Nejistota a rovnováha

Varian: Mikroekonomie: moderní přístup, kapitoly 12 a 16
Varian: Intermediate Microeconomics, 8e, Chapters 12 and 16

Na této přednášce se dozvíte

- jak vypadá rozhodování za rizika,
- jak souvisí funkce očekávaného užitku a předpoklad nezávislosti,
- co je to averze k riziku a vyhledávání rizika,
- co je to rovnováha,
- jaký mají daně vliv na rovnováhu,
- co je to Pareto efektivní situace.

Co si vybíráme?

Pravděpodobnostní rozdělení s různými spotřebami (= loterie).

Pravděpodobnostní rozdělení (loterie) = seznam všech možných spotřebních košů s pravděpodobností, s jakou je získám

$$L = \{p_1, p_2, ..., p_n\},$$

kde $p_n \geq 0$ je pravděpodobnost, že získám koš n, a kde $\sum_n p_n = 1$.

Příklad:

Vsadím se o poslední 100 Kč, kterou mám, že na minci padne orel. Když vyhraji, získám 200 Kč, když prohraji, nebudu mít nic.

Co si vybíráme?

Pravděpodobnostní rozdělení s různými spotřebami (= loterie).

Pravděpodobnostní rozdělení (loterie) = seznam všech možných spotřebních košů s pravděpodobností, s jakou je získám

$$L = \{p_1, p_2, ..., p_n\},$$

kde $p_n \geq 0$ je pravděpodobnost, že získám koš n, a kde $\sum_n p_n = 1$.

Příklad:

Vsadím se o poslední 100 Kč, kterou mám, že na minci padne orel.
Když vyhraji, získám 200 Kč, když prohraji, nebudu mít nic.

Tomuto případu odpovídá loterie $L = \{p_1, p_2\} = \{1/2, 1/2\}$,
kde výsledek 1 je 200 Kč a výsledek 2 je 0 Kč.

Podmíněná spotřeba

Výsledné stavy jsou různé důsledky určité náhodné události.

Příklad: U krádeže auta jsou dva výsledné stavy –
auto mi ukradnou nebo neukradnou.

Podmíněná spotřeba

Výsledné stavy jsou různé důsledky určité náhodné události.

Příklad: U krádeže auta jsou dva výsledné stavy –
auto mi ukradnou nebo neukradnou.

Pro jednoduchost se omezíme důsledky určité náhodné události s

- několika málo výslednými stavy
- a spotřebou vyjádřenou v peněžních jednotkách.

Podmíněná spotřeba

Výsledné stavy jsou různé důsledky určité náhodné události.

Příklad: U krádeže auta jsou dva výsledné stavy –
auto mi ukradnou nebo neukradnou.

Pro jednoduchost se omezíme důsledky určité náhodné události s

- několika málo výslednými stavy
- a spotřebou vyjádřenou v peněžních jednotkách.

Peníze na spotřebu v různých výsledných stavech můžeme chápat jako různé statky.

Příklad:

10 000 Kč může mít jinou hodnotu pro člověka, kterého postihla povodeň, než pro člověka, kterého povodeň nepostihla.
Podobně jako je zmrzlina v létě jiný statek než zmrzlina v zimě.

Volba podmíněného spotřebního plánu

Podmíněný spotřební plán říká, jakou spotřebu nebo bohatství budeme mít v různých výsledných stavech určité náhodné události.

K analýze volby podmíněného spotřebního plánu pro danou náhodnou událost můžeme použít standardní teorii spotřebitelské volby, protože

- *podmíněný spotřební plán* je spotřební koš,
- máme *rozpočtové omezení* (např. dané pojistným),
- máme definované *preference* nad různými spotřebními plány.

Spotřebitel si volí nejlepší spotřební plán, který si může dovolit.

Příklad – pojištění

Spotřebitel plánuje v tomto roce utratit 35 000.

S pravděpodobností 1 % dojde k nehodě –
bude si muset koupit nové auto za 10 000.

Příklad – pojištění

Spotřebitel plánuje v tomto roce utratit 35 000.

S pravděpodobností 1 % dojde k nehodě –
bude si muset koupit nové auto za 10 000.

Jeho podmíněný spotřební plán je $(c_b, c_g) = (25\,000, 35\,000)$, kde

- špatný výsledný stav b nastane s pravděpodobností 1 %,
- dobrý výsledný stav g nastane s pravděpodobností 99 %.

Příklad – pojištění (pokračování)

Pojištění umožní spotřebiteli volit mezi více spotřebními plány.

Pokud zaplatí pojistné γK, dostane v případě nehody částku K.

Spotřebitel si volbou K vybírá mezi spotřebními plány $(c_b, c_g) = (25\,000 + K - \gamma K, 35\,000 - \gamma K)$

Např. pokud je $\gamma = 0{,}1$ a spotřebitel si zvolí $K = 10\,000$, jeho spotřeba bude $(c_b, c_g) = (34\,000, 34\,000)$.

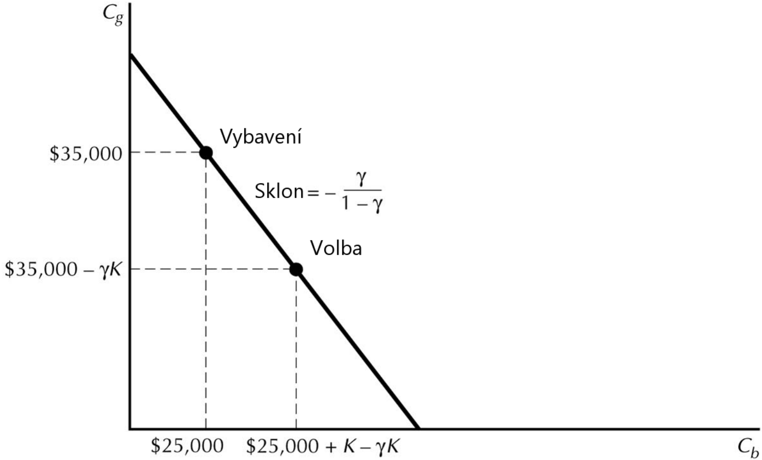
Když substitucí z rovnic

$$c_b = 25\,000 + K - \gamma K$$

$$c_g = 35\,000 - \gamma K$$

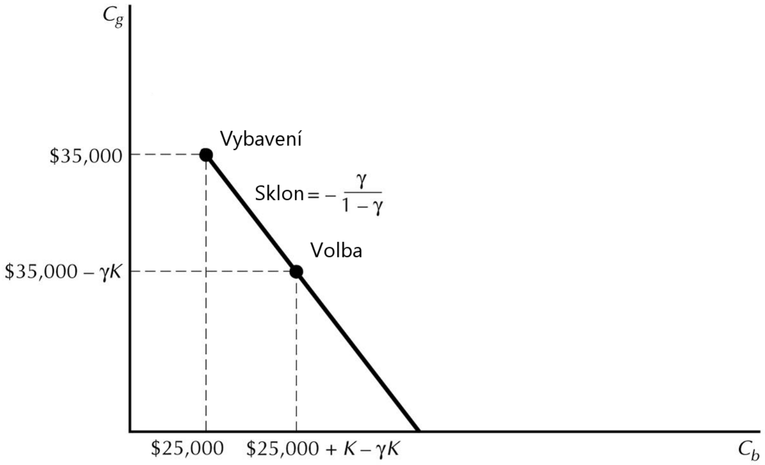
odstraníme K, získáme linii rozpočtu.

