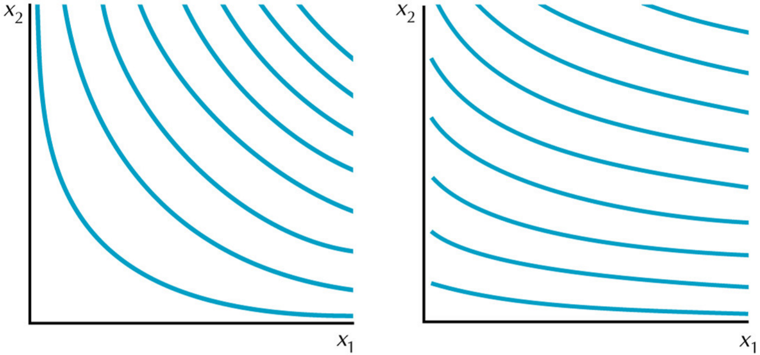
Příklady užitkových funkcí – kvazilineární preference

- Praktická užitková funkce – změna p_1 nemá důchodový efekt.
- Užitková funkce $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$,
  např. $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$ nebo $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$
- Indiferenční křivky jsou vertikálně paralelní.



Příklady užitkových funkcí – Cobb-Douglasovy preference

- Nejjednodušší užitková funkce reprezentující rozumné preference.
- Užitková funkce má tvar $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$.
- Výhodné používat transformaci $f(u) = u^{\frac{1}{c+d}}$ a psát $x_1^a x_2^{1-a}$, kde $a = c/(c+d)$.



A $c = 1/2\ d = 1/2$ **B** $c = 1/5\ d = 4/5$

Mezní užitek

Mezní užitek (MU) je změna užitku z nárůstu spotřeby jednoho statku, zatímco množství ostatních statků je konstantní.

Vypočítáme pomocí parciální derivace $u(x_1, x_2)$ podle x_1 nebo x_2.

Příklady:

- Jestliže $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, pak $MU_1 = \partial u / \partial x_1 = 1$
- Jestliže $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, pak $MU_2 = \partial u / \partial x_2 = (1-a) x_1^a x_2^{-a}$

Hodnota MU se mění při monotónní transformaci užitkové funkce. Pokud např. vynásobíme užitkovou funkci 2x, zvýší se i MU 2x.

Vztah mezi MU a MRS

Chceme změřit MRS = sklon indiferenční křivky $u(x_1, x_2) = k$, kde k je konstanta.

Zajímá nás změna (Δx_1, Δx_2), pro kterou bude užitek konstantní:

$$MU_1 \Delta x_1 + MU_2 \Delta x_2 = 0$$

$$\mathrm{MRS} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MU_1}{MU_2}$$

MRS tedy umíme spočítat z užitkové funkce. Např. pro $u = \sqrt{x_1 x_2}$:

$$MRS = -\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = -\frac{0{,}5 x_1^{-0{,}5} x_2^{0{,}5}}{0{,}5 x_1^{0{,}5} x_2^{-0{,}5}} = -\frac{x_2}{x_1}$$

Hodnota MRS se při monotónní transformaci nemění. Pokud např. vynásobíme užitkovou funkci 2x, MRS$= -\frac{2MU_1}{2MU_2} = -\frac{MU_1}{MU_2}$.

APLIKACE: Užitek z dojíždění

Lidé se rozhodují, zda jet do práce autobusem nebo autem.

Každý způsob dopravy představuje koš různých charakteristik, např.

- x_1 je doba chůze k dopravnímu prostředku,
- x_2 je doba jízdy do práce,
- x_3 je celkový náklad na cestu, atd.

Předpokládáme, že užitková funkce má lineární tvar $U(x_1, \ldots, x_n) = \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_n x_n$.

Potom můžeme z pozorovaných rozhodnutí lidí statisticky odhadnout parametry β_i, které nejlépe popisují tato rozhodnutí.

APLIKACE: Užitek z dojíždění (pokračování)

Domenich a McFadden (1975) odhadli následující užitkovou funkci:

$$U(TW, TT, C) = -0{,}147\,TW - 0{,}0411\,TT - 2{,}24\,C,$$

kde

- TW = celkový čas chůze k a od autobusu/auta v minutách,
- TT = celkový čas jízdy v minutách,
- C = celkové náklady na cestu v dolarech.

Konkrétní tvar užitkové funkce můžeme využít k řadě účelů. Můžeme:

- spočítat mezní míru substituce mezi dvěma charakteristikami
- předpovědět reakci zákazníků na změnu ve veřejné dopravě
- posoudit navrhovanou změnu (cost-benefit analysis)

Shrnutí

- Množina rozpočtových možností = dosažitelné spotřebních koše při daných cenách a příjmu.
- Linie rozpočtu je $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.
- Změna příjmu posouvá linii rozpočtu, změna ceny mění její sklon.
- Ekonomové předpokládají, že preference jsou úplné, reflexivní a tranzitivní $\implies$ spotřebitel umí seřadit spotřební koše podle preferencí.
- Rozumné (well-behaved) preference jsou monotónní a konvexní.

Shrnutí (pokračování)

- Užitková funkce reprezentuje preference.
- Číselné hodnoty užitku nemají samy o sobě žádný význam. Monotónní transformace užitkové funkce popisuje stejné preference.
- Mezní míra substituce (MRS) měří, kolik jednotek statku 2 je spotřebitel ochoten vyměnit za dodatečnou jednotku statku 1 $\text{MRS} = \Delta x_2 / \Delta x_1 = -MU_1/MU_2$.