CVIČENÍ 7: TECHNOLOGIE, MAXIMALIZACE ZISKU A MINIMALIZACE NÁKLADŮ

Technologie

1. (!) Spočítejte technickou míru substituce (TRS) u následujících produkčních funkcí. Je mezní produkt faktorů x a y konstantní, klesající nebo rostoucí?
   (a) $f(x, y) = x + y$
   (b) $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$
   (c) $f(x, y) = 0{,}2x^{0{,}8}y^{1{,}2}$
2. (!) Jaké jsou výnosy z rozsahu u následujících produkčních funkcí:
   (a) $f(K, L) = K + 0{,}5L$
   (b) $f(K, L) = \sqrt{K} + \sqrt{L}$
   (c) $f(K, L) = 1{,}6(K^{0{,}3} + L^{0{,}3})^3$
   (d) $f(K, L, N) = \min\{\frac{K^3}{L}, L^2, \frac{N^4-K^4}{L^2}\}$
3. (☺) Předpokládejte, že existuje jediný způsob výroby langošů, při kterém je na výrobu jednoho langoše potřeba 5 minut práce a 100 gramů těsta. Napište produkční funkci této výroby langošů a nakreslete tvar izokvanty odpovídající produkci jednoho langoše.
4. (☺) Rodinná ekofarma prodá místnímu řezníkovi 20 telat za rok a každé z nich mu dopravuje jiný den. Existují dva způsoby, jak může farmář dopravit tele k řezníkovi: vézt ho 1/5 hodiny nákladním autem nebo ho hnát hodinu pěšky. Napište produkční funkci této přepravy a nakreslete izokvantu odpovídající přepravě 20 telat do grafu, který má na osách hodiny práce a hodiny auta.

Maximalizace zisku

5. (!) Dokonale konkurenční firma má produkční funkci $f(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + 8\sqrt{x_2}$. Cena výrobního faktoru 1 je 100 Kč a cena výrobního faktoru 2 je 300 Kč. Cena výstupu je 600 Kč.
   (a) Jaké bude optimální množství obou výrobních faktorů?
   (b) Při jakém množství výstupu bude firma maximalizovat zisk?
   (c) Jak velký bude její zisk při tomto množství?
6. (!) Představte si, že máme přímou volbu prezidenta. Jeden z kandidátů si najal reklamní agenturu, které dá 100 000 Kč za každé procento hlasů, které u voleb získá. Závislost mezi procentním ziskem hlasů V a počtem bilboardů B, které tato agentura zakoupí, je $V = 100B/(B + 1)$. Pronájem jednoho billboardu stojí 100 000 Kč. Pokud tato agentura maximalizuje zisk, jaký počet bilboardů zakoupí?
7. (!) Máme dokonale konkurenční firmu, která používá k výrobě jednoho produktu několik výrobních faktorů. Víme, že tato firma maximalizuje zisk. Kvůli krizi klesla cena jejího produktu o 5 Kč a cena práce o 200 Kč za hodinu. Firma sníží prodej produktu o 400 jednotek za měsíc. Co můžeme říci o změně v poptávaném množství práce?
8. (!) Děda Lebeda používá při produkci sáčků s houbami h jediný vstup, hodiny své práce za den l. Když jde sbírat houby, lepší místa v lese obejde za 2 hodiny a pak už sbírá jen na horších místech. Jeho produkční funkce je tedy $h = 2{,}5l$ pro $l \in [0, 2]$ a $h = 3+l$ pro $l \geq 2$. Cena jednoho sáčku hub je 40 Kč. Když děda zrovna nesbírá houby, pracuje v místní továrně za 120 Kč za hodinu.
   (a) Kolik sáčků hub děda nasbírá, pokud maximalizuje zisk? K vysvětlení použijte graf s produkční funkcí dědy Lebedy a izoziskovými křivkami.
   (b) Díky dešti se produkční funkce dědy Lebedy změní na $h = 4l$ pro $l \in [0, 2]$ a $h = 4 + 2l$ pro $l \geq 2$. Kolik sáčků hub děda nasbírá, pokud maximalizuje zisk? K vysvětlení použijte stejný graf jako v (a).
9. (☺) Jája a Pája mají firmu na sběr lesních plodů. Jediný vstup, který používají, je jejich práce. Když nesbírají lesní plody, pracují u dědy Lebedy na zahradě. Děda Lebeda jim platí různě podle typu práce, který je k dispozici, a cena lesních plodů na místním trhu se každý den mění. V pondělí, když jim byl děda ochotný platit 30 Kč za hodinu a cena sklenice lesních plodů byla 50 Kč, sbírali lesní plody 7 hodin a nasbírali 18 sklenic. V úterý, když jim byl děda ochotný platit 40 Kč na hodinu a cena sklenice lesních plodů byla 40 Kč, sbírali lesní plody 4 hodiny a nasbírali 16 sklenic. Předpokládáme, že se technologie Jáji a Páji nemění.
   (a) Je chování Jáji a Páji konzistentní se slabým axiomem maximalizace zisku (WAPM)?

(b) Nakreslete jejich technologii do grafu s množstvím práce na vodorovné a množstvím sklenic lesních plodů na svislé ose.

Minimalizace nákladů

10. (!) Copycentrum vyrábí kopie s denní produkční funkcí $f(L,K) = 500\sqrt{2LK}$, kde L je počet hodin práce a K je počet hodin kopírek. Náklady na hodinu práce jsou 200 Kč a náklady na hodinu kopírky jsou 100 Kč.

    (a) Napište rovnici izokosty. Nakreslete do grafu izokostu pro náklady 5 000 Kč, kde hodiny práce L budou na vodorovné ose. Jaký bude sklon této izokosty?

    (b) Pokud chce firma minimalizovat náklady, kolik hodin kopírky bude připadat na každou hodinu práce? Kolik hodin práce a kopírky bude potřeba na výrobu y kopií?

    (c) Jaké budou celkové náklady potřebné pro výrobu 10 000 kopií? Do grafu z bodu (a) nakreslete izokvantu odpovídající produkci 10 000 kopií (tvar stačí přibližně), izokostu odpovídající těmto nákladům a vyznačte optimální kombinaci výrobních faktorů.

11. (!) Faginova zlodějská banda se specializuje na kradení peněženek. Tento nekalý podnik má produkční funkci $f(x_1,x_2) = 3x_1 + x_2$, kde x_1 jsou hodiny práce zkušených kapsářů a x_2 jsou hodiny práce nezkušených kapsářů. Hodina práce zkušených kapsářů stojí Fagina 2 libry a hodina práce nezkušených kapsářů ho stojí 1 libru.

    (a) Jaké budou Faginovy náklady na ukradení 30 peněženek? Nakreslete tuto minimalizaci nákladů do grafu.

    (b) Jaké budou Faginovy náklady na ukradení 30 peněženek, pokud ho hodina práce zkušených kapsářů bude stát 4 libry? Zakreslete změnu do grafu z bodu (a).

12. (!) Umělecký řezbář vyrábí dřevěné figurky podle produkční funkce $f(L,D) = \min\{L/4, D\}$, kde L jsou dny práce a D jsou hranoly lipového dřeva.

    (a) Jaké budou náklady výroby 10 figurek, když ho hranol dřeva stojí 50 Kč a za den práce by si jinde vydělal 600 Kč? Zakreslete tuto minimalizaci nákladů do grafu.

    (b) Jaké budou jeho náklady na výrobu 10 figurek, když bude řezbář od známého dostávat hranol dřeva za korunu? Zakreslete změnu do grafu z bodu (a).

13. (!) Firma LIMO používá při výrobě limonády dva vstupy. Když se ceny vstupů rovnají $(w_1, w_2) = (150,\ 70)$, firma používá množství vstupů $(x_1, x_2) = (15,\ 45)$. Když jsou ceny vstupů $(w'_1, w'_2) = (120,\ 240)$, firma používá množství vstupů $(x'_1, x'_2) = (40,\ 15)$. V obou případech je množství výstupu stejné. Je toto chování konzistentní se slabým axiomem minimalizace nákladů (WACM)?

14. (☺) Firma XYZ používá tři výrobní faktory x, y a z. Má produkční funkci $f(x,y,z) = (x+y)^{1/2}z^{1/2}$. Ceny těchto výrobních faktorů jsou $w_x = 100$ Kč, $w_y = 200$ Kč a $w_z = 300$ Kč. Kolikrát se zvýší celkové náklady, když se w_y zdvojnásobí?

15. (☺) Firma ABCD používá 4 vstupy a, b, c a d. Jejich ceny jsou $w_a = 5$, $w_b = 1$, $w_c = 2$ a $w_d = 3$.

    (a) Jaké jsou minimální náklady na výrobu 1 jednotky produktu, jestliže má tato firma produkční funkci $f(a,b,c,d) = \min\{a+b, c+d\}$?

    (b) Jaké jsou minimální náklady na výrobu 1 jednotky produktu, jestliže její produkční funkce má tvar $f(a,b,c,d) = \min\{a,b\} + \min\{c,d\}$?

16. (☺) Předpokládejte, že se jablečný džus vyrábí následovně. Koše jablek J se pěstují podle produkční funkce $J = P^{1/2}S^{1/2}$, kde P jsou hodiny práce a S je počet stromů. Litry jablečného džusu D se vyrábí z jablek podle produkční funkce $D = \min\{5J, 10P\}$. Pokud je cena stromu 20 Kč a cena práce 80 Kč za hodinu, jaké jsou náklady na produkci litru jablečného džusu?

17. (☺) Použijte graf znázorňující minimalizaci nákladů k vysvětlení následujících otázek:

    (a) Proč se k vypěstování stejné produkce v zemědělství v bohatých zemích používá méně práce než v chudých zemích. Do grafu nakreslete optimální kombinace práce a kapitálu potřebné k vypěstování stejného množství plodin v bohaté a chudé zemi. Vysvětlete.

    (b) Proč členové odborů, kteří vydělávají podstatně víc než je minimální mzda, podporují zákony o minimální mzdě? Předpokládejte, že členové odborů jsou spíše kvalifikovaná pracovní síla a nečlenové odborů spíše nekvalifikovaná pracovní síla. Do grafu nakreslete kombinaci kvalifikované a nekvalifikované pracovní síly potřebné k výrobě stejného množství produkce. Vysvětlete.

ŘEŠENÍ

Technologie

1. (a) TRS $= -1$, MP_x a MP_y – konstantní.
   (b) TRS $= -1$, MP_x a MP_y – rostoucí.
   (c) TRS $= (-2y)/(3x)$, MP_x – klesající, MP_y – rostoucí.
2. (a) Konstantní.
   (b) Klesající.
   (c) Klesající.
   (d) Rostoucí.

Maximalizace zisku

5. (a) $x_1^* = 36$, $x_2^* = 64$.
   (b) $q^* = 76$.
   (c) $\pi^* = 22\,800$ Kč.
6. 9.
7. Množství práce se nesmí snížit o víc než o 10 hodin za měsíc.
8. (a) 0 sáčků.
   (b) 8 sáčků.

Minimalizace nákladů

10. (a) $200L + 100K = C$, sklon $= -2$.
    (b) Dvě hodiny kopírky na jednu hodinu práce. $L = y/1\,000$ a $K = y/500$.
    (c) $c = 4\,000$ Kč.
11. (a) 20 liber.
    (b) 30 liber.
12. (a) 24 500 Kč.
    (b) 24 010 Kč.
13. Ano.
14. Celkové náklady zůstanou nezměněné.
15. (a) 3
    (b) 5
16. 24 Kč.