MONOPOL A MONOPOLNÍ CHOVÁNÍ – řešené příklady

Monopol

1. Monopol s nákladovou funkcí $c(y) = 2y^2 + 10$ působí na trhu s poptávkou $y(p) = 20 - 0{,}5p$.

   (a) Jak velké množství produktu bude monopol prodávat a jaký bude jeho zisk?

   (b) Jak velké množství produktu bude monopol prodávat při množstevní dani $t = 8$?

   Řešení

   (a) Obecný tvar ziskové funkce monopolu je

   $$\pi(y) = r(y) - c(y),$$

   kde $r(y) = p(y)y$ je příjmová funkce. Dále můžeme postupovat dvěma způsoby.

   Řešení 1
   Z poptávkové funkce $y(p)$ si vyjádříme inverzní poptávkovou funkci $p(y) = 40 - 2y$ a dosadíme ji do ziskové funkce

   $$\pi(y) = (40 - 2y)y - 2y^2 - 10$$

   a funkci upravíme do tvaru

   $$\pi(y) = -4y^2 + 40y - 10.$$

   Monopol si volí takový výstup $y^* \geq 0$, při kterém maximalizuje zisk

   $$\max_y \pi(y) = -4y^2 + 40y - 10.$$

   Z podmínky prvního řádu vypočítáme výstup odpovídající extrému funkce:

   $$\pi'(y^*) = -8y + 40 = 0$$
   $$y^* = 5.$$

   Protože druhá derivace ziskové funkce je

   $$\pi''(y^*) = -8 < 0,$$

   firma při výstupu $y^* = 5$ maximalizuje zisk.

   Zisk firmy při výstupu $y^* = 5$ je

   $$\pi(y^*) = -4{y^*}^2 + 40y^* - 10 = 90.$$

   Řešení 2
   Při řešení tohoto příkladu bychom také mohli z obecného tvaru ziskové funkce $\pi(y) = r(y) - c(y)$ nejdřív odvodit podmínku prvního řádu

   $$MR(y^*) = MC(y^*)$$

   a podmínku druhého řádu

   $$MC'(y^*) > MR'(y^*).$$

   Pak vypočítat mezní příjmy a mezní náklady monopolu:

   $$MR(y) = r'(y) = (p(y)y)' =$$
   $$= (40y - 2y^2)' = 40 - 4y.$$
   $$MC(y) = c'(y) = (2y^2 + 10)' = 4y.$$

   Dosazením do podmínky prvního řádu pak najít výstup odpovídající extrému ziskové funkce

   $$MR(y^*) = MC(y^*)$$
   $$40 - 4y^* = 4y^*$$
   $$y^* = 5.$$

   Dosazením do podmínky druhého řádu pak zjistit, že výstup $y^* = 5$ odpovídá maximu funkce, protože

   $$MC'(y^*) = 4 > -4 = MR'(y^*).$$

   (b) Tento bod vyřešíme pouze dosazením do ziskové funkce. Když monopol platí množstevní daň ve výši 8, jeho nákladová funkce $c(y) = 2y^2 + 8y + 10$. Zisková funkce pak bude mít tvar

   $$\pi(y) = r(y) - c(y)$$
   $$\pi(y) = (40 - 2y)y - 2y^2 - 8y - 10$$
   $$\pi(y) = -4y^2 + 32y - 10.$$

   Z podmínky prvního řádu vypočítáme výstup odpovídající extrému této funkce:

   $$\pi'(y^*) = -8y^* + 32 = 0$$
   $$y^* = 4.$$

   Protože druhá derivace ziskové funkce

   $$\pi''(y^*) = -8 < 0,$$

   firma při výstupu $y^* = 4$ maximalizuje zisk.

   Zisk monopolu se rovná

   $$\pi(y^*) = -4{y^*}^2 + 32y^* - 10 = 54.$$

Monopolní chování

2. Monopol prodává svůj produkt na dvou trzích. Inverzní poptávka na trhu 1 je $p_1(y_1) = 200 - y_1$ a inverzní poptávka na trhu 2 je $p_2(y_2) = 250 - y_2$. Monopol má nákladovou funkci $c(y_1 + y_2) = (y_1 + y_2)^2$. Jaké budou optimální ceny a množství na obou trzích? Jaký bude zisk monopolu? Nakreslete situaci této firmy do grafu.

   Řešení

   Obecný tvar ziskové funkce monopolu s dvěma oddělenými trhy je

   $$\pi(y_1, y_2) = r_1(y_1) + r_2(y_2) - c(y_1 + y_2),$$

   kde $r_1(y_1) = p(y_1)y_1$ a $r_2(y_2) = p(y_2)y_2$ jsou příjmy monopolu na trzích 1 a 2. Dále můžeme postupovat dvěma způsoby.

   Řešení 1
   Dosazením do obecného tvaru ziskové funkce získáme ziskovou funkci

   $$\pi(y_1, y_2) = 200y_1 - y_1^2 + 250y_2 - y_2^2 - (y_1 + y_2)^2.$$

   Monopol bude dodávat na trh 1 a 2 takové výstupy y_1^* a y_2^*, pro které je jeho zisková funkce maximální. Podmínky prvního řádu jsou

   $$\frac{\partial \pi(y_1, y_2)}{\partial y_1} = 200 - 2y_1^* - 2(y_1^* + y_2^*) = 0,$$

   $$\frac{\partial \pi(y_1, y_2)}{\partial y_2} = 250 - 2y_2^* - 2(y_1^* + y_2^*) = 0.$$

   Řešením těchto dvou rovnic o dvou neznámých dostaneme optimální množství dodávané na oba trhy

   $$y_1^* = 25,$$

   $$y_2^* = 50.$$

   Dosazením do funkcí poptávek na obou trzích spočítáme ceny

   $$p_1^* = 200 - y_1^* = 175,$$

   $$p_2^* = 250 - y_2^* = 200.$$

   Zisk monopolu bude

   $$\pi = p_1^* y_1^* + p_2^* y_2^* - (y_1^* + y_2^*)^2 =$$

   $$= 175 \times 25 + 50 \times 200 - 75^2 = 8\,750.$$

   Řešení 2
   Z obecného tvaru ziskové funkce můžeme odvodit podmínky prvního řádu ve tvaru

   $$MR_1(y_1^*) = MC(y_1^* + y_2^*)$$

   $$MR_2(y_2^*) = MC(y_1^* + y_2^*).$$

   kde

   $$MR_1(y_1) = r_1'(y_1) = 200 - 2y_1$$

   $$MR_2(y_2) = r_2'(y_2) = 250 - 2y_2$$

   $$MC(y_1 + y_2) = c'(y_1 + y_2) = 2(y_1 + y_2)$$

   jsou mezní příjmy na trhu 1 a 2 a mezní náklady monopolu. Dosazením konkrétních tvarů funkcí mezních příjmů a nákladů do podmínek prvního řádu získame dvě rovnice o dvou neznámých, jejichž řešením pak budou stejné optimální výstupy na obou trzích y_1^* a y_2^* jako v Řešení 1.

   Graf dole znázorňuje poptávky na trhu 1 a 2 D_1 a D_2, mezní příjmy na trzích 1 a 2 MR_1 a MR_2 a mezní náklady monopolu MC. Všimněte si, že se mezní příjmy MR_1 při optimálním množství $y_1^* = 25$ a mezní příjmy MR_2 při množství $y_2^* = 50$ rovnají mezním nákladům MC při celkovém vyráběném množství $y_1^* + y_2^* = 75$.