Linie rozpočtu (BL): $c_g = \underbrace{35\,000 + \frac{\gamma}{(1-\gamma)} 25\,000}_{\text{průsečík se svislou křivkou}} - \underbrace{\frac{\gamma}{(1-\gamma)}}_{\text{sklon BL}} c_b.$



Příklad – pojištění (pokračování)

Linie rozpočtu (BL): $c_g = \underbrace{35\,000 + \frac{\gamma}{(1-\gamma)} 25\,000}_{\text{průsečík se svislou křivkou}} - \underbrace{\frac{\gamma}{(1-\gamma)}}_{\text{sklon BL}} c_b.$



Příklad – pojištění (pokračování)

Jaké pojištění si spotřebitel zvolí?

Příklad – pojištění (pokračování)

Jaké pojištění si spotřebitel zvolí? To záleží na jeho preferencích.

Např. vztahu spotřebitele k riziku:

- Pokud je konzervativní, zvolí si vysoké pojistné krytí.
- Pokud má rád riziko, nemusí si třeba koupit žádné pojištění.

Než budeme pokračovat v příkladu s pojištěním, ukážeme si

- jak preference za nejistoty reprezentujeme užitkovou funkcí,
- jaké mají tyto užitkové funkce vlastnosti,
- jak pomocí užitkové funkce reprezentujeme vztah k riziku.

Reprezentace preferencí pomocí užitkové funkce

Preference mezi spotřebou v různých výsledných stavech budou záviset na *pravděpodobnostech*, že tyto stavy nastanou.

Např. pravděpodobnost nehody π ovlivní moji *mezní míru substituce* spotřeby v obou výsledných stavech. Čím větší je π, tím víc c_g jsem ochotný obětovat za dodatečnou jednotku c_b (dražší pojištění).

Reprezentace preferencí pomocí užitkové funkce

Preference mezi spotřebou v různých výsledných stavech budou záviset na *pravděpodobnostech*, že tyto stavy nastanou.

Např. pravděpodobnost nehody π ovlivní moji *mezní míru substituce* spotřeby v obou výsledných stavech. Čím větší je π, tím víc c_g jsem ochotný obětovat za dodatečnou jednotku c_b (dražší pojištění).

Obecný tvar užitkové funkce, pomocí které můžeme reprezentovat preference pro spotřební plán se dvěma výslednými stavy, je

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2),$$

kde

- c_1 a c_2 je spotřeba ve stavech 1 a 2,
- π_1 a π_2 jsou pravděpodobnosti, že nastanou stavy 1 a 2.

Příklady užitkových funkcí

- Dokonalé substituty:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2$$

$\pi_1 c_1 + \pi_2 c_2$ je **očekávaná hodnota** dané události.

- Cobb-Douglasova užitková funkce:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = c_1^{\pi_1} c_2^{\pi_2}$$

Někdy může být užitečné použít následující monotónní transformaci této užitkové funkce:

$$\ln u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2$$

Von Neumann-Morgensternova užitková funkce

Von Neumann-Morgensternova užitková funkce má tvar

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2),$$

kde $v(c_1)$ a $v(c_2)$ jsou funkce užitku v jednotlivých stavech.

Von Neumann-Morgensternova užitková funkce

Von Neumann-Morgensternova užitková funkce má tvar

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2),$$

kde $v(c_1)$ a $v(c_2)$ jsou funkce užitku v jednotlivých stavech.

V příkladech užitkových funkcí na předchozím slajdu:

- u dokonalých substitutů $v(c) = c$
- u Cobb-Douglasovy užitkové funkce $v(c) = \ln c$

Tato funkce se také nazývá **funkce očekávaného užitku** – $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$ se rovná **očekávanému užitku** spotřeby v jednotlivých stavech $\pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$.

Pozitivní afinní transformace

Spotřebitelské preference reprezentovány *funkcí očekávaného užitku* $=$ užitková funkce má **aditivní formu** (součet).

Libovolná monotónní transformace funkce očekávaného užitku popisuje stejné preference, ale nemusí mít aditivní tvar.

Např. funkce $\pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2$ a $c_1^{\pi_1} c_2^{\pi_2}$ popisují stejné Cobb-Douglasovy preference, ale $c_1^{\pi_1} c_2^{\pi_2}$ nemá aditivní formu.

Pozitivní afinní transformace

Spotřebitelské preference reprezentovány *funkcí očekávaného užitku* $=$ užitková funkce má **aditivní formu** (součet).

Libovolná monotónní transformace funkce očekávaného užitku popisuje stejné preference, ale nemusí mít aditivní tvar.

Např. funkce $\pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2$ a $c_1^{\pi_1} c_2^{\pi_2}$ popisují stejné Cobb-Douglasovy preference, ale $c_1^{\pi_1} c_2^{\pi_2}$ nemá aditivní formu.

Pozitivní afinní transformace $t(u)$ – typ monotónní transformace, který zachovává aditivní formu užitkové funkce:

$$t(u) = au + b \text{ kde } a > 0.$$

Pozitivní afinní transformace znamená vynásobení původního užitku konstantou a nebo přičtení konstanty b.

Proč je funkce očekávaného užitku rozumná?

Mějme náhodnou událost se 3 výslednými stavy:

- s pravděpodobností π_v můj dům příští rok vyhoří – spotřeba c_v,
- s pravděpodobností π_n můj dům příští rok nevyhoří – spotřeba c_n,
- s pravděpodobností π_p tento rok svůj dům prodám – spotřeba c_p.

Za nejistoty může nastat *jen jeden* výsledný stav náhodné události.
$\Longrightarrow$ Je zde přirozená *nezávislost* mezi hodnotou jednotlivých stavů.

Např. c_p neovlivňuje míru, při které jsem ochotný nahrazovat c_v za c_n.

Proč je funkce očekávaného užitku rozumná?

Mějme náhodnou událost se 3 výslednými stavy:

- s pravděpodobností π_v můj dům příští rok vyhoří – spotřeba c_v,
- s pravděpodobností π_n můj dům příští rok nevyhoří – spotřeba c_n,
- s pravděpodobností π_p tento rok svůj dům prodám – spotřeba c_p.

Za nejistoty může nastat *jen jeden* výsledný stav náhodné události.
$\Longrightarrow$ Je zde přirozená *nezávislost* mezi hodnotou jednotlivých stavů.

Např. c_p neovlivňuje míru, při které jsem ochotný nahrazovat c_v za c_n.

Tuto nezávislost dobře reprezentuje funkce očekávaného užitku

$$u(c_v, c_n, c_p, \pi_v, \pi_n, \pi_p) = \pi_v v(c_v) + \pi_n v(c_n) + \pi_p v(c_p).$$

MRS mezi spotřebami ve stavu v a n nezávisí na spotřebě ve stavu p:

$$\text{MRS}_{vn} = -\frac{\pi_v \frac{\partial v(c_v)}{\partial c_v}}{\pi_n \frac{\partial v(c_n)}{\partial c_n}}.$$

Srovnání s rozhodováním za jistoty

Moje preference u 3 statků (čaj, káva, mléko) $= (c, k, m)$ mohou být reprezentovány např. užitkovou funkcí

$$u(c, k, m) = 2c + km.$$

Mezní míra substituce mezi c a k je

$$\mathrm{MRS}_{ck} = -\frac{2}{m}.$$

MRS mezi čajem a kávou závisí na množství mléka m.

Při rozhodování za jistoty lze spotřebovávat *více statků zároveň*.
$\Longrightarrow$ Nelze *a priori* vyloučit některé tvary užitkové funkce.

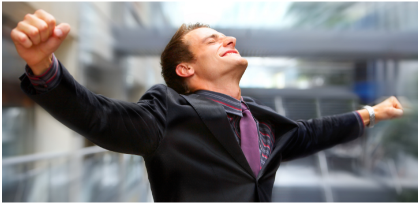
DODATEK: Předpoklad nezávislosti

Abychom mohli reprezentovat preference pomocí funkce očekávaného užitku, potřebujeme předpoklad nezávislosti.

Preferenční relace $\succeq$ splňuje **předpoklad nezávislosti**, jestliže pro všechny trojice loterií L, L' a L'' a pro parametr $\alpha \in (0,1)$ platí, že

$$L \succeq L' \quad \text{tehdy a jen tehdy, jestliže} \quad \alpha L + (1-\alpha)L'' \succeq \alpha L' + (1-\alpha)L''.$$

Jinými slovy: Jestliže smícháme libovolné dvě loterie se třetí loterií, preference mezi dvěma smíchanými loteriemi *nezávisí* na třetí loterii.



DODATEK: Příklad volby za rizika

Petr může jít na večeři do restaurace A nebo do restaurace B.
Rozlišuje tři různé kvality jídla: dobré D, průměrné P a špatné S.

Restaurace A má výborného kuchaře, který ale často nemá svůj den:
S pravděpodobností 50 % dostane D a s pravděpodobností 50 % S.

Kuchař v restauraci B není tak dobrý, ale zato podává stabilní výkony:
S pravděpodobností 90 % dostane P a s pravděpodobností 10 % S.


DODATEK: Příklad volby za rizika (pokračování)

Jakou restauraci si Petr vybere?

DODATEK: Příklad volby za rizika (pokračování)

Jakou restauraci si Petr vybere? To záleží na jeho preferencích.

Předpokládejme, že má takovou funkci očekávaného užitku, že si vybere restauraci A, tedy že

$$0{,}5v(D) + 0{,}5v(S) > 0{,}9v(P) + 0{,}1v(S). \tag{1}$$

DODATEK: Příklad volby za rizika (pokračování)

Jakou restauraci si Petr vybere? To záleží na jeho preferencích.

Předpokládejme, že má takovou funkci očekávaného užitku, že si vybere restauraci A, tedy že

$$0{,}5v(D) + 0{,}5v(S) > 0{,}9v(P) + 0{,}1v(S). \tag{1}$$

Jak se změní jeho volba, když se dozví, že v obou restauracích mu s pravděpodobností 50 % uvaří Zdeněk Pohlreich výborné jídlo V?

DODATEK: Příklad volby za rizika (pokračování)

Jakou restauraci si Petr vybere? To záleží na jeho preferencích.

Předpokládejme, že má takovou funkci očekávaného užitku,
že si vybere restauraci A, tedy že

$$0{,}5v(D) + 0{,}5v(S) > 0{,}9v(P) + 0{,}1v(S). \tag{1}$$

Jak se změní jeho volba, když se dozví, že v obou restauracích mu
s pravděpodobností 50 % uvaří Zdeněk Pohlreich výborné jídlo V?

Nijak. Tato informace zvýší užitek obou restaurací stejně.
Pokud platí (1), pak musí také platit, že

$$\frac{1}{2}v(V) + \frac{1}{2}\Big(0{,}5v(D) + 0{,}5v(S)\Big) > \frac{1}{2}v(V) + \frac{1}{2}\Big(0{,}9v(P) + 0{,}1v(S)\Big).$$

Předpoklad nezávislosti říká, že pokud budou navíc obě restaurace
vařit V se stejnou pravděpodobností, Petrova volba se nezmění.

EXPERIMENT: Televizní soutěž

Představte si, že jste dva týdny po sobě vyhráli televizní soutěž a po každé výhře jste dostali na výběr mezi dvěma různými loteriemi:

1. týden:

1. 100 % – 500 000 Kč
2. 1 % – 0 Kč
   10 % – 2 500 000 Kč
   89 % – 500 000 Kč

2. týden:

1. 11 % – 500 000 Kč
   89 % – 0 Kč
2. 10 % – 2 500 000 Kč
   90 % – 0 Kč

EXPERIMENT: Televizní soutěž – Allais paradox

Z předpokladu nezávislosti vyplývá, že byste si měli v obou týdnech vybrat stejně, buď ① nebo ②.

		Pravděpodobnosti	
		1/11	10/11
1. týden	①	500 000	500 000
	②	0	2 500 000
2. týden	①	500 000	500 000
	②	0	2 500 000

U obou týdnů jsou volby ① i ② u prvních dvou sloupců shodné.

EXPERIMENT: Televizní soutěž – Allais paradox

Z předpokladu nezávislosti vyplývá, že byste si měli v obou týdnech vybrat stejně, buď ① nebo ②.

		Pravděpodobnosti		
		11/100×(1/11	10/11)	89/100
1. týden	①	500 000	500 000	500 000
	②	0	2 500 000	500 000
2. týden	①	500 000	500 000	0
	②	0	2 500 000	0

U obou týdnů jsou volby ① i ② u prvních dvou sloupců shodné.

Přimícháním třetí loterie 0,89×500 000 nebo 0,89×0 vzniknou původní volby.

EXPERIMENT: Televizní soutěž – Allais paradox

Z předpokladu nezávislosti vyplývá, že byste si měli v obou týdnech vybrat stejně, buď ① nebo ②.

		Pravděpodobnosti		
		1/100	10/100	89/100
1. týden	①	500 000	500 000	500 000
	②	0	2 500 000	500 000
2. týden	①	500 000	500 000	0
	②	0	2 500 000	0

U obou týdnů jsou volby ① i ② u prvních dvou sloupců shodné.

Přimícháním třetí loterie $0{,}89 \times 500\,000$ nebo $0{,}89 \times 0$ vzniknou původní volby. Z předpokladu nezávislosti plyne, že se mezi 1. a 2. týdnem nezmění preference mezi ① a ②.

Vztah k riziku

Spotřebitel, který má majetek v hodnotě 10 \$,

- s pravděpodobností 50 % vyhraje 5 \$,
- s pravděpodobností 50 % prohraje 5 \$.

Jeho majetek má

- očekávanou hodnotu $EV = 0{,}5 \times 5 + 0{,}5 \times 15 = 10$,
- očekávaný užitek $EU = 0{,}5 \times u(5) + 0{,}5 \times u(15)$.

Vztah k riziku

Spotřebitel, který má majetek v hodnotě 10 \$,

- s pravděpodobností 50 % vyhraje 5 \$,
- s pravděpodobností 50 % prohraje 5 \$.

Jeho majetek má

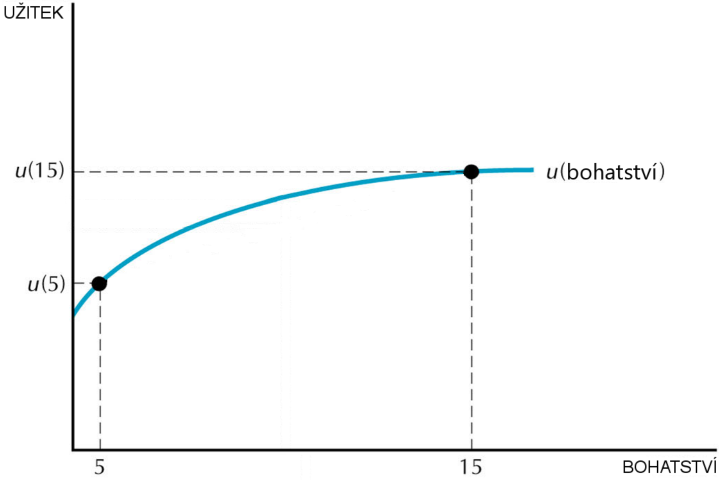
- očekávanou hodnotu $EV = 0{,}5 \times 5 + 0{,}5 \times 15 = 10$,
- očekávaný užitek $EU = 0{,}5 \times u(5) + 0{,}5 \times u(15)$.

Spotřebitel

- je **rizikově averzní**, pokud $u(EV) > EU$ – konkávní tvar $u(c)$,
- **vyhledává riziko**, pokud $u(EV) < EU$ – konvexní tvar $u(c)$,
- je **rizikově neutrální**, pokud $u(EV) = EU$ – lineární tvar $u(c)$.

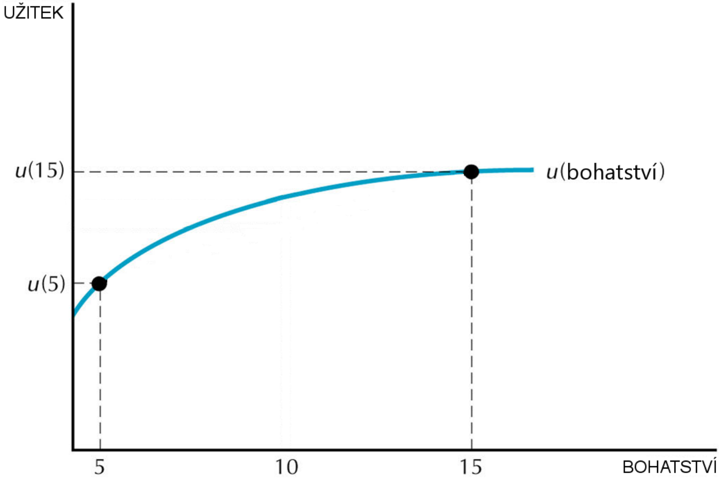
Averze k riziku

Konkávní tvar užitkové funkce $\implies u(EV) > EU$



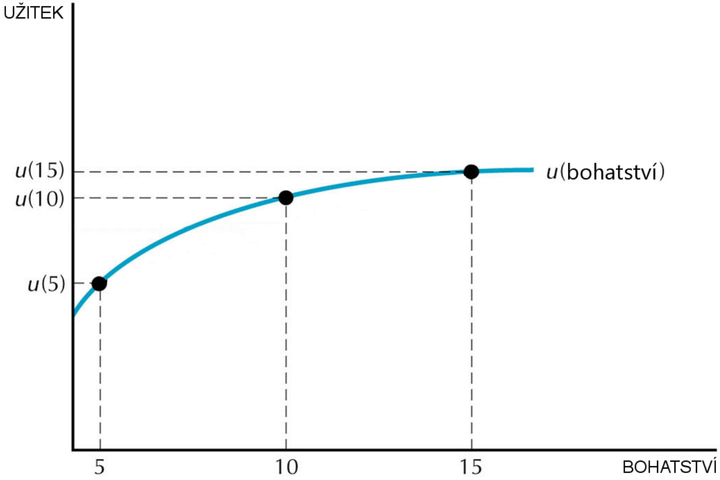
Averze k riziku

Konkávní tvar užitkové funkce $\implies u(EV) > EU$



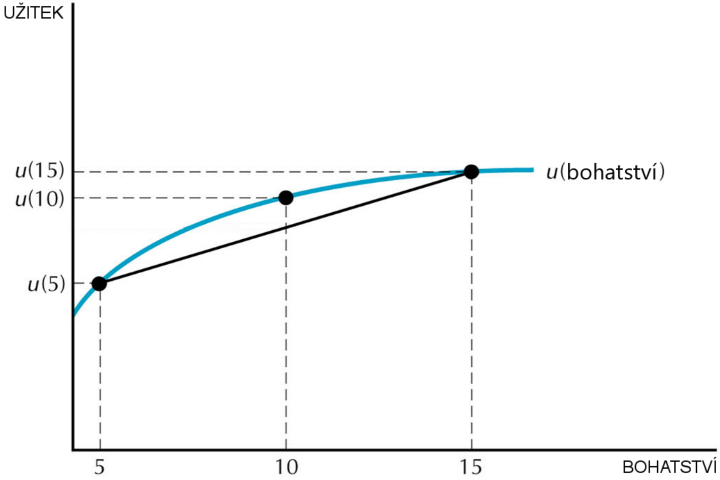
Averze k riziku

Konkávní tvar užitkové funkce $\implies u(EV) > EU$



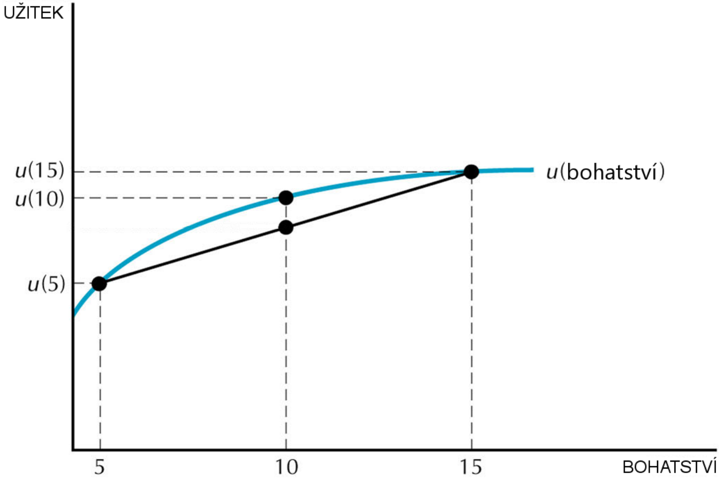
Averze k riziku

Konkávní tvar užitkové funkce $\implies u(EV) > EU$



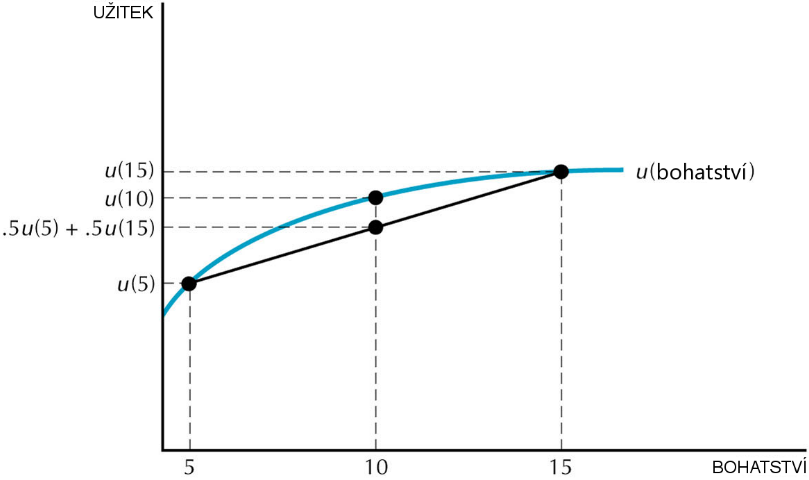
Averze k riziku

Konkávní tvar užitkové funkce $\implies u(EV) > EU$



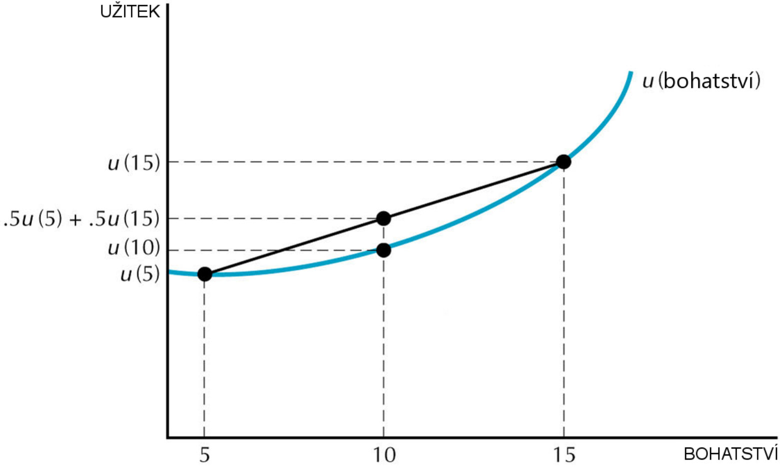
Averze k riziku

Konkávní tvar užitkové funkce $\implies u(EV) > EU$



Vyhledávání rizika

Konvexní tvar užitkové funkce $\implies u(EV) < EU$



Vztah k riziku – konkrétní užitkové funkce

Spotřebitel, který má majetek v hodnotě 10 $,

- s pravděpodobností 50 % vyhraje 5 $,
- s pravděpodobností 50 % prohraje 5 $.

Jaký je vztah spotřebitele k riziku pro následující užitkové funkce?

- Užitková funkce $u(c) = \sqrt{c}$:

- Užitková funkce $u(c) = c^2$:

Vztah k riziku – konkrétní užitkové funkce

Spotřebitel, který má majetek v hodnotě 10 \$,

- s pravděpodobností 50 % vyhraje 5 \$,
- s pravděpodobností 50 % prohraje 5 \$.

Jaký je vztah spotřebitele k riziku pro následující užitkové funkce?

- Užitková funkce $u(c) = \sqrt{c}$:

  $$u(EV) = \sqrt{EV} = \sqrt{10} = 3{,}16$$
  $$EU = 0{,}5 \times \sqrt{5} + 0{,}5 \times \sqrt{15} = 3{,}05$$
  $$u(EV) > EU$$

- Užitková funkce $u(c) = c^2$:

Vztah k riziku – konkrétní užitkové funkce

Spotřebitel, který má majetek v hodnotě 10 \$,

- s pravděpodobností 50 % vyhraje 5 \$,
- s pravděpodobností 50 % prohraje 5 \$.

Jaký je vztah spotřebitele k riziku pro následující užitkové funkce?

- Užitková funkce $u(c) = \sqrt{c}$:

  $$u(EV) = \sqrt{EV} = \sqrt{10} = 3{,}16$$
  $$EU = 0{,}5 \times \sqrt{5} + 0{,}5 \times \sqrt{15} = 3{,}05$$
  $$u(EV) > EU \implies \text{Spotřebitel je rizikově averzní.}$$

- Užitková funkce $u(c) = c^2$:

Vztah k riziku – konkrétní užitkové funkce

Spotřebitel, který má majetek v hodnotě 10 \$,

- s pravděpodobností 50 % vyhraje 5 \$,
- s pravděpodobností 50 % prohraje 5 \$.

Jaký je vztah spotřebitele k riziku pro následující užitkové funkce?

- Užitková funkce $u(c) = \sqrt{c}$:

$$u(EV) = \sqrt{EV} = \sqrt{10} = 3{,}16$$
$$EU = 0{,}5 \times \sqrt{5} + 0{,}5 \times \sqrt{15} = 3{,}05$$
$$u(EV) > EU \implies \text{Spotřebitel je rizikově averzní.}$$

- Užitková funkce $u(c) = c^2$:

$$u(EV) = EV^2 = 10^2 = 100$$
$$EU = 0{,}5 \times 5^2 + 0{,}5 \times 15^2 = 125$$
$$u(EV) < EU$$

Vztah k riziku – konkrétní užitkové funkce

Spotřebitel, který má majetek v hodnotě 10 \$,

- s pravděpodobností 50 % vyhraje 5 \$,
- s pravděpodobností 50 % prohraje 5 \$.

Jaký je vztah spotřebitele k riziku pro následující užitkové funkce?

- Užitková funkce $u(c) = \sqrt{c}$:

$$u(EV) = \sqrt{EV} = \sqrt{10} = 3{,}16$$
$$EU = 0{,}5 \times \sqrt{5} + 0{,}5 \times \sqrt{15} = 3{,}05$$
$$u(EV) > EU \implies \text{Spotřebitel je rizikově averzní.}$$

- Užitková funkce $u(c) = c^2$:

$$u(EV) = EV^2 = 10^2 = 100$$
$$EU = 0{,}5 \times 5^2 + 0{,}5 \times 15^2 = 125$$
$$u(EV) < EU \implies \text{Spotřebitel vyhledává riziko.}$$

Příklad: pojištění

<u>Zadání:</u>
Spotřeba ve špatném stavu: $c_b = 25\,000 + K - \gamma K = 25\,000 + 0{,}9K$
Spotřeba v dobrém stavu: $c_g = 35\,000 - \gamma K = 35\,000 - 0{,}1K$
Užitková funkce: $u(c_b, c_g, \pi_b, \pi_g) = 0{,}1 \ln c_b + 0{,}9 \ln c_g$
Jaké bude optimální pojistné plnění K?

Příklad: pojištění

<u>Zadání:</u>
Spotřeba ve špatném stavu: $c_b = 25\,000 + K - \gamma K = 25\,000 + 0{,}9K$
Spotřeba v dobrém stavu: $c_g = 35\,000 - \gamma K = 35\,000 - 0{,}1K$
Užitková funkce: $u(c_b, c_g, \pi_b, \pi_g) = 0{,}1 \ln c_b + 0{,}9 \ln c_g$
Jaké bude optimální pojistné plnění K?

Z rovnice c_g si vyjádříme K:

$$K = (35\,000 - c_g)/0{,}1 = 350\,000 - c_g/0{,}1$$

Dosadíme do rovnice c_b:

$$c_b = 25\,000 + 0{,}9(350\,000 - c_g/0{,}1)$$

Linie rozpočtu je

$$c_b + 9c_g = 340\,000.$$

Příklad: pojištění

Hledáme spotřební koš, kde MRS = sklon linie rozpočtu:

$$-\frac{\frac{\partial u}{\partial c_b}}{\frac{\partial u}{\partial c_g}} = -\frac{\gamma}{1-\gamma} \quad \left(\text{nebo } -\frac{\frac{\partial u}{\partial c_b}}{\frac{\partial u}{\partial c_g}} = -\frac{p_b}{p_g}\right)$$

$$-\frac{0{,}1c_g}{0{,}9c_b} = -\frac{0{,}1}{0{,}9}$$

$$c_b = c_g$$

Příklad: pojištění

Hledáme spotřební koš, kde MRS = sklon linie rozpočtu:

$$-\frac{\frac{\partial u}{\partial c_b}}{\frac{\partial u}{\partial c_g}} = -\frac{\gamma}{1-\gamma} \quad \left(\text{nebo } -\frac{\frac{\partial u}{\partial c_b}}{\frac{\partial u}{\partial c_g}} = -\frac{p_b}{p_g}\right)$$

$$-\frac{0{,}1 c_g}{0{,}9 c_b} = -\frac{0{,}1}{0{,}9}$$

$$c_b = c_g$$

Dosazením do rozpočtového omezení dostaneme:

$$c_g + 9c_g = 340\,000$$

$$c_g = 34\,000$$

Optimální pojistné plnění bude

$$K = (35\,000 - c_g)/0{,}1 = 10\,000 \text{ \$}.$$

Princip optimalizace a rovnováhy

Až doposud jsme se zabývali optimalizací spotřebitele:
Lidé si volí nejlepší spotřební koš, který si mohou dovolit.

V další části kurzu se budeme zabývat optimalizací firem:
Firmy si volí takovou kombinaci výrobních faktorů, při které maximalizují zisk.

Princip optimalizace a rovnováhy

Až doposud jsme se zabývali optimalizací spotřebitele:
Lidé si volí nejlepší spotřební koš, který si mohou dovolit.

V další části kurzu se budeme zabývat optimalizací firem:
Firmy si volí takovou kombinaci výrobních faktorů, při které maximalizují zisk.

Rovnováha je situace na trhu, kdy je optimální chování spotřebitelů a firem na trhu ve vzájemném souladu.

Rovnováha - předpoklady

Máme určitý počet spotřebitelů.
Tržní poptávka $D(p) =$ součet poptávek těchto spotřebitelů.

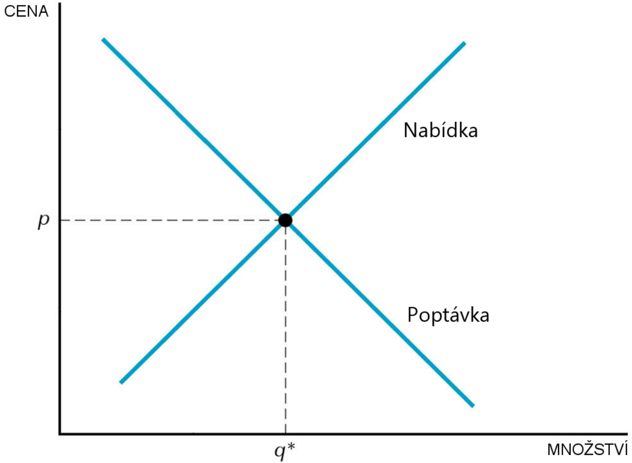
Máme určitý počet nezávislých firem.
Tržní nabídka $S(p) =$ součet nabídek jednotlivých firem.

Dokonale konkurenční trh – každý subjekt bere ceny jako dané. Tržní cena je nezávislá na volbě jednoho subjektu, ale je determinována volbami všech těchto subjektů dohromady.

Rovnováha

V rovnováze platí pro

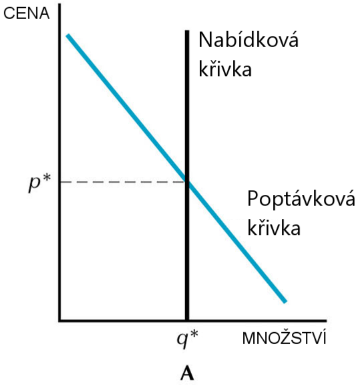
- poptávku $D(p)$ a nabídku $S(p)$, že $D(p) = S(p) = q^*$.
- inverzní poptávku $P_D(q)$ a nabídku $P_S(q)$, že $P_D(q^*) = P_S(q^*)$.

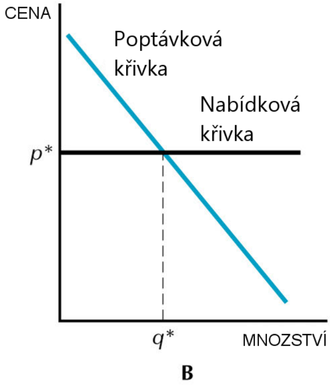


Příklady rovnováhy – vertikální a horizontální nabídka

Vertikální nabídka – množství určené nabídkou, cena poptávkou.

Horizontální nabídka – množství určené poptávkou, cena nabídkou.





Příklady rovnováhy – lineární křivky

Lineární poptávková a nabídková křivka:

$$D(p) = a - bp$$
$$S(p) = c + dp$$

V rovnováze se musí poptávané a nabízené množství rovnat:

$$D(p) = a - bp^* = c + dp^* = S(p)$$

Z tohoto vztahu vypočítáme rovnovážnou cenu:

$$p^* = \frac{a - c}{b + d}$$

A dosazením této ceny do poptávkové nebo nabídkové funkce získáme rovnovážné množství

$$q^* = \frac{ad + bc}{b + d}.$$

Příklady rovnováhy – lineární křivky

Lineární poptávková a nabídková křivka:

$$D(p) = 100 - 2p$$

$$S(p) = 40 + p$$

V rovnováze se musí poptávané a nabízené množství rovnat:

$$D(p) = 100 - 2p^* = 40 + p^* = S(p)$$

Z tohoto vztahu vypočítáme rovnovážnou cenu:

$$p^* = 20$$

A dosazením této ceny do poptávkové nebo nabídkové funkce získáme rovnovážné množství

$$q^* = 40.$$

Daně

Pokud je na trhu daň, vznikají dvě ceny:

- **Poptávková cena** p_D – cena, kterou musí zaplatit poptávající.
- **Nabídková cena** p_S – cena, kterou dostane nabízející.

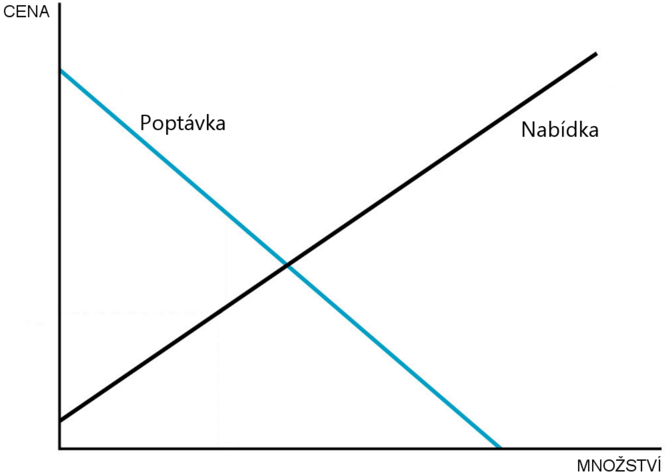
Rozdíl mezi těmito cenami se v rovnováze rovná velikosti daně.

Množstevní daň: $p_D = p_S + t$.

Daň ad valorem: $p_D = (1 + \tau)p_S$.

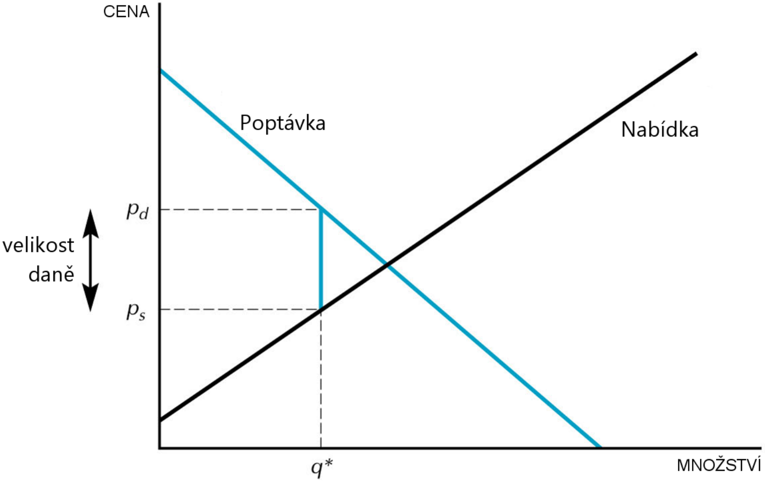
Příklad – množstevní daň

V rovnováze musí platit, že $q^* = D(p_D) = S(p_S)$ a $p_S = p_D - t$.



Příklad – množstevní daň

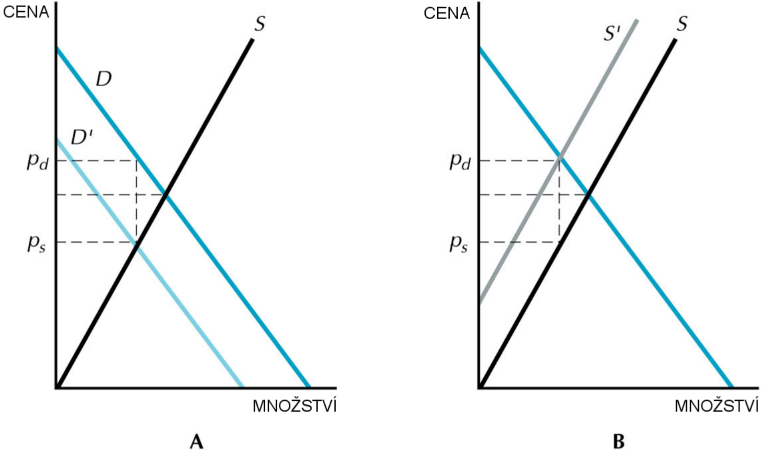
V rovnováze musí platit, že $q^* = D(p_D) = S(p_S)$ a $p_S = p_D - t$.



Příklad – množstevní daň (pokračování)

Můžeme také využít inverzních nabídkových a poptávkových křivek. Při rovnovážném množství q^* musí platit, že

$p_S(q^*) = p_D(q^*) - t$ (graf **A**) nebo $p_D(q^*) = p_S(q^*) + t$ (graf **B**).



Příklad – množstevní daň u lineárních křivek

Máme lineární poptávkovou a nabídkovou křivku. Rovnováha je určena rovnicemi

$$a - bp_D^* = c + dp_S^*$$
$$p_D^* = p_S^* + t.$$

Řešením dvou rovnic o dvou neznámých vypočítáme nabídkovou a poptávkovou rovnovážnou cenu:

$$p_S^* = \frac{a - c - bt}{b + d} \quad \text{a} \quad p_D^* = \frac{a - c + dt}{b + d}.$$

Příklad – množstevní daň u lineárních křivek

Máme lineární poptávkovou a nabídkovou křivku. Rovnováha je určena rovnicemi

$$a - bp_D^* = c + dp_S^*$$
$$p_D^* = p_S^* + t.$$

Řešením dvou rovnic o dvou neznámých vypočítáme nabídkovou a poptávkovou rovnovážnou cenu:

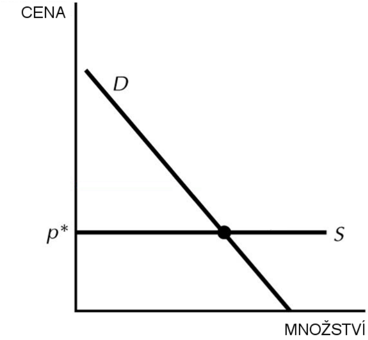
$$p_S^* = \frac{a - c - bt}{b + d} \quad \text{a} \quad p_D^* = \frac{a - c + dt}{b + d}.$$

Rozdíl mezi rovnovážnou cenou bez daně $p^* = (a - c)/(b + d)$ a p_S^* je $bt/(b + d)$, závisí tedy na velikosti daně t a na sklonech nabídkové a poptávkové křivky.

Podobně rozdíl mezi p^* a p_D^* je $dt/(b + d)$, závisí tedy na velikosti daně t a na sklonech nabídkové a poptávkové křivky.

Přenášení daňového zatížení

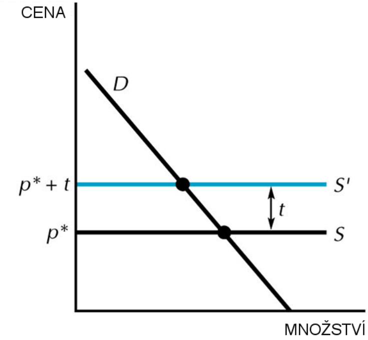
Horizontální nabídka ($d = \infty$)



Přenášení daňového zatížení

Horizontální nabídka ($d = \infty$) – celé zatížení nesou poptávající:

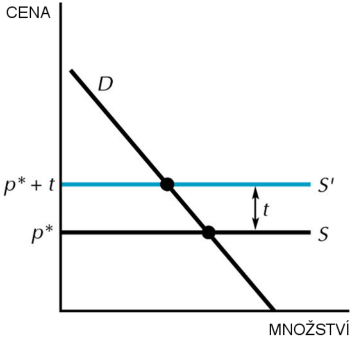
$$p_S^* = p^* \text{ a } p_D^* = p^* + t.$$

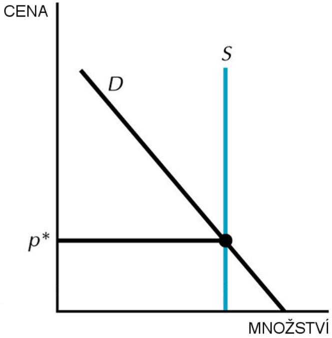


Přenášení daňového zatížení

Horizontální nabídka ($d = \infty$) – celé zatížení nesou poptávající:
$$p_S^* = p^* \text{ a } p_D^* = p^* + t.$$

Vertikální nabídka ($d = 0$)





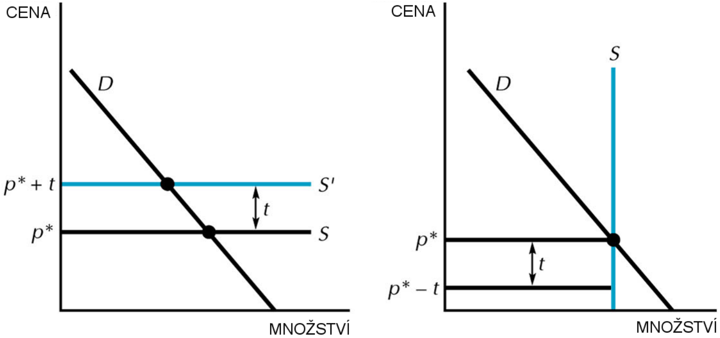
Přenášení daňového zatížení

Horizontální nabídka ($d = \infty$) – celé zatížení nesou poptávající:

$$p_S^* = p^* \text{ a } p_D^* = p^* + t.$$

Vertikální nabídka ($d = 0$) – celé daňové zatížení nesou nabízející:

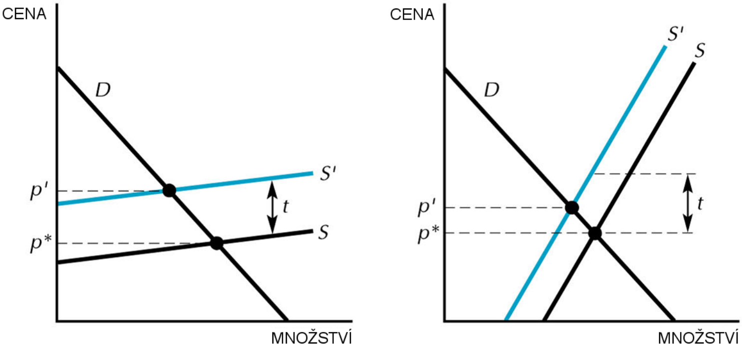
$$p_S^* = p^* - t \text{ a } p_D^* = p^*.$$



Přenášení daňového zatížení

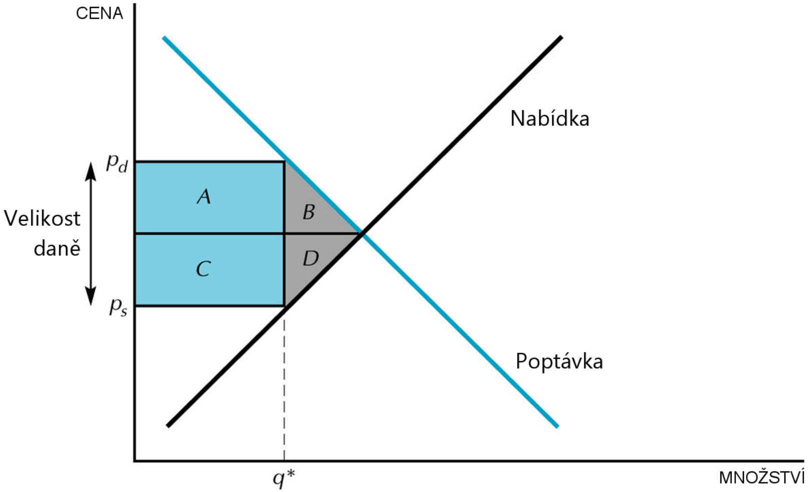
Plochá nabídka – většinu daňového zatížení nesou poptávající.

Strmá nabídka – většinu daňového zatížení nesou nabízející.



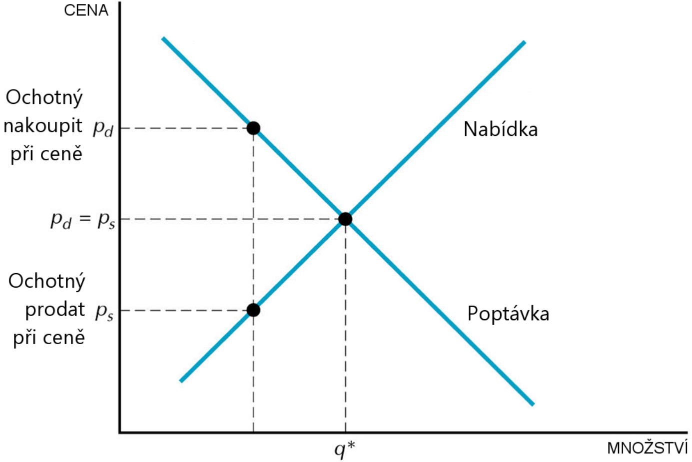
Ztráta mrtvé váhy

Ztráta mrtvé váhy z daně – čistá ztráta v přebytku spotřebitelů a výrobců kvůli poklesu množství produkce (oblast B + D v grafu).



Paretovská efektivnost

Situace je Pareto efektivní, pokud neexistuje žádný způsob,
jak by si mohl někdo polepšit, aniž při tom byl někdo jiný poškozen.
Dokonale konkurenční trh je Pareto efektivní při množství q^*.



APLIKACE: Čekání ve frontě

Povede fronta na lístky na fotbal k jejich Pareto efektivní alokaci?

APLIKACE: Čekání ve frontě

Povede fronta na lístky na fotbal k jejich Pareto efektivní alokaci?

Může být ochotný někdo, kdo vystál frontu, prodat lístky někomu, kdo frontu nevystál?

Ano. Ochota čekat a ochota platit se v populaci liší.

Navíc čekání je forma ztráty mrtvé váhy – na rozdíl od peněžní platby je to náklad, ze kterého nemá nikdo prospěch.

Shrnutí

- Pro zkoumání rozhodování za nejistoty můžeme použít analytické nástroje teorie spotřebitelské volby.
- Funkce očekávaného užitku má tvar $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$.
- Tato funkce může reprezentovat preference spotřebitele, jen když platí předpoklad nezávislosti.
- Zakřivení užitkové funkce odráží postoj spotřebitele k riziku.
- Finanční instituce (jako akciový trh a pojišťovny) umožňují diverzifikaci a rozložení rizika.

Shrnutí (pokračování)

- Při rovnovážné ceně se na trhu poptávané množství rovná nabízenému množství.
- Rozdíl mezi poptávkovou a nabídkovou cenou představuje velikost daně.
- Relativní strmost nabídkové a poptávkové křivky určuje, jakou část daňové zátěže nesou poptávající a jakou nabízející.
- Ztráta mrtvé váhy je čistá ztráta v přebytku výrobců a v přebytku spotřebitelů.
- Pareto efektivní je situace, kdy neexistuje žádný způsob, jak by si mohl někdo polepšit, aniž by nikdo jiný neutrpěl ztrátu